

# 축 방향 하중 전달 부재의 진동제어

김도형\* · 최승주\* · 박현철\*\* · 황운봉\*\*

## Active Vibration Control of a Cylinder using Piezoceramic Actuator

Dohyung Kim, Seungju Choi, Hyunchul Park and Woonbong Hwang

**Key Words:** Cylinder(실린더), Active Vibration Control(능동진동제어), Piezoceramic Actuator(압전작동기) Genetic Algorithm(유전자 알고리즘).

### Abstract

An active control of the vibration transmitted by longitudinal load in flight control system is investigated numerically. The flight control system is modeled as a finite, thin shell cylinder with constant thickness. A vibration source is generated by exterior monopole source. Distributed piezoelectric actuator is used to control of the vibration. Thin shell theory is used to formulate the numerical models. The amplitude of vibration at discrete location and power transmission are minimized by analytical optimization method. Genetic algorithm is used as numerical optimization method to search optimal actuator position and size which amplitude of vibration is minimized.

### 기호설명

$\eta_k$  : 모드참여인자

$U_{ik}$  : k번째 i방향 모드형상

$e$  : 압전 상수 행렬

$d_{ij}$  : 압전 변형률

$Y_p$  : 압전 작동기의 영률

### 1. 서 론

일반적으로 항공기 구조에서의 진동, 특히 날개의 진동은 구조물의 동적 안정성 및 동체와 연결된 조종간에 영향을 주어 조종 성능에 영향을 끼칠 수 있으므로 이러한 진동의 제어는 항공기의 성능과도 직결되는 중요한 문제이다. 이러한

항공기 구조에 치명적인 손상을 일으킬 수 있는 여러 동적 불안정성 현상을 사전에 예방하기 위해서는 여러 가지 공학적 절차가 항공기 개발 시 고려되어야 할 것이다.

1960년대에 Meirovitch, L.[1] 등에 의해 시작된 구조물의 진동에 대한 연구는 최근에 들어서 항공기 진동이 미치는 심각성을 인식한 Silcox, R. J와 Fuller, C. R.[2]등이 PZT, PVDF와 같은 지능 재료를 사용하여 능동 진동 제어에 적용하는 등 많은 연구들이 계속되고 있다.

본 연구에서는 실린더 형태의 박판을 통해 전달되는 진동을 능동적으로 제어하고자 하였고 또한 수치적인 접근법의 하나인 유전자 알고리즘을 이용하여 전달되는 진동을 더욱 더 줄일 수 있는 분포 작동기의 최적 위치 및 크기를 찾고자 하였다. 먼저 실린더의 한쪽 끝에 외력을 가하고 작동기를 실린더의 표면에 부착하여 조종간과 연결되는 다른 쪽 끝에서의 진폭 혹은 전달되어지는 동력의 감소 크기를 구하였다. 다음으로 유전자 알고리즘을 이용하여 작동기의 최적위치 및 진동 감소 크기를 구하고 앞의 결과와 비교하였다.

\* 포항공과대학교 대학원 기계공학과

\*\* 회원. 포항공과대학교 기계공학과

## 2. 이론

### 2.1 모델링

항공기에 사용되는 비행 조종 시스템(Flight Control System)은 다수의 pushrod, bellcrank, bracket 등으로 구성되어 있다. 본 연구에서는 이 중 하나의 pushrod를 제어 대상으로 삼아 모델링하였다. joint 부분을 고려하지 않은 실린더로 Fig. 1과 같이 모델링 하였다.



