

## 고온초전도 테이프를 이용한 다단 전류 도입선의 최적설계

김민수, 나필선, 설승윤  
전남대학교 자동차공학부

### Optimal Design of Multi-Step Current Leads Using HTS Tapes

M. S. Kim, P. S. Na, Y. S. Seol

School of Automotive Engineering, Chonnam National University

syseol@chonnam.ac.kr

**Abstract** - The optimum cross-sectional area profile of gas-cooled high-temperature superconductor(HTS) current lead is analyzed to have minimum helium boil-off rate. The conventional constant area HTS lead has much higher helium consumption than the optimum HTS lead considered in this study. The optimum HTS lead has variable cross-sectional area to have constant safety factor. An analytical formula of optimum shape of lead and temperature profile are obtained. For multi-step HTS current leads, the optimum tape lengths and minimum heat dissipation rate are also formulated. The developed formulations are applied to the Bi-2223 material, and the differences between constant area, constant safety-factor, and multi-step current leads are discussed.

## 1. 서 론

초전도 마그네트에 전류를 공급하는 전류 도입선은 대 전류를 공급하기 위해 단면적은 충분히 커야 하지만 그로 인하여 저온부로 전도에 의한 열 유입이 증가한다. 초전도 시스템의 작동비용은 전류도입선에 의한 열유입이 대부분을 차지함에 비추어 최소 열손실을 갖는 전류도입선 설계가 필수적이다.[1]

HTS 전류 도입선을 사용한 초전도 장치의 열 유입은 초전도 성질로 인하여 저항에 의한 줄열 발생이 없어 기존의 상전도 전류 도입선 보다 작동 비용을 감소시킬 수 있다. 초전도 도입선이 초전도상태를 유지하기 위해서는 도입선에 흐르는 전류가 도입선의 임계전류 이하가 되어야 한다. 도입선의 단면적을 증대시키면 임계전류는 커지지만 이로 인하여 전도에 의한 저온부로의 열유입이 증대할 위험이 있다.

전도에 의한 열유입을 감소시키기 위해 단면적을 저온부로 갈수록 줄인다면 유입 열손실을 줄일 수 있음이 연구되고 있다.[2][3][4] 초전도체의 임계 전류밀도는 온도 증가에 따라 단조감소하므로 일정 단면적 초전도 도입선의 경우 저온부에서의 임계 전류가 필요 이상으로 커진다.[1] Zeimetz [4]는 다수의 HTS 테이프를 전류 도입선으로 이용하는 경우 각 테이프의 최적 길이와 최소 열 유입량에 대하여 연구하였다. 문정수 등[2]은 작동 전류와 임계전류의 비인 안전율  $S$ 를 고려하여 안전율이 일정한 전도냉각 전류도입선에 대하여 연구하였다.[5]

이상에서 언급한 초전도 전류도입선 최적설계는 주로 전도냉각만을 고려하여 연구되어 왔다. 하지만 도입선에 의하여 유입된 열로 인하여 초전도체 냉각제(액체 헬륨)가 증발하고 이 증발 가스를 이용하여 도입선을 냉각하는 방식은 상전도체 전류도입선에서는 일반적인 방법이다. 가스냉각 방식 상전도체 도입선에 대한 최적 설계는 Wilson[1]의 책에 설명되고 있다.

본 연구에서는 가스 냉각 HTS 전류 도입선의 최적설계에 대한 연구이다. 일정 단면적, 일정 안전율, 그리고 다단 HTS 전류 도입선에 대해서 온도분포, 저온부 유입열량을 구하여 상호 비교하였다. 일정 안전율을 가지는 HTS 전류도입선의 경우 최적 단면적 형상 공식을 유도하였으며 다단 HTS 전류 도입선의 경우 각 테이프의 최적길이에 대한 일반식을 유도하였다.

