

레이저를 이용한 균일 금속 액적 생성에 관한 연구

박성민, 양영수, 김용욱

A study on the uniform metal droplet generation using Laser

Sung-Min Park, Young-Soo Yang, Yong-Wook Kim

전남대학교 대학원 기계공학과

ABSTRACT

This paper presents a study of the uniform metal droplet generation using laser. The theoretical model, based on the variational principle instead of solving the Navier-Stokes equation with moving boundaries, is developed. Our model is considered the Young-Laplace equation and force equilibrium conditions.

Surface tension coefficient is determined under the statical condition with induced differential equation by using experimental result. In case of dynamic vibration, metal droplet shape and critical detaching volume are predicted by recalculating of proposed model. The simulation result revealed that the developed model could reasonably describe the molten metal droplet behavior on vibration with metal wire.

1. 서론

최근의 용융금속액적의 생성에 관한 연구는 용융 금속을 떨어뜨려 제품을 제작하고자 하는 직접식 패속조형(direct RP, free form fabrication)등 여러 분야에서 중요하게 취급되고 있으며 최근 많은 연구가 이루어지고 있는 반도체 패키징(packaging)의 경우에는 액적을 직접 투하하여 solder bump를 제작하고자 하는 연구가 진행되고 있다. 본 연구의 목적은 레이저를 이용한 금속선의 용융 시 액적의 형상과 크기를 예측하여 용융금속액적을 이용한 응용의 이론적 근거를 제시하는 것이다.

액체상태의 액적의 생성과 이의 형상예측에 관한 연구는 1800년대 후반부터 활발히 연구되어 왔다. 그러나 연구의 대부분이 비금속물질의 액상에서 액적의 형상과 관련되어 왔고 이를 위해서는 Navier-Stokes 방정식을 풀어야하는 어려움이 있다. 이 경우 수치해석은 너무 많은 계산량이 요구되므로 실제 응용을 위해서는 비경제적이다. 따라서 액적의 형상을 적절한 가정을 통해 얻는 연구가 이루어져 왔다. 금속의 경우 용융액적생성 및 이송에 관한 연구가 미미한 상태이다. 용융금속액

적의 이송에 관한 하연은 용접과 연관된 연구가 있으며 정량적 예측보다는 실험 및 해석에 중점을 두어 연구되어왔다.

본 연구는 Nd-YAG Laser를 이용해 금속선을 용융시키고 이때 발생된 액적의 형상과 체적을 측정하였으며 힘의 평형을 이용한 액적의 형상을 유도하여 실제 실험을 통해 얻은 데이터와 비교하였다. 액적의 형상을 구하는데 있어서는 Navier-Stokes 방정식을 이용하지 않고 힘의 평형을 이용한 미분방정식을 유도하였으며 유도된 식을 수치해석을 이용해 구하였다. 해석의 앞부분에서는 외부의 영향을 고려하지 않고 액적의 형상을 예측하였으며 이를 실험과 비교하여 식을 수정하여 다시 수치해를 얻은 방법을 사용되었다. 이렇게 구한 해석결과를 이용해서 외부의 영향이 가해진 상태의 액적의 형상 및 힘의 평형에 의한 단락조건을 구하였다.

2. 모델링

금속선은 레이저에 의해 가열되며 용융온도이상 에 도달하면 표면장력에 의해 금속액적을 형성하게 된다. 이렇게 형성된 금속액적은 일정 부피 이

상에 도달하여 표면장력과 중력의 영향에 의해 금속선에서 분리되어 구형의 금속액적을 이루게 된다. 내부 온도분포가 균일하면 액체상태의 액적은 반고체(액체+고체, semi-solid)상태를 거쳐 고체상태로 변화하게 된다. 이렇게 생성된 금속액적은 외부와의 열 전달에 의해 응고된다. 본 연구에서는 금속선이 용융온도이상에 도달하여 용융된 후에 금속액적의 형상의 변화를 예측하며, 이때의 금속액적의 부피를 구함으로써 금속액적이 금속선으로부터 분리되는 조건을 구하게 된다.