Fig. 1 Model and Coordinate System

재질은 탄소섬유 에폭시 프리프레그로 적층되었던 복합재료이다. 실린더 양 끝 부분은 단순지지되는 경계조건으로 가정하였고 진동원은 점위치의 힘(point force)으로 모델링 하였다. 진동을 제어하기 위한 작동기는 선 중심 형태(line focusing type)의 압전세라믹을 고려하였으며 이것을 실린더의 표면에 부착하였다. 압전세라믹의 물성치는 Table 1과 같다

Table 1 Piezoceramic Properties

Property	Symbol	Value
Piezoelectric Charge Constants	$d_{31}$	$-260 \times 10^{-12} \text{ C/N}$
Piezoelectric Charge Constants	$d_{33}$	$540 \times 10^{-12} \text{ C/N}$
Piezoelectric Voltage Constants	$e_{31}$	$-8.7 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{C}$
Relative Dielectric Constants	$\epsilon_{11}^T/\epsilon_0$	3100
Relative Dielectric Constants	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	3400
Young's Modulus	$E_{11}$	$5.9 \times 10^{10} \text{ Pa}$
Young's Modulus	$E_{33}$	$5.2 \times 10^{10} \text{ Pa}$
Young's Modulus	$E_{55}$	$2.1 \times 10^{10} \text{ Pa}$

### 2.2 pushrod의 진동특성

앞의 모델에서 pushrod는 원통 실린더 형태의 켈(circular cylindrical shell)이다. 일반적인 켈의 진동은 Love equation으로 표현되어진다. 원통형 켈에 대한 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} + q_x = \rho h \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{Q_{\theta 3}}{R} + q_\theta = \rho h \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q_{x3}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_{\theta 3}}{\partial \theta} - \frac{N_{\theta\theta}}{R} + q_3 = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$Q_{x3} = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial \theta} \quad (4)$$

$$Q_{\theta 3} = \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta\theta}}{\partial \theta} \quad (5)$$

원통형 켈에 대한 일반 해(general solution)는 모드 확장 방법(modal expansion method)을 이용하면 다음과 같은 무한급수로 정의된다.

$$u_i(x, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(x, \theta) \quad (6)$$

여기에서  $i = x, \theta, 3$ 이다.

### 2.3 압전 작동기(piezoelectric actuator)

압전 작동기에는 3-방향으로 전압  $\phi^a$ 가 가해질 때 순방향 효과에 의하여 발생되어진 전압은 무시된다고 가정하면 역방향 효과에 의하여 생기는 박막 힘(membrane force),  $N^a$ 와 굽힘 모멘트(bending moment),  $M^a$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$N_{xx}^a = \int_{a_3} e_{31} E_3 da_3 = d_{31} Y_p \phi^a \quad (7)$$

$$N_{\theta\theta}^a = \int_{a_3} e_{32} E_3 da_3 = d_{32} Y_p \phi^a \quad (8)$$

$$M_{xx}^a = \int_{a_3} e_{31} E_3 a_3 da_3 = r_x^a d_{31} Y_p \phi^a \quad (9)$$

$$M_{\theta\theta}^a = \int_{a_3} e_{32} E_3 a_3 da_3 = r_\theta^a d_{32} Y_p \phi^a \quad (10)$$

### 2.4 Pushrod의 진동 제어

구조물의 능동 제어(active control)를 할 때 먼저 제어 대상으로 고려할 목적함수를 정해야 한다. 본 연구의 목적은 꼬리날개에서 발생한 진동이 FCS를 통해서 조종간으로 전달되는 것을 감소시키는 것이다. pushrod의 한 쪽 끝의 변위와 그 끝을 통하여 전달되는 동력의 2종류를 목적함수로 설정하였다.

#### 2.4.1 변위의 능동 제어

먼저 변위의 능동 제어를 고려해보자. pushrod의 변위는 2.2장의 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

외력에 의한 구조 모드의 크기의 벡터를  $\mathbf{A}_p$ , 모드 연성 지수를  $\mathbf{B}$ , 구조모드와 연성되어진 압전 작동기에 의한 작동힘을  $f_s$ 라 하면 변위는 아래의 식으로 표현된다.

