

## 위성체 유연 보 구조물의 열 안정성 해석

### Thermal Stability Analysis of Flexible Beam Spacecraft Appendage

윤 일 성\*, 송 오 섭\*\*

Il-Soung Yoon, Oh-Seop Song

Key Words : Thermally Induced Vibration(열진동), Composite Material Beam(복합재료보), Solar Heat Flux (태양열), Flutter(플러터), Stability(안정성)

#### ABSTRACT

Thermally induced vibration response of composite thin walled beams is investigated. The thin-walled beam model incorporates a number of nonclassical effects of transverse shear, primary and secondary warping, rotary inertia and anisotropy of constituent materials. Thermally induced vibration response characteristics of a composite thin walled beam exhibiting the circumferentially uniform system(CUS) configuration are exploited in connection with the structural bending-torsion coupling resulting from directional properties of fiber reinforced composite materials and from ply stacking sequence. A coupled thermal structure analysis that includes the effects of structural deformations on heating and temperature gradient is investigated.

#### 1. 서론

구조물에 발생하는 온도 구배와 구조물의 변형이 상호 연관되는 경우에는 구조물에 발생하는 열변형에 의한 진동현상은 불안정한 동적 응답을 일으킬 수 있는데 이와 같은 현상을 Thermal flutter 라고 하며 우주 구조물에서 Thermal flutter가 발생한 대표적인 예가 Hubble Space Telescope(HST)의 태양 전지

\*정회원, 충남대학교 기계공학과 대학원

\*\*정회원, 충남대학교 기계공학과

판 진동현상이다.

본 연구는 인공위성의 관측성능에 중요한 영향을 미칠 수 있는 열변형에 의해 발생하는 유연 구조물의 진동현상의 규명 및 억제방법에 관련된 연구로서, 특히 위성체의 발사비용 절감 및 수명연장을 위하여 비강성 및 비강도 면에서 기존의 금속합금보다 우수한 가벼운 복합재료의 사용이 증가될 것으로 판단되며 따라서 열 변화에 의해 발생하는 복합재료 유연 구조물의 진동에 관련된 연구에 중점을 두고자 한다. 해석모델은 Cantilevered 복합재료 유연보 모델, Cantilevered 복합재료 유연보 - Tip mass 모델로 나누어 연구하였으며, 각각의 모델에 대하여 열적-동역학적 효과를 고려하여 운동방정식

을 유도하고 이로부터 열 하중에 의한 동적 응답 해석 및 안정성(Stability) 문제인 열적 플러터 해석(Thermal flutter analysis)을 수행하였다.

## 2. 열해석

### 2.1 Uncoupled analysis

온도가 보의 변위에 영향을 받지 않는 경우의 에너지 보존 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho c R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\alpha \epsilon}{\rho c h} T^4 = \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \delta \cos \phi \quad (1)$$

$$\text{여기에서, } \delta = \begin{cases} 1 & -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < \phi < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$\sigma$  : Stefan-Boltzmann constant

$\epsilon$  : emissivity

온도  $T(\phi, t)$ 는 다음 식과 같이 평균온도  $\bar{T}(t)$ 와 섭동온도  $T_m(t)$ 의 합으로 표현할 수 있다. (Fig.1 참조)

$$\begin{aligned} T(\phi, t) &= \bar{T}(t) + T_m(t) \cos \phi \\ &= \bar{T}(t) + T_m(t) \cos\left(\frac{s}{R}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)를 식(1)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 두 개의 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\alpha \epsilon}{\rho c h} \bar{T}^4 = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \quad (3a)$$

$$\frac{dT_m}{dt} + \left( -\frac{k}{\rho c R^2} + \frac{4\alpha \epsilon}{\rho c h} \bar{T}^3 \right) T_m = \frac{1}{2} \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \quad (3b)$$

식(3a)에 초기조건  $\bar{T}(0) = T_0$ 을 대입하여 정리하면,

$$\bar{T}_s = \left( \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_0}{\sigma \epsilon} \right)^{1/4} \quad (4)$$