2.1 용융상태의 액적형상 예측

용융상태의 금속액적은 표면장력과 중력에 의해 일정한 형상을 갖게 된다. 이의 해석을 위해 그림1과 같이 액적의 일부분의 취하여 힘의 평형을 고려하면 다음과 같은 Young-Laplace 방정식을 얻을 수 있다.

$$\gamma_s (r_1 + r_2) dL_1 dL_2 = \Delta p r_1 r_2 dL_1 dL_2 \quad (1)$$

$$\gamma_s \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \Delta p \quad (2)$$

여기서 γ_s : 표면장력계수(surface tension coefficient), Δp : 액적표면에서의 압력차.

액적의 형상을 그림2와 같이 축대칭으로 가정하면 곡률의 정의로부터

$$\frac{1}{r_1} = \frac{d\theta}{ds} \quad (3)$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{\sin\theta}{x} \quad (4)$$

s: 액적끝단에서부터의 호의 길이, θ : 액적표면의 경사각

식(3)과 식(4)를 이용해 식(2)를 정리하면

$$\gamma_s \left(\frac{d\theta}{ds} + \frac{\sin\theta}{x} \right) = \Delta p \quad (5)$$

그림 2로부터

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta \quad (6), \quad \frac{dz}{ds} = \sin\theta \quad (7)$$

식(6)과 식(7)을 식(5)에 대입하여 정리하면

$$\cos\theta \frac{d\theta}{dx} + \frac{\sin\theta}{x} = \frac{\Delta p}{\gamma_s} \quad (8)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} (x \sin\theta) = \frac{\Delta p}{\gamma_s} \quad (9)$$

경계조건은 $x=z=\theta=0$ 에서

$$\frac{\sin\theta}{x} = \frac{1}{b} \quad (10)$$

액적의 끝단에서는 축대칭의 가정에 의해 곡률이

$\frac{1}{b}$ 로 일정하므로 Δp 는 다음을 만족한다.

$$\Delta p = 2 \frac{\gamma_s}{b} - (\rho_m - \rho_g)gz \quad (11)$$

ρ_m : 액적의 밀도, ρ_g : 액적 외부의 밀도
무차원변수 c 를 다음과 같이 정의하면

$$c = (\rho_m - \rho_g) \frac{g}{\gamma_s} \quad (12)$$

식(11)과 식(12)를 이용해 위의 식들을 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{2}{B} - Z - \frac{\sin\theta}{X} \quad (13)$$

$$\frac{dX}{dS} = \cos\theta \quad (14), \quad \frac{dZ}{dS} = \sin\theta \quad (15)$$

$X = \sqrt{cx}$, $Z = \sqrt{cz}$, $B = \sqrt{cb}$, $S = \sqrt{cs}$ 는 무차원화된 x, z, b, s 이다.

$$X = \theta = 0 \text{ 일 때 } \frac{1}{X} \frac{d}{dX} (X \sin\theta) = \frac{2}{B} - Z \quad (16)$$

액적의 체적은 다음과 같다.

$$V = \int_0^Z \pi X^2 dZ = \pi X^2 Z - 2\pi \int_0^X ZX dX \quad (17)$$

$V = v c^{\frac{3}{2}}$, V : 무차원화된 액적체적 v : 액적체적 식(16)이용하면 직접 V 를 구할 수 있다.

$$V = \pi X^2 \left(Z + \frac{2 \sin\theta}{X} - \frac{2}{B} \right) \quad (18)$$

2.2 외력에 의한 액적의 형상 변화

액적에 외력을 가하게 되면 액적의 형상과 크기가 변화하게 된다. 외력에 의해 액적 내부에 발생하는 가속도를 a 라 하면 식(11)은 다음과 같이 된다.

$$\Delta p = 2 \frac{\gamma_s}{b} - (\rho_i - \rho_o)(g+a)z \quad (19)$$

식(18)과 무차원 변수인 c 를 식(12)와 동일하게 적용하면 식(13)은 다음과 같다.