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A}_p + \mathbf{B}f_s \quad (11)$$

$$|u_x(x^*, \theta^*)|^2 \\ = f_s^H \mathbf{B}^H \mathbf{B} f_s + f_s^H \mathbf{B}^H \mathbf{A}_p + \mathbf{A}_p^H \mathbf{B} f_s + \mathbf{A}_p^H \mathbf{A}_p \quad (12)$$

이 함수의 최소해, 즉 최적 입력 값은 식(13)과 같고, 이 때 목적 함수의 값은 식(14)이 된다.

$$f_{so} = -[\mathbf{B}^H \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{A}_p \quad (13)$$

$$|u_x^*|_{\min}^2 = \mathbf{A}_p^H [\mathbf{I} - \mathbf{B}[\mathbf{B}^H \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{B}^H] \mathbf{A}_p \quad (14)$$

#### 2.4.2 전달 동력의 능동 제어

동력의 감소는 구조물 전체의 진동 수준을 감소시켜 준다. 진동 동력 전달은 세 가지 형태의 과정에 의하여 생긴다[4]. 즉,

$$P_s = P_f + P_e + P_r \quad (15)$$

여기에서 아래 첨자는 각각 flexure, extension, torsion의 셀 운동을 나타낸다.  $P_f$ 의 양은 실린더의 rotation뿐만 아니라 radial flexure도 포함한다. 그러므로,

$$P_f = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ M_x \frac{\partial \theta_x}{\partial t} + Q_x \frac{\partial u_3}{\partial t} \right] R d\theta dt \quad (16)$$

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ N_x \frac{\partial u_x}{\partial t} \right] R d\theta dt$$

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{2\pi} \left[ N_{x\theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \right] R d\theta dt$$

여기에서  $T$ 는 진동의 주기,  $\theta_x$ 는  $\theta$ 축으로 실린더 부분의 각 회전(angular rotation)양이다.

#### 2.5 유전자 알고리즘

작동기의 최적 위치 및 작동기의 크기를 찾아

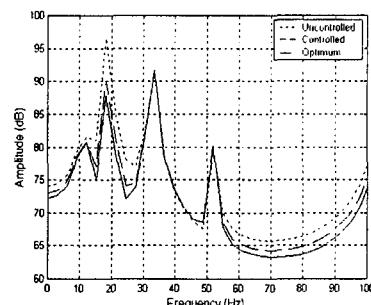
서 최소화된 변위 및 전달 동력을 구하는 것이 목적이므로 작동기의 적용 위치와 크기인  $x, \theta, \beta, L_s$ 를 변수로 하였다. 이 변수들을 이용하여 적합도를 평가하는 함수(cost function)로는 식(14)를 이용하였다.

최적화 변수의 개수는 4가 된다. 초기의 개체는 개체생성 개수를 정의하고 생성 시켰다. 생성된 개체들은 자연 선택의 과정을 거친다. 즉, 적합도 함수(cost function)에 의해 평가되는 개체들 중 교배에 적합한 것과 그렇지 않은 것으로 분류되고 적합한 것은 교배의 과정을 거치게 된다. 교배 방법은 부모의 염색체 일부분을 교환하는 방식(crossover method)을 선택하였고 교환위치는 무작위로 선택하게 하였다.

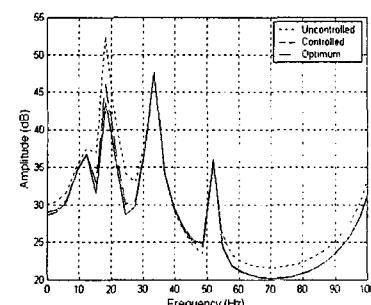
### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 변위의 능동 제어

감지기를 pushrod의 끝( $x=L, \theta=0$ )인 지점에 설정하고, 작동기 크기는  $L_s=0.1 m, \beta=\pi$ 로 하



(a) Axial Disturbance



(b) Transverse Disturbance

Fig. 2 Minimization of Displacement

였다. 15~20 Hz의 주파수 대역을 주 제어 대상으로 하였을 때 Fig. 2 (a)는 축 방향으로 외력을 가할 때의 주파수 영역에서의 결과로 15~20 Hz에서 약 7dB가 감소하였고, 최적위치에서는 2dB 정도의 추가 감소를 알 수 있었다. Fig. 2 (b)는 횡 방향으로 외력을 작용시켰을 때로 축 방향의 경우와 유사한 진동의 감소가 발생하였다.