$\bar{T}^3$ 이  $\bar{T}_s^3$ 에 근사하다고 가정하여, 식(3b)를 풀면 식(5)을 구할 수 있다.

$$T_m = T^* (1 - e^{-t/\tau}) \quad (5)$$

여기에서,

$$T^* = \frac{1}{2} \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \tau$$

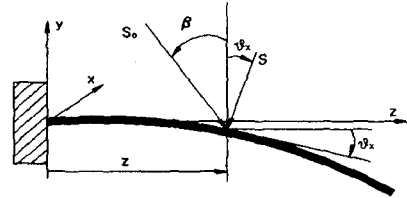
$$\frac{1}{\tau} = \frac{k}{\rho c R^2} + \frac{4\alpha \epsilon \bar{T}_s^3}{\rho c h}$$

### 2.2 Coupled analysis

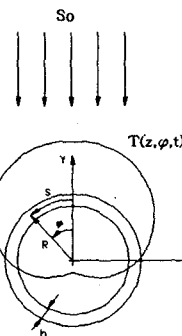
1-D 외팔 보 모델의 구조물에 입사되는 태양열 Flux의 직각방향 성분은 구조물의 변형을 고려할 때 다음과 같이 표현할 수 있다

$$S = S_0 \cos(\beta + \theta_x) \quad (6)$$

여기에서  $S_0$ 는 Solar heat flux ( $W/m^2$ )이며,  $\beta$ 는 태양열 Flux의 입사각이고,  $\theta_x$ 는 Bending slope이다.



a) Heat flux



b) Boom cross section

Fig. 1 Heat flux for coupled thermal-structural analysis

식(6)을 이용하여 에너지 보존 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho c R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\alpha \epsilon}{\rho c h} T^4 \\ = \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \delta \cos \phi \cos(\beta + \theta_x) \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서 온도  $T$ 는 평균온도  $\bar{T}(z, t)$ 와 섭동 온도  $\bar{T}_m(z, t) \cos \phi$ 의 합으로 다음과 같이 근사화 하였다.

$$T(z, \phi, t) = \bar{T}(z, t) + T_m(z, t) \cos \phi \quad (8)$$

식(8)을 식(7)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 두 개의 상 미분 방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\alpha \varepsilon}{\rho ch} \bar{T} = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_o}{\rho ch} \cos(\beta + \theta_x) \quad (9a)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} + \frac{1}{\tau} T_m = \frac{1}{2} \frac{\alpha S_o}{\rho ch} \cos(\beta + \theta_x) \quad (9b)$$

식(9a)와 (9b)에서 다음과 같은 정상상태의 평균온도  $\bar{T}_s$ 와 섭동온도  $T_m$ 를 유도하였다.

$$\bar{T}_s = \left( \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_o \cos \beta}{\sigma \varepsilon} \right)^{1/4} \quad (10)$$

$$T_m = \frac{e^{-t/\tau} T_m^*}{\tau} \int_0^t e^{p/t} \cos(\theta + \theta_x) dp \quad (11)$$

### 3. 구조해석

#### 3.1 변위장

각 변위 변수의 함수로 표시된 변위 벡터는 다음과 같다.

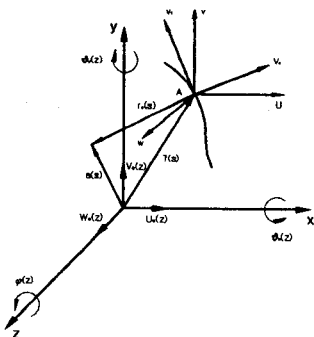


Fig. 2 Displacement field

$$\begin{aligned} u(s, z, t) &= u_0(z, t) - y(s) \phi(z, t), \\ v(s, z, t) &= v_0(z, t) + x(s) \phi(z, t), \\ w(s, z, n, t) &= w_0(z, t) \\ &\quad + \theta_x(z, t) \left[ y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] \\ &\quad + \theta_y(z, t) \left[ x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] \\ &\quad - \phi'(z, t) [F_w(s) + na(s)] \end{aligned} \quad (12 \text{ a-c})$$