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{2}{B} - Z' - \frac{\sin\theta}{X} \quad (19) \quad \frac{dX}{dS} = \cos\theta \quad (20)$$

$$\frac{dZ'}{dS} = \left(1 + \frac{a}{g}\right) \sin\theta \quad (21) \quad Z' = Z \left(1 + \frac{a}{g}\right) \quad (22)$$

경계조건은 식(10)과 동일하므로 $X = \theta = 0$ 일 때

$$\frac{1}{X} \frac{d}{dX} (X \sin\theta) = \frac{2}{B} - Z' \quad (23)$$

액적의 체적은 다음과 같다.

$$V = \int_0^Z \pi X^2 dZ' = \pi X^2 Z' - 2\pi \int_0^X Z' X dX \quad (24)$$

식(23)을 이용하면 V를 직접 구할 수 있다.

$$V = \pi X^2 \left(Z' + \frac{2\sin\theta}{X} - \frac{2}{B} \right) \quad (25)$$

2.3 액적의 분리

생성된 액적은 체적력과 표면력에 의해 금속선으로부터 분리가 이루어진다. 체적력은 액적의 체적 증가에 비례하여 증가하게 되며 표면력은 액적의 표면장력과 압력 차에 의해서 발생된다. 이 두 가지 작용력만을 고려한다면 그림3에서 보이는 바와 같이 액적의 단락이 발생할 조건은 다음과 같다.

$$F_{Bodyforce} + F_{\Delta\rho} \geq F_{Surfacetension} \quad (26)$$

액적의 단락이 θ 를 90° 일 때 발생한다고 가정하여 위 식의 적분을 수행한 후 무차원화된 식으로 나타내면 각각 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$V = \pi X^2 \left(Z + \frac{2\sin\theta}{X} - \frac{2}{B} \right) \geq \pi X \quad (27)$$

$$V = \pi X^2 \left(Z' + \frac{2\sin\theta}{X} - \frac{2}{B} \right) \geq \pi X \quad (28)$$

그러나 실제 액적의 생성과정에서 레이저 주사부로부터 보호가스의 영향에 의한 항력이 작용하게 되며, 이 때문에 액적의 크기가 증가할수록 항력도 증가하게 된다. 따라서 이 세 힘의 평형에 도달하여 액적의 체적이 평형상태보다 더 크게되면 액적이 단락되어 금속선으로부터 분리가 이루어지게 된다.

$$F_{Bodyforce} + F_{\Delta\rho} + F_{Dragforce} \geq F_{Surfacetension} \quad (29)$$

$$\rho g \int_0^z \pi x^2 dz + \pi r_e \gamma_s +$$

$$C_D \left(\frac{1}{2} \rho_g V_g^2 A_{max} \right) \geq \int_0^{2\pi} \gamma_s x d\theta \quad (30)$$

C_D : 항력상수, V_g : 보호가스의 속도

식(30)의 좌변 첫 항은 액적의 체적을 나타내며 실제 금속선의 공급량과 일치하여야한다.

$$V + C_D \left(\frac{1}{2} \rho_g V_g^2 A_{max} \right) \left(\frac{\sqrt{c}}{\gamma_s} \right) \geq 2\pi X \quad (31)$$

$$V = v_{wire} t \left(\frac{\pi d_{wire}^2}{4} \right) c^{\frac{3}{2}} \quad (32)$$

여기서, V_{wire} : 금속선공급속도 t : 액적 생성시간

d_{wire} : 금속선 직경 c : 무차원 변수

액적에 진동자를 이용해 진동을 유발하면 위에서 유도된 힘의 평형에 관한 식을 수정하여야 한다.

