

## 섬유의 연신 공정에서의 네킹 형성

윤형섭, 정관수, 윤재륜  
서울대학교 공과대학 재료공학부

### Necking Formation in Drawing Processes of Fibers

Hyungsop Yoon, Kwansoo Chung and Jae Ryoun Youn

School of Materials Science and Engineering, College of Engineering, Seoul National University, 56-1 Shinlim-dong, Kwanak-ku, Seoul 151-742, South Korea

#### 1. 서론

합성섬유의 방사공정 중 하나인 연신 공정은 섬유의 성질을 향상시키기 위해 고화된 상태의 섬유를 신장하는 공정이다. 연신할 때 변형이 국부적으로 일어나는 네킹이 일반적으로 관찰되는데, 이 현상은 방사 공정 후에 일어나는, 합성섬유의 역학적 성질과 미세구조에 큰 영향을 미친다[1]. 본 논문에서는 네킹을 분자 구조의 변화에 대한 고려 없이 거시적인 관점에서 해석하였다. 합성 섬유의 역학적 거동을 설명하기 위해 비선형적인 점소성 물질의 성질을 지수형태의 변형 경화식과 변형속도 민감도 식을 이용한 구성방정식으로 가정하였다[2]. 해석의 단순화를 위해서 연신 공정을 등온 조건하의 일차원적 비압축성 정상유동으로 가정하여, 네킹 형성에 미치는 재료 성질과 공정 변수들의 효과를 이론적으로 해석하였으며 그 결과를 수치적으로 확인하였다.

#### 2. 이론

섬유의 연속 연신 공정은 Figure 1에 간략히 나타낸 것처럼 고화된 상태의 섬유를 롤러를 이용해 연속적으로 연신하여 이루어진다. 연신축을 따라 연신 구간내의 한 지점을  $z$ 로 표시하며 연신 구간의 길이는  $z_L$ 로 나타낸다. Feed Rolls과 End Rolls의 속도를 각각  $v_0$ 와  $v_L$ 이라고 하며, 이 두 경계조건에 의해서 연신비( $a_L = v_L/v_0$ )가 정해진다. 연신 공정 중의 섬유의 역학적 거동을 정상유동이라고 가정하면 변형률-변위 관계로부터 진변형률과 진변형속도는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{dz}{dz_0}\right) = \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dz} \cdot v = v_0 \exp(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{dz} \quad (2)$$

섬유가 비압축성 물질이라고 가정하면

$$Av = A_0v_0 \quad (3)$$

이다. 여기서  $A$ 는  $z$ 에서의 섬유 단면적이며,  $A_0$ 는 초기 단면적이다.

다음에서,

$$F = \sigma \cdot A \quad (4)$$

$F$ 와  $\sigma$ 는 각각 섬유의 단면에 작용하는 힘과 응력이다. 연신 속도가 작은 실험실적 조건에서는 관성력이 매우 작으므로 연신 공정동안  $F$ 는 거의 변하지 않는다고 가정할 수 있다[3,4]. 그러므로, 힘의 평형조건 ( $dF=0$ )을 적용하면,

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dz} = \frac{d\varepsilon}{dz} \quad (5)$$

일반적으로 연신 공정 중의 합성 섬유는 비선형적 점소성 변형을 하는 것으로 알려져 있으며, 이것의 경화 곡선은 다음과 같은 형태를 갖추고 있는 것으로 가정하였다[2,5].

$$\sigma = k[1 - \exp(-w\varepsilon)] \exp(h\varepsilon^2) \left( \frac{d\varepsilon}{dz} \right)^m \quad (6)$$

여기서  $k, w, h, m, \dot{\varepsilon}_0$ 은 각각 크기 상수(scaling factor), 점탄성 계수(visco-elastic coefficient), 변형경화 지수(strain hardening exponent), 변형속도 민감도(strain rate sensitivity), 기준 변형속도(reference strain rate)이다. 식(6)의 구성 방정식은 점탄성 효과부분과 변형경화 효과부분, 그리고 변형속도 민감도 부분으로 이루어져 있는데, 이처럼 변형률과 변형속도 부분이 곱셈 꼴로 나뉘어진 구성방정식이 일반적으로 많이 사용된다[2].