여기에서,  $u_0, v_0, w_0$ 는 각각  $x, y, z$ 축 방향의 병진변형(translation)을 나타내며,  $\theta_x, \theta_y, \phi$ 는  $x, y, z$ 축에 관한 회전각을 나타낸다. 또한  $F_w(s)$ 와  $na(s)$ 는 각각 1차 와평함수와 2차 와평함수를 나타낸다.

#### 3.2 구성방정식

General orthotropic 복합재료의 열 효과를 고려한 응력-변형을 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha_x T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha_y T \\ \varepsilon_{zz} - \alpha_z T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} - \alpha_{zx} T \end{bmatrix} \quad (13)$$

Stress resultants와 couples는, 3차원 구성방정식을 두께방향( $n$ 방향)으로 적분하여 구할 수 있다. 따라서 이러한 stress resultants와 couples는 각각  $s$ 와  $z$ 의 함수가 되며 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ L_{zz} \\ L_{xz} \\ N_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ W_M \\ \varepsilon_{zz}^n \\ \gamma_{xz}^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_1^T \\ N_2^T \\ N_4^T \\ N_5^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

#### 3.3 운동방정식과 경계조건식 유도

복합재료 보의 지배방정식과 경계조건을 유도하기 위해서 다음과 같은 Hamilton's variational principal을 이용하였다.

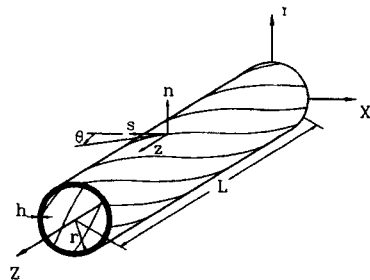


Fig.3 Circumferentially uniform system (CUS) configuration

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} [-\delta U + \delta K] dt = 0 \quad (15)$$

$\delta U$ 와  $\delta K$ 는 각각 변형에너지와 운동에너지의 변분이다.

여기에서, 탄성에너지

$$U = \int_0^L \int_C [N_{zz} \epsilon_{zz}^0 + L_{zz} \epsilon_{zz}^n + N_{xz} \gamma_{xz}^0 + N_{xz} 2 \frac{A_c}{\beta} \phi' + N_{nz} \gamma_{nz}] ds dz \quad (16)$$

운동에너지

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L \int_C \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \rho h ds dz \quad (17)$$

### 3.4 Cantilevered 복합재료 유연보 모델

운동방정식과 경계조건식은 다음과 같다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \delta u_0 &: a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_0'' + \theta_y') - h_4' = b_1 \ddot{u}_0 \\ \delta v_0 &: a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_0'' + \theta_x') - h_5' = b_1 \ddot{v}_0 \\ \delta \theta_y &: a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_0'' + \theta_x') - a_{44} (u_0' + \theta_y) \\ &\quad - a_{43} \theta_x' - h_2' + h_4 = (b_5 + b_{15}) \theta_y' \\ \delta \theta_x &: a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_0'' + \theta_y') - a_{55} (v_0' + \theta_x) \\ &\quad - a_{52} \theta_y' - h_3' + h_5 = (b_4 + b_{14}) \theta_x' \end{aligned}$$

(18 a-d)

경계조건

$$\text{at } z = 0; u_0 = v_0 = \theta_y = \theta_x = 0$$

$$\text{at } z = L;$$

$$\begin{aligned} a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y) - h_4 &= 0 \\ a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_0' + \theta_x) - h_5 &= 0 \\ a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_0' + \theta_x) - h_2 &= 0 \\ a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_0' + \theta_y) - h_3 &= 0 \end{aligned}$$

(19 a-e)