액적에 진폭이 m , 주기가 ω 인 사인함수형태의 변위를 가하면 액적의 단락이 발생하기 위한 힘의 평형에 관한 식은 그림4를 참조하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{Gravforce} + F_{Vibforce} + F_{Dragforce} \geq F_{Surfacetension} \quad (33)$$

$$\rho(g - m \omega^2 \sin \omega t) \int_0^z \pi x^2 dz + \pi r_e \gamma_s +$$

$$C_D \left(\frac{1}{2} \rho_g V_g^2 A_{max} \right) \geq \int_0^{2\pi} \gamma_s x d\theta \quad (34)$$

식(34)를 식(31)과 동일한 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$V \left(1 - \frac{m \omega^2 \sin \omega t}{g} \right) + C_D \left(\frac{1}{2} \rho_g V_g^2 A_{max} \right) \left(\frac{\sqrt{c}}{\gamma_s} \right) \geq 2\pi X \quad (35)$$

이 경우에도 실제 금속선 공급량과 일치하여야하므로 식(35)를 만족하여야한다.

3. 실험 및 결과

액적생성 이론 해의 검증과 수정을 위하여 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 레이저는 평균출력 250W인 펄스형 다중모드 Nd-YAG레이저이다. 금속선의 공급과 위치제어는 다중위치제어보드를 이용하였다. 금속선은 가열되면서 용융되기 시작하고 용융된 금속은 유동하여 액적이 생성되며 이렇게 생성된 액적은 일정 조건에 도달하면 금속선으로부터 단락이 발생하게 된다. 단락된 금속액적은 낙하면서 대류 열 전달에 의해 응고되어 고체상의 금속으로 사이 변화한다. Fig.5는 식(16)의 수치 해를 이용해 구한 액적의 형상이다. 액적 끝단의 곡률 반경이 감소함에 따라 액적의 형상은 구에 가까운 경향을 보인다. Fig.6은 실제 공정변수를 대입하여 액적이 단락 될 조건에 이르렀을 때의 액적의 형상을 예측한 것이다. Fig.7은 Fig.6에서 사용한 실제 공정변수를 대입하여 초고속 카메라를 이용하여 실제 액적을 촬영하였다. 본 연구에서는 표면장력계수를 직접 실험과 비교하여 계산된 값을 사용하였다. Fig.8은 액적에 진동을 가하였을 때의 형상변화를 보여 주고 있다. 이때의 조건은 Displacement magnitude는 0.05mm, 그때의 Frequency는 50 Hz이다. Fig8은 액적이 실제 체적

의 증가에 따라 진동에 의해 어떤 형상을 갖는 가
를 예측한 것이다.

4. 결론

금속액적의 생성에 관한 미분방정식을 수치해를
이용해 구하고 이를 이용해 정적상태에서 실제 실험
과 비교하였다. 이를 이용해 실제 금속액적이 갖
는 표면장력계수를 구하였고 이를 이용해 액적에
진동 등의 외력이 가해졌을 때의 액적의 형상과
액적의 단락조건을 구하였다. 액적은 생성과정에서
많은 공정 변수의 영향을 받게 되므로 표면장력계
수나 형상, 체적 등의 변화가 매우 민감하다고 할
수 있다. 본 연구에서 통해 얻은 액적해석은 실제
액적의 공정 변수를 가능한 한 간소화하여 해를
구하였고 이를 실험을 통해 검증하였다. 또한 정적
상태의 액적생성에 대한 실험을 하여 동적 하중이
작용하는 경우에 대한 액적의 형상을 예측하였다.
본 연구의 결과를 바탕으로 여러 가지 경우의 진
동에 대한 액적의 형상 및 단락조건에 응용할 수
있다.