### 3.2 전달 동력의 능동 제어

변위를 제어 할 때와 같은 위치에 작동기를 위치하고 감지기의 위치에서 전달되는 동력의 제어 결과는 Fig. 3과 같다. extensional wave가 동력 전달에 가장 지배적인 역할을 하고 torsional은 무시할 수 있을 정도이다. 축 방향으로 외력을 가하는 경우가 횡 방향으로 외력을 가하는 경우보다 extensional wave가 다른 파동 보다 큰 값을 가지게 되는데, 제어를 통하여 그 양이 줄어들기 때문에 조금 더 진동이 크게 감소한다.

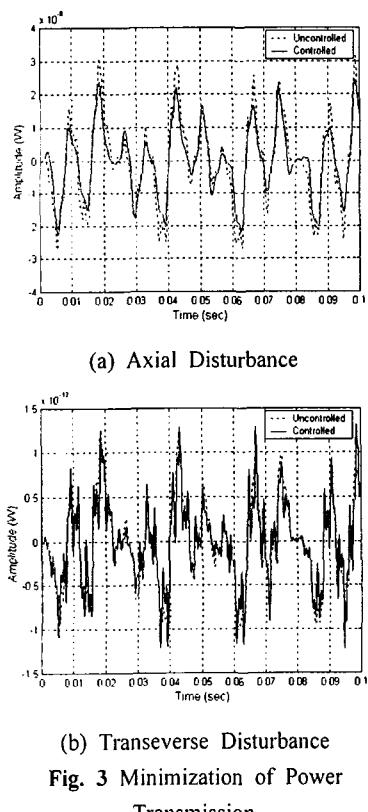


Fig. 3 Minimization of Power Transmission.

### 4. 결 론

압전작동기와 유전자 알고리즘을 사용하여 pushrod를 모델링한 실린더의 진동을 제어한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 축 방향의 하중이나 횡 방향의 하중으로 가진되어도 실린더에서는 flexural, longitudinal, 및 torsional 진동이 강하게 연성이 되어 있기 때문에 비슷한 결과를 얻을 수 있지만 횡 방향 하중의 제어가 좀 더 나은 결과를 얻을 수 있었다.
- (2) 최적의 작동기 위치를 구하는 수치적 방법으로 유전자 알고리즘을 사용하여 전달되는 진동의 크기를 더욱 더 줄일 수 있음을 확인하였다.

### 후 기

본 연구는 국방과학기술연구소(ADD)의 위탁 연구과제에 의해 연구비 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

### 참고문헌

- (1) Meirovitch, L., 1967, Analytical Methods in Vibration. Macmillan, Tronto, Canada.
- (2) Silcox, R. J., Fuller, C. R. and Lester, H. C., 1990, "Mechanisms of active control of cylindrical cavities fuselage structures," American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 28(8), 1397-1404.
- (3) C. R. Fuller, 1981, "The effect of wall discontinuities on the propagation of flexural waves in cylindrical shells," Journal of Sound and Vibration, 75, 207-228.
- (4) X. Pan and C. H. Hansen, 1997, "Active control of vibration transmission in a cylindrical shell," Journal of Sound and Vibration, 203(3), 409-434.
- (5) Nelson, P. A. and Elliott, S. J., 1992, Active Control of Sound. Academic Press, London.
- (6) Goldberg, D. E., 1989, Genetic algorithm in search, optimization, and machine learning, Addison-Wesley.