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 네킹형성

식(5)에 구성방정식인 식(6)과 변형률-변위식인 식(2)를 대입하면 변형률에 관한 미분 방정식이 된다.

$$\varepsilon'' = (\varepsilon')^2 \left[ \frac{1}{m} - 1 - \frac{2h\varepsilon}{m} - \frac{1}{m} \left( \frac{w}{e^{w\varepsilon} - 1} \right) \right] \equiv \frac{1}{m} (\varepsilon')^2 \beta(\varepsilon) \quad (7)$$

여기서  $\varepsilon'$ 와  $\varepsilon''$ 는 각각  $z$ 에 관한 일차, 이차 미분이다. 이 식으로부터 알 수 있는 변형률의 이차미분, 즉 변형률 분포의 곡률로부터 네킹 분포를 대략적으로 알 수 있다. 변형률 분포의 변곡점과 곡률의 부호를 결정하는 함수  $\beta$ 는 재료 상수에 의해서 결정되므로 동적 영향을 고려하지 않을 경우, 연신 공정에서의 네킹 형성은 주로 재료 성질의 영향을 받으며 또한, 크기 상수나 기준변형 속도는 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다.

$\beta$ 는 직선적인  $f(=1-m-2h\varepsilon)$ 와 지수함수인  $g(=w/[e^{w\varepsilon}-1])$ 의 두 부분으로 나뉘어진다.  $\varepsilon^*$ 와  $\varepsilon^{**}$ 는  $\beta=0$ 의 두 근이며, 변형률 분포에서의 변곡점에 해당된다.  $\beta$ 가 양인 두 근 사이의 구간에서는 변형이 급격히 일어나는 네킹이 일어나며

$\epsilon^{**}$  이후에서는  $\beta$ 가 다시 음이 되므로 변형이 안정화한다.

Figure 2-a에서 변형속도 민감도는 직선식  $f$ 의 절편에 영향을 미치며 1.0 이상일 경우,  $\beta$ 는 두 근을 가질 수 없다. 따라서 네킹 분포는 변형 속도 민감도가 최소한 1.0 미만일 경우에 나타난다. 또한 민감도가 0일 경우 식(7)은 해를 갖지 못하므로 변형속도 민감도를 갖지 않는 재료는 정상유동상태에 이르지 못한다. Figure 2-b에서 경화 지수는 기울기에 영향을 미치며, 값이 너무 작으면 안정화 구간이 나타나지 않게 된다. 또한 안정화가 일어나려면  $\epsilon^{**}$ 까지 변형이 일어날 만큼 충분한 연신비가 필요하다.

### 3.2 연신 구간의 길이 변화

식(7)로부터 유도된 다음의 식에서,

$$\frac{d^2z}{d\epsilon^2} = -\frac{dz}{d\epsilon} \left[ \frac{1}{m} - 1 - \frac{2h\epsilon(z)}{m} - \frac{1}{m} \left( \frac{w}{e^{w\epsilon(z)} - 1} \right) \right]$$

연신 구간의 길이가  $\gamma$  배만큼 증가하면, Figure 3과 같이 변형률 분포도 연신 방향으로  $\gamma$  배만큼 증가하여 재분포되는 것을 알 수 있다.

## 4. 결론

섬유의 연속연신 공정에서의 Neck의 형성을 해석하기 위해서 재료 성질인 변형경화 지수, 변형속도 민감도와 공정 변수인 연신비, 연신 구간의 길이를 고려하였다. 동적 영향을 고려하지 않은 경우, Neck의 형성은 주로 재료의 물성에 영향을 받으며, 변형속도 민감도를 갖지 않는 재료는 정상 유동에 다다르지 못하는 것을 알 수 있었다. 변형 속도 민감도와 변형 경화 지수는 각각 네킹 구간과 안정화 구간에 가장 큰 영향을 미치며, 연신비가 특정값 이하일 경우 냉연신 분포에 이르지 못하는 것으로 나타났다. 연신 구간의 길이가 변화하면 그 변화한 양에 비례하여 변형률 분포가 연신 방향으로 늘어나는 것으로 나타났다.