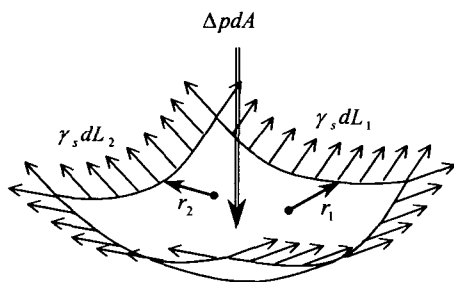


Fig.1 Element of droplet interface showing principal radii of curvature and pressure.

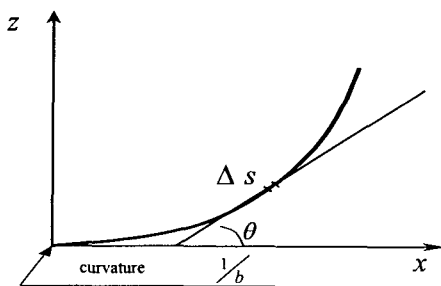


Fig.2 Notation for axisymmetric equilibrium surface determined by gravity and surface tension.

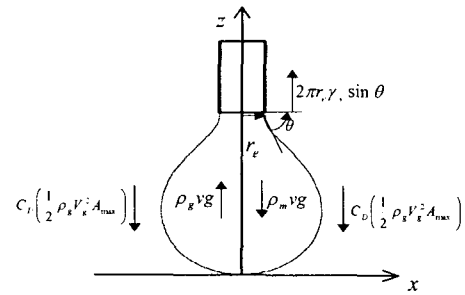


Fig.3. Equilibrium forces in a metal droplet on the end of metal wire

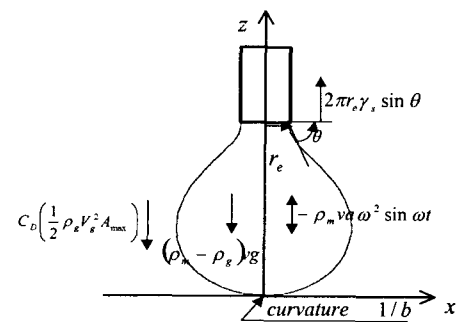


Fig.4 Equilibrium forces in a metal droplet on the end of metal wire applying vibrating force

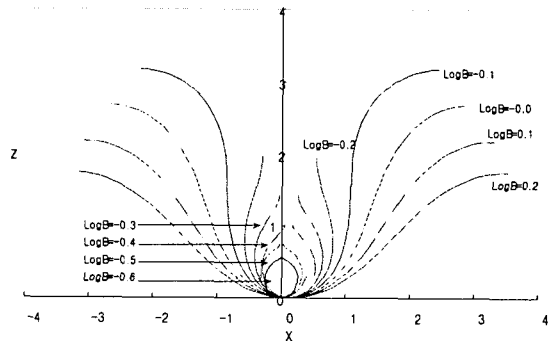


Fig.5 Drop shape of variation of X with Z for different values of parameter $\log_{10} B$

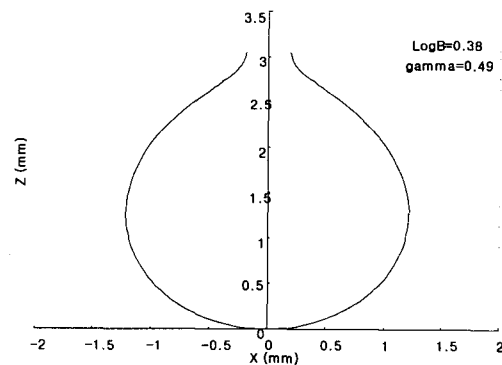


Fig.6 prediction of droplet shape satisfied force

equilibrium condition without external force

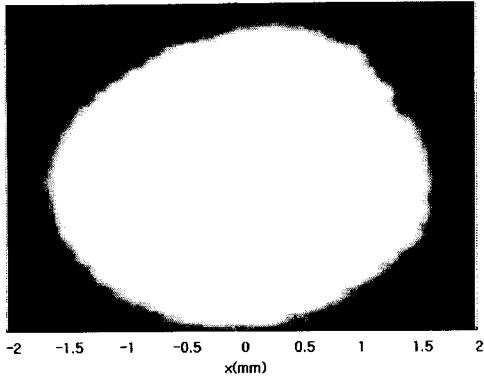


Fig.7 experiment of droplet shape satisfied force equilibrium condition without external force