여기에서,

$$\begin{aligned} h_2 &= \oint_C (x N_1^T + \frac{dy}{ds} N_4^T) ds \\ h_3 &= \oint_C (y N_1^T - \frac{dx}{ds} N_4^T) ds \\ h_4 &= \oint_C (N_2^T \frac{dx}{ds}) ds \\ h_5 &= \oint_C (N_2^T \frac{dy}{ds}) ds \end{aligned}$$

### 3.5 Cantilevered 복합재료 유연보-Tip mass 모델

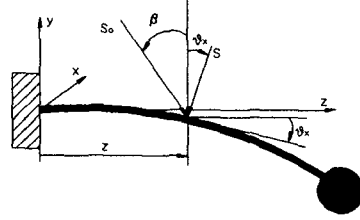


Fig.4 Cantilevered composite beam with a tip mass

Cantilevered 복합재료 유연보-Tip mass 모델의 운동방정식과 경계조건식은 다음과 같다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \delta u_0 &: a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_0'' + \theta_y') - h_4' = b_1 \ddot{u}_0 \\ \delta v_0 &: a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_0'' + \theta_x') - h_5' = b_1 \ddot{v}_0 \\ \delta \theta_y &: a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_0'' + \theta_x') - a_{44} (u_0' + \theta_y) \\ &\quad - a_{43} \theta_x' - h_2' + h_4 = (b_5 + b_{15}) \theta_y' \\ \delta \theta_x &: a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_0'' + \theta_y') - a_{55} (v_0' + \theta_x) \\ &\quad - a_{52} \theta_y' - h_3' + h_5 = (b_4 + b_{14}) \theta_x' \end{aligned} \quad (20 \text{ a-d})$$

경계조건

$$\text{at } z = 0; u_0 = v_0 = \theta_y = \theta_x = 0$$

$$\text{at } z = L;$$

$$\begin{aligned} a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y) + m_{tip} \ddot{u}_0 - h_4 &= 0 \\ a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_0' + \theta_x) + m_{tip} \ddot{v}_0 - h_5 &= 0 \\ a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_0' + \theta_x) - h_2 &= 0 \\ a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_0' + \theta_y) - h_3 &= 0 \end{aligned} \quad (21 \text{ a-e})$$

### 4. 동적 응답

열용력에 의한 동적 응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} [u_0(z, t), v_0(z, t), \theta_y(z, t), \theta_x(z, t)] \\ = \sum_{r=1}^N [u_{0r}(z), v_{0r}(z), \theta_{yr}(z), \theta_{xr}(z)] q_r(t) \end{aligned} \quad (22)$$

식(22)에서  $u_{0r}(z), v_{0r}(z), \theta_{yr}(z), \theta_{xr}(z)$ 은 자유진동 해석을 통하여 얻어진 r번째 모드 형상이며 이들의 Orthogonality condition은 다음과 같다.

$$\int_0^L [b_1 u_{0r} u_{0s} + b_1 v_{0r} v_{0s} + (b_4 + b_{14}) \theta_{xr} \theta_{xs} + (b_5 + b_{15}) \theta_{yr} \theta_{ys}] dz = 0 \quad (23)$$

식(22)에서 가정된 해와 식(23)에서 주어진 직교성(orthogonality)을 이용하여 열 응답에 관한 다음의 식을 통하여 얻을 수 있다.

$$[M]\{X\} + [C]\{X\} + [K]\{X\} = \{F(t)\} \quad (24)$$

여기에서,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는  $N \times N$  행렬이며,

$$\{X\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_N\} \text{ 이다.}$$

### 5. Thermal Flutter 해석

동적 응답의 안정도 판별은 운동방정식을 Laplace transform을 한 후 Routh-Hurwitz의 안정도 판별법을 이용하여 구할 수 있다. 감쇠를 고려하여 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_r(t) + 2\zeta\omega_r \dot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = \frac{H_2}{H_1} \quad (r = \overline{1, N}) \quad (25)$$