## 2. 해 석

### 2.1 안전율

안전율  $S$ 는 작동 전류와 임계 전류의 비로써 다음과 같이 정의된다.

$$S = \frac{J_c(T)A}{I} \quad (1)$$

임계 전류 밀도  $J_c$ 는 온도의 함수이고,  $I$ 는 작동전류, 그리고  $A$ 는 도입선의 단면적이다.  $J_c$

는 온도에 따라 단조 감소하므로 일정단면적 도입선 ( $A=$ 일정)의 경우 고온부에서의 안전율에 비하여 저온부의 안전율이 필요이상으로 커지게 된다. 따라서 저온부의 단면적을 고온부에 비하여 감소시킴으로서 도입선 전체적으로 안전율을 일정하게 만들면 저온부로 유입되는 열량을 감소시킬 수 있다. 먼저 일정 단면적을 가진 가스냉각 HTS 도입선에 대하여 살펴본 후 일정 안전율, 다단 전류유입선에 대한 해석을 수행한다.

## 2.2 일정단면적 HTS 전류도입선

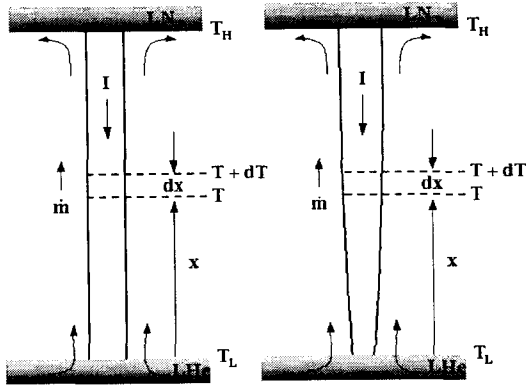


Fig. 1. (a) Schematic of a current lead with constant area, and (b) with constant-safety-factor.

Fig. 1 (a)는 저온부로 유입된 열량에 의하여 증발된 액체 헬륨 증기를 이용하여 도입선을 냉각시키는 일정단면적 도입선을 보이고 있다. 도입선의 모든 부분에서 임계전류( $J_c(T)A$ )가 작동전류( $I$ )보다 크다면 전기 저항에 의한 줄 열은 발생하지 않고 고온부와 저온부의 온도차에 의한 전도 열 전달만이 존재한다. 위치  $x$ 에서의 열 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx} \left( Ak(T) \frac{dT}{dx} \right) - f \dot{m} c_p \frac{dT}{dx} = 0 \quad (2)$$

도입선과 배출되는 가스 사이의 열교환은 열 전달 효율(efficiency of heat transfer)  $f$ 에 의하여 나타낸다.  $f$ 는 0과 1사이의 값을 가지며 완전 전도냉각인 경우 0이고, 완전 가스 냉각인 경우 1의 값을 가진다[1].  $c_p$ ,  $k(T)$ 는 각각 헬륨 가스의 비열과 HTS 도입선의 열 전도도이다.

최소안전율이  $S$ 인 일정단면적 HTS 전류도입선의 단면적은 다음 식으로 구한다.

$$A = \frac{SI}{J_c(T_H)} \quad (3)$$

경계조건은 하단( $x=0$ )의 온도는 액체헬륨 온도  $T_L=4.2K$ 이고 상단( $x=L$ )의 온도는 액체

질소 온도  $T_H=77K$ 이다. 저온부로 유입되는 열량에 의하여 증발된 헬륨의 질량유량( $\dot{m}$ )은 다음과 같다.  $c_L$ 은 헬륨의 증발잠열이다.

$$Ak(T_L) \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \dot{m} c_L \quad (4)$$

식 (2)를 해석하기 위하여 다음 변수를 정의한다.

$$\theta = T - T_L + \frac{c_L}{f c_p} \quad (5)$$

이를 이용하여 길이에 따른 온도분포를 구하면 다음 식과 같다.

$$\frac{x}{L} = \int_{\theta_L}^{\theta} \frac{k(\theta)}{\theta} d\theta \Big| \int_{\theta_L}^{\theta_H} \frac{k(\theta)}{\theta} d\theta \quad (6)$$