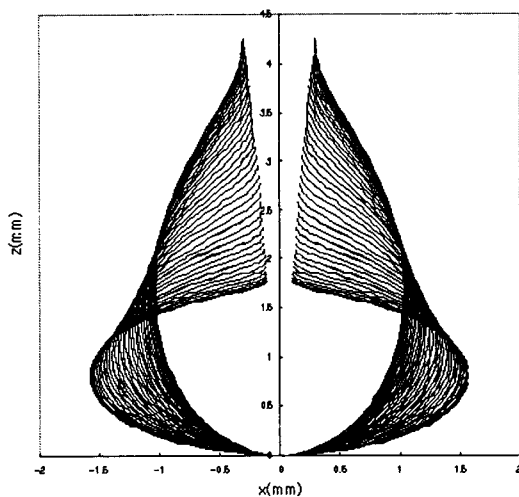


Fig.8 Changing drop shape on the external vibrating force

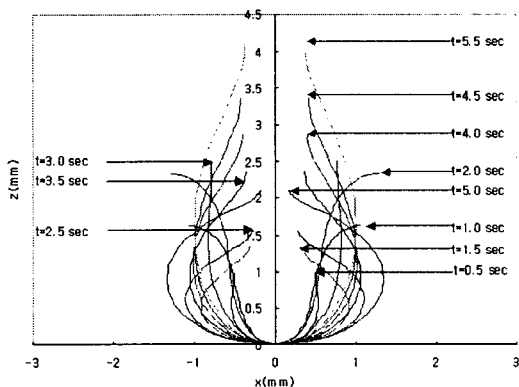


Fig.9 prediction of droplet shape correspond with time

참고문헌

1. D. J. Hayes, D. B. Wallace, M. T. Boldman and R.E. Marusak "Picoliter solder droplet dispensing", International journal of Microcircuits and Electronic Packaging, Vol.16, 1993, pp.173-180
2. Xiaoguang Zhang, "Dynamics of growth and breakup of viscous pendent drops into air", Journal of Colloid and Interface Science, Vol.212, 1999, pp.107-122
3. M. Pasandideh-Ford, R. Bhola, S. Chandra and J. Mostaghimi, "deposition of tin droplets on a steel plate : simulations and experiments" International of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, 1998, pp.2929-2945
4. J. M Waldvogel, D.Poulikakos, "Solidification phenomena in picoliter size solder droplet deposition on a composite substrate", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, 1997, pp.295-309
5. R.M.S.M. Schulkes, "The evolution and bifurcation of a pendent drop", Journal of Fluid Mechanics, Vol.278,1994,pp.83-100
6. E. Becker, W. J. Hiller and T.A. Kowalewski," Experimental and theoretical investigation of large-amplitude oscillations of liquid droplets" Journal of Fluid Mechanics, Vol.231,1991,pp.189-210
7. Stanley Hartled and Richard W. Hartley. "Axisymmetric Fluid-Liquid Interface", Elsevier Scientific Publishing company, New York, 1976
8. Haidar J, "predictions of metal droplet formation welding", Journal of Applied Physics ,Vol.84, No.7,1998, pp.3530-3540
9. L. A. Jones, "Dynamic electrode force in gas metal arc welding", Master theses, MIT, 1996
10. Osamn A. Basaran, "Nonlinear of viscous liquid drops", Journal of Fluid Mechanic, Vol. 241, 1992, pp.169-198