여기에서

$$H_1 = \int_0^L [b_1 u_{0r}^2 + b_1 v_{0r}^2 + (b_4 + b_{14}) \theta_{xr}^2 + (b_5 + b_{15}) \theta_{yr}^2] dz$$

$$H_2 = - \int_0^L [h_4' u_{0r} + h_3' \theta_{xr} - h_4 \theta_{yr}] dz$$

안정성을 결정하는 특성방정식  $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = As^3 + Bs^2 + Cs + D \quad (26)$$

특성방정식을 Routh-Hurwitz criterion 에 적용하면 다음과 같은 안정성 판별 조건을 얻을 수 있다.

$$\eta < \frac{2\zeta x^2 + 4\zeta^2 x + 2\zeta}{x} \quad (27)$$

$$x + x\eta > 0 \quad (28)$$

### 6. 수치해석결과 및 고찰

본 수치해석에서 고려한 구조물의 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 30 \times 10^6 \text{ psi} \\ E_2 = E_3 &= 0.75 \times 10^6 \text{ psi} \\ G_{12} &= 0.45 \times 10^6 \text{ psi} \\ G_{23} = G_{31} &= 0.37 \times 10^6 \text{ psi} \\ \nu_{21} = \nu_{31} &= 0.00625 \\ \nu_{32} &= 0.25 \\ \rho &= 0.000143 \text{ lb sec}^2/\text{in}^4 \end{aligned}$$

Fig.5는  $\bar{T}$ 를 각각  $\bar{T}_s$ 와  $T_o$ 로 가정한 경우의 섭동온도 ( $T_m$ )의 그래프이며,  $\bar{T}_s$  또는  $T_o$ 로 근사화한 경우 비슷한 경향을 가짐을 알 수 있다. 섭동온도의 정상상태 도달 시간은 25 sec이며,  $\frac{T_m}{T} = 0.012$  이다. Fig.6은 복합재

료 보 ( $\theta = 45^\circ$ )의 길이 변화에 따른 안정도 판별 그래프이다. 보의 길이가 증가함에 따라 불안정성이 증가함을 알 수 있다.

Fig.7은 보의 길이(L)가 300 in, 적층각 ( $\theta$ )이  $45^\circ$ , 감쇠계수 ( $\zeta$ )가  $10^{-6}$ 인 경우로, 안정도 판별 그래프(Fig.6)에서 불안정영역에 있으므로 플러터가 발생함을 알 수 있다. Fig.8은 보의 길이(L)가 100 in, 적층각 ( $\theta$ )이  $45^\circ$ , 감쇠계수 ( $\zeta$ )가  $10^{-4}$ 인 경우로, 안정도 판별 그래프(Fig.6)에서 안정성조건을 만족하므로 플러터가 발생하지 않았다.

Fig.9는 Thornton의 연구 결과와 비교한 HST의 안정성 판별 그래프이다.<sup>(1)</sup> Fig.10에서 HST의 경우와 비교하기 위하여 HST와 동일한 길이(L), 두께(h), 반경(R)을 가진 복합재료 보에 대하여 안정성 조건을 구하였다. Fig.10에서 보면 복합재료 보의 경우가 HST에 비하여 안정도가 증가하였다. 이것은 복합재료 보의 섬유각을 조절함으로써 플러터의 발생을 조절할 수 있음을 의미한다.

Fig.11은 보에 입사되는 Heat flux가 증가함에 따른 안정성의 변화를 나타내는 그래프로, Heat flux의 크기가 증가함에 따라 불안정성이 증가하였다.