헬륨 증발량은 다음 식과 같고 열 유입량은 헬륨 증발량에 증발 잠열을 곱하면 된다.

$$\dot{m} = A \int_{\theta_L}^{\theta_H} \frac{k(\theta)}{\theta} d\theta \Big| f L c_p \quad (7)$$

## 2.3 일정 안전율 HTS 전류 도입선

Fig. 1 (b)처럼 안전율이 일정하도록 도입선의 단면적을 변화시키면 일정 단면적 도입선에 비하여 저온부 유입열량을 줄일 수 있음은 물론 재료절감도 이룰 수 있다. 단면적은 임계 전류 밀도의 함수가 되고 임계 전류 밀도는 온도의 함수가 되므로 단면적은 초전도 상태의 온도 분포에 따라 결정된다.

단면적은 온도의 함수가 되므로 식(1)을 식(2)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{SIk(T)}{J_c(T)} \frac{dT}{dx} \right) - f \dot{m} c_p \frac{dT}{dx} = 0 \quad (8)$$

변수분리에 의하여 길이에 따른 온도분포는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{x}{L} = \int_{\theta_L}^{\theta} \frac{k(\theta)}{J_c(\theta)\theta} d\theta \Big| \int_{\theta_L}^{\theta_H} \frac{k(\theta)}{J_c(\theta)\theta} d\theta \quad (9)$$

온도분포를 구했다면 단면적 분포는  $T(x)$ 를 식 (1)에 대입하여 구한다.

헬륨 증발량은 다음 식과 같고 유입 열은 증발 잠열을 곱하면 구할 수 있다.

$$\dot{m} = SI \int_{\theta_L}^{\theta_H} \frac{k(\theta)}{J_c(\theta)\theta} d\theta \Big| f L c_p \quad (10)$$

## 2.4 다단 HTS 테이프 전류 도입선

앞에서 구한 일정 안전율 도입선에서 유도한 최적 단면 형상은 곡선 형태로 제작 상 어려움이 따른다. 이 어려움을 해결하기 위한 방법으로 길이가 다른 다수의 HTS 테이프를 이용하여 최적 단면 형상에 접근시키는 것이 고려되고 있다.[4] Fig. 2는 HTS 테이프로 제작된 도입선을 예시하고 있다.

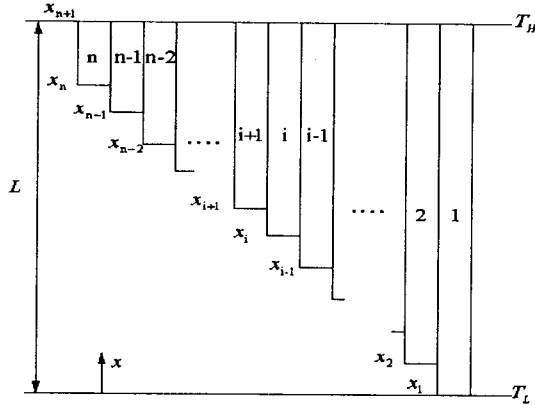


Fig. 2. Schematic of a current lead with multi-tapes.

길이가 다른  $n$ 개의 테이프를 이용할 경우, 최상단은  $n$ 개, 그 다음 단은  $n-1$ 개 등의 방법으로 테이프가 배치된다. 따라서 구간  $[x_{i-1}, x_i]$ 에서는  $i$ 개의 테이프가 존재하고, 이 구간에서의 최소 안전율은 위치  $x_{i-1}$ 에서 발생한다. 이 최소 안전율이 상단( $x=L$ )에서의 안전율과 동일하도록 테이프 길이를 조절해야 한다. 위치  $x_i$ 에서의 온도를  $T_i$ 라 하면 이 온도는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$S = \frac{J_c(T_H)nA_0}{I} = \frac{J_c(T_i)iA_0}{I} \quad (11)$$

위 식에서  $i=2, 3, \dots, n$ 이고  $T_1=T_L$ ,  $T_{n+1}=T_H$ 이다.