## 5. 참고문헌

1. A. Ziabicki, Fundamentals of fiber formation , John Wiley&son, London, 1976.
2. C. Gsell and A. Marquez-Lucero, *Polymer*, **34**, 2740(1993).
3. G. Le Bourvellec, J. Beautemps, and J. P. Jarry, *J. Appl. Polym.Sci.*, **39**, 319(1990).
4. M. S. Lee, T. H. Oh, S. Y. Kim, and H. J. Shim, *J. Appl. Polym. Sci.*, **74**, 1836(1999).
5. C. Gsell , N.A.Aly-Helal and J.J.Jonas, *J. Mater. Sci.*, **18**, 1731(1983).
6. A. Ziabicki, J. Tian, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **47**, 57(1993).

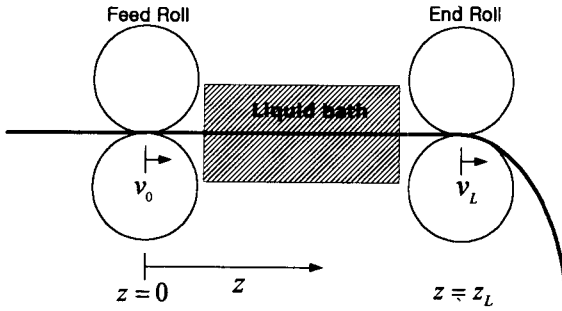


Figure 1. Continuous drawing processes

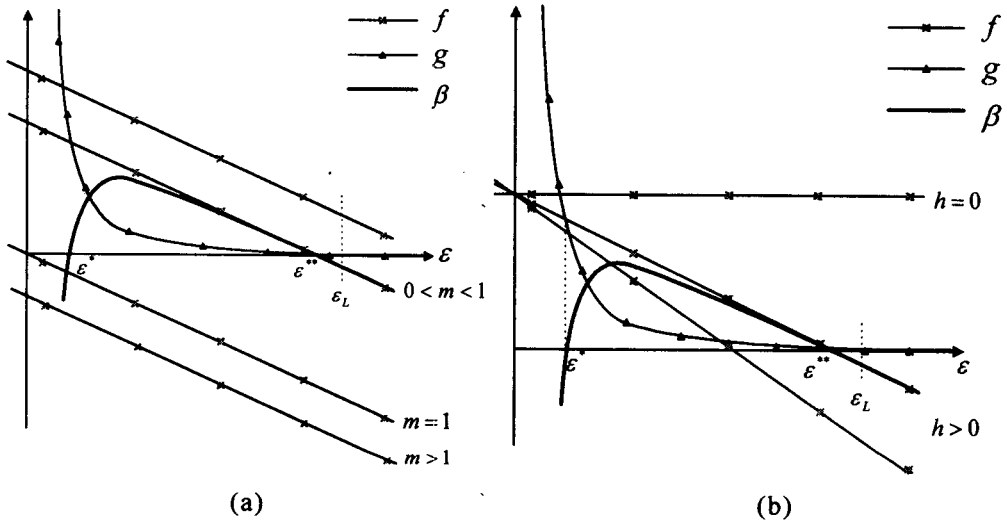


Figure 2. Schematic profiles of  $f, g$  and  $\beta$  with respect to strain rate sensitivity(a) and hardening exponent(b)

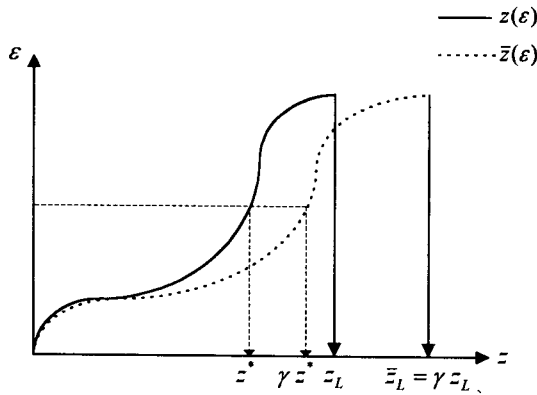


Figure 3. A proportional strain profile change with a drawing length change