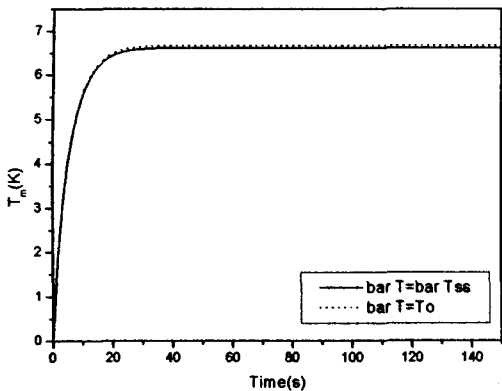


Fig.5 Perturbation temperature response of a composite boom (uncoupled)

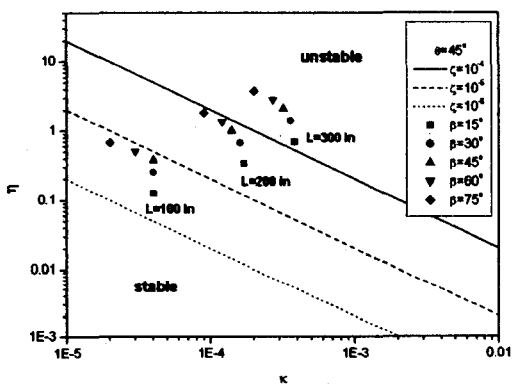


Fig.6 Stability boundaries for a composite material boom

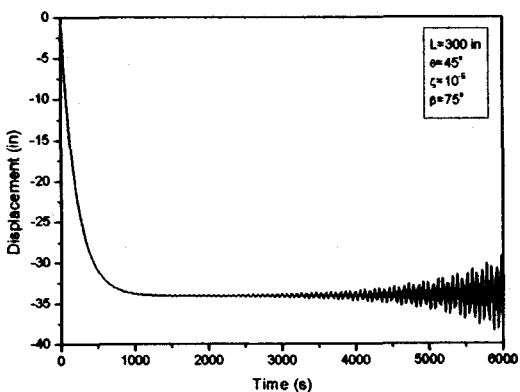


Fig.7 Unstable boom displacement(y-direction), thermal-structural analysis

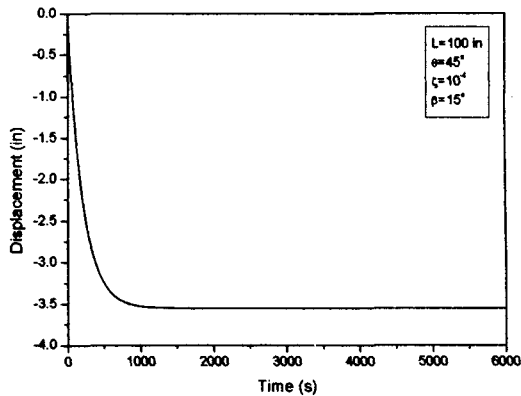


Fig.8 Stable boom displacement(y-direction), thermal-structural analysis

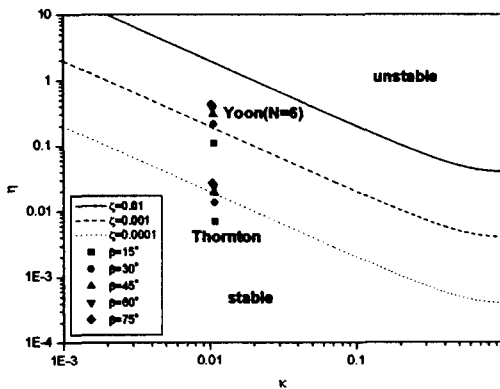


Fig.9 Stability boundaries for an isotropic material boom (HST)