구간  $i$  ( $x_i < x < x_{i+1}$ ,  $i=1, \dots, n$ )의 열평형 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx} \left( iA_0 k \frac{dT^i}{dx} \right) - f \dot{m} c_p \frac{dT^i}{dx} = 0 \quad (12)$$

상첨자  $i$ 는 구간을 의미한다. 위 식을 적분하면 다음 식과 같다

$$iA_0 k \frac{dT^i}{dx} - f \dot{m} c_p T^i = C \quad (13)$$

적분상수  $C$ 는  $x=x_i$ 에서 구간  $i$ 와 구간  $(i-1)$ 의 전열량이 같아야 한다는 다음 조건을 이용하여 구한다.

$$(i-1)k \frac{dT^{i-1}}{dx} \Big|_{x=x_i} = ik \frac{dT^i}{dx} \Big|_{x=x_i} \quad (14)$$

위의 조건으로 적분 상수  $C$ 를 구하고 정리하면

$$iA_0 k \frac{dT^i}{dx} - f \dot{m} c_p (T^i - T_L + \frac{C_L}{f c_p}) = 0 \quad (15)$$

이고 이 식을 변수 분리하여  $x_i$ 에서  $x_{i+1}$ 까지 적분하면 다음과 같다.

$$K_{i+1} - K_i = \frac{f \dot{m} c_p (x_{i+1} - x_i)}{iA_0} \quad (16)$$

또한  $j$ 번째 구간( $x_j < x < x_{j+1}$ )에서의 온도 분포는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\frac{K(\theta) - K_i}{K_{i+1} - K_i} = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (17)$$

위 식에서  $K(T)$ 는 다음과 같이 정의되고

$$K(\theta) = \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{k(\theta)}{\theta} d\theta \quad (18)$$

$K_i = K(\theta_i)$ 를 의미한다. 식 (17)을 모든 구간에 걸쳐 더하여 합산하면 다음과 같이 헬륨 증발량( $\dot{m}$ )을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{A_0}{f c_p L} \sum_{i=1}^n i(K_{i+1} - K_i) \\ &= \frac{SI}{nJ_c(T_H)} \sum_{i=1}^n (K_{n+1} - K_i) \end{aligned} \quad (19)$$

각 단의 위치  $x_i$ 는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{x_i}{L} &= \frac{\sum_{j=1}^{i-1} j(K_{j+1} - K_j)}{\sum_{j=1}^n j(K_{j+1} - K_j)} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^{i-1} (K_i - K_j)}{\sum_{j=1}^n (K_{n+1} - K_j)} \end{aligned} \quad (20)$$

앞에서 구한 다단 HTS 전류도입선에 대한 공식은 테이프 사이의 접촉 저항에 의한 열 발생을 고려하지 않은 것이다. 향후 이를 고려한 연구가 필요하다.

## 3. 계산 결과 및 고찰

유도된 공식을 적용하기 위하여 Bi-2223 초전도체와 Ag-Au 합금으로 이루어진 HTS 도입선을 고려하였다. Bi-2223의 임계전류밀도는 재료 펠드에서 측정된 데이터를 커브 피팅한 다음 공식을 이용하였다.[7]

$$J_c(T) = 352.4 \times 10^6 (1 - T/107.1)^{1.58} \text{ A/m}^2 \quad (21)$$

Ag-Au 합금의 열전도도는 성분비에 따라 달라지나 본 연구에서는 다음의 값을 사용하였다.[4]

$$k = 0.00377 - 0.0186 T + 0.000194 T^2 + 0.00951 T^3 \text{ W/mK} \quad (22)$$

고온부는 액체 질소 온도 77K, 저온부는 액체헬륨의 온도 4.2K, 그리고 열전달 효율( $f$ )는 최대 열전달 상태인 1로 보았다.