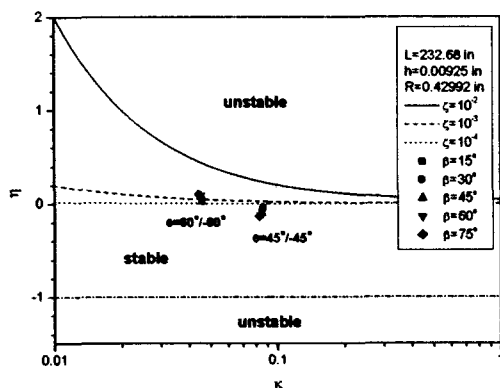


Fig.10 Stability boundaries for a composite material boom

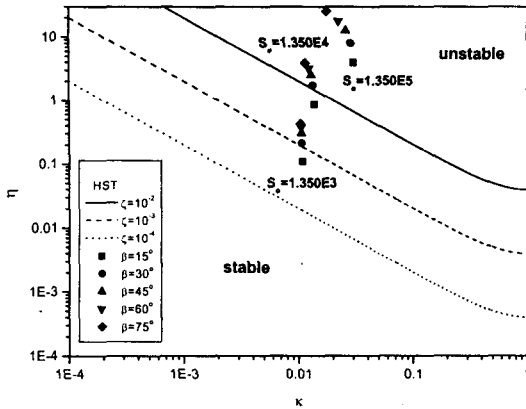


Fig.11 Stability boundaries for a isotropic material boom (HST)

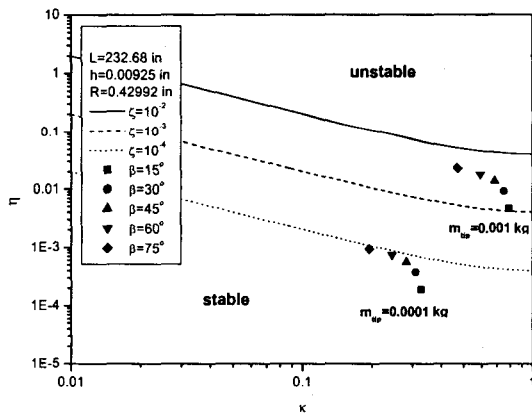


Fig.12 Stability boundaries for a composite material boom with a tip mass

Fig.12에서는 Tip mass 가 있는 모델에 대한 안정성 판별이다. Tip mass의 크기가 증가함에 따라 불안정성이 증가하였다.

## 7. 결론

본 연구에서는 Cantievered 복합재료 유연보 모델, Cantievered 복합재료 유연보-Tip mass 모델의 운동방정식을 유도하고, 수치해

석 기법을 통하여 각 설계 요소의 변화에 따른 열진동 특성을 연구하였다.

구조물의 변형에 의해 온도분포가 변화한다는 가정(Coupled case)에서 동적 응답 해석 및 열 플러터 해석을 통하여, 안정성 조건을 구하였다.

구조물의 길이, 두께, 반경의 변화에 의한 안정성 조건을 도출하였으며, Heat flux 의 크기 및 입사각에 따른 구조물의 안정도 판별과 응답해석을 수행하였다.

앞의 결과에서 알 수 있듯이 복합재료는 섬유각 ( $\theta$ )을 변화시켜서 플러터 발생의 역제가 가능하므로 우주 구조물의 재료로 사용할 경우 임무 수행의 정밀도 향상이 예측된다.

## 후 기

본 연구는 2000년도 항공우주연구소의 다목적 실용위성 2호 개발사업 과제의 위탁연구 과제로 수행되었으며 이에 연구를 지원하여주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Thornton, E. A., and Yool A. Kim, "Thermally Induced Bending Vibration of a Flexible Rolled-Up Solar Array", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 30, No.4, July -August.1993.
- (2) O. Song "Modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials", Ph.D Thesis, VPI & SU, USA.
- (3) Yi-Yuan Yu, "Thermally Induced Vibration and Flutter of a Flexible Boom", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.6, August.1969.
- (4) Seinosuke SUMI, Masahiko MUROZONO, Takayuki IMOTO and Satoru NAKAZATO, "Thermally-Induced Bending Vibration of Thin-Walled Boom with Tip Mass, Technology Reports of Kyushu University, Vol.63, No.1, January 1990.

- (5) Thornton, E. A., Chini, G. P., and Gulick, D. W., "Thermally Induced Vibrations of a Self-Shadowed Split-Blanket Solar Array.", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 32, No.2, Marc-April. 1995.
- (6) Thornton, E. A., "Thermal Structures for Aerospace Applications", AIAA, Education series. pp.343-396.