가스냉각 초전도 도입선의 세 가지 설계방법을 비교하였다. 첫째는 일정 단면적을 가진 경우이고, 두 번째는 일정 안전율을 가진 경우, 그리고 세 번째는 길이가 다른 다수의 테이프들로 이루어진 도입선이다. 일정안전율 도입선의 안전율과 일정단면적 도입선의 최소 안전율, 그리고 다단 도입선의 최소 안전율을 일정하게 하고 각 설계들에서의 저온부 유입열량을 비교하였다.

최대 단의 개수는  $n \langle S J_c(4.2) / J_c(77) \rangle$  로 제한된다. 계산에 사용된 초전도체의 임계전류밀도를 이용하면 안전율  $S=1$ 일 때 최대 단의 개수는 7개이다.

표 1은 사용한 테이프 수에 따라 각 단의 온도와 위치, 그리고 일정 단면적 도입선에 대비한 체적, 열유입량을 계산한 결과이다. 두 장의 테이프를 사용한 경우( $n=2$ ), 첫 번째 테이프는 길이  $L$ 이고,  $x_1/L=0.32$ 는 두 번째 테이프의 길이가  $0.68L$ 임을 말한다. 또한 테이프가 두 장에서 한 장으로 바뀌는 지점의 온도는 60.72K가 된다. 이 온도 60.72K는 테이프 4장을 사용할 경우의 2번째 단의 온도와 동일하다. 하지만 4장의 테이프를 사용할 경우, 2번째 단의 위치는  $0.34L$ 로서 테이프 2장을 사용할 경우의 1번째 단의 위치와는 차이가 있다.

테이프 수가 많아질수록 첫 번째 단의 위치는 거의 도입선 하단과 가까워진다. 즉, 테이프의 수가 6장과 7장인 경우 두 번째 테이프의 길이는 첫 번째 테이프 길이의 99.999% 이상이 되어 실제적으로 도입선 길이에 해당한다.

Fig. 3에서 보이듯이 일정 안전율 도입선의 온도 분포는 일정 단면적 도입선의 온도 분포보다 더 높다. 다단 전류도입선의 온도분포는 이 두 개의 온도분포 사이에 존재한다. Fig. 3에 2장과 3장의 테이프를 사용한 경우의 온도 분포를 도시하였다.

세 경우에 대한 단면적의 분포는 Fig. 4이다. 그림에 보이듯이 최소 안전율이 모두 동일하므로

$x=L$ 의 위치에서 단면적은 모두 동일하다. 일정 안전율 도입선은 저온부로 갈수록 단면적이 줄어들어  $x=0$  위치에서는  $x=L$  위치의 면적의 0.14에 불과하다. 이 값은  $J_c(T_H)/J_c(T_L)$ 의 값과 동일하다.

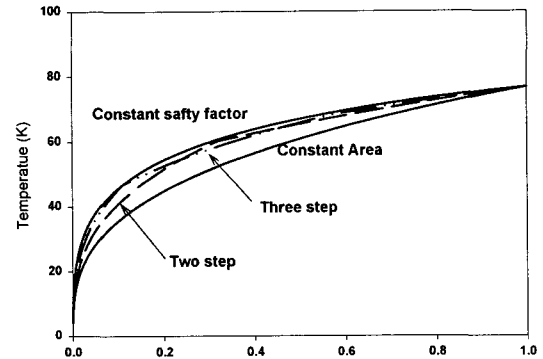


Fig. 3. Temperature profiles for constant-area lead, constant-safety-factor lead, 2-tapes, and 3-tapes lead.

일정 단면적 도입선에 비해 일정 안전율 도입선은 도입선의 부피도 줄일 수 있다. 표 1. 에 보이듯이 일정 안전율 도입선은 일정 단면적 도입선 부피의 63%이다. 다단 전류도입선인 경우 단의 수가 증가할 수록 부피를 줄일 수 있음을 알 수 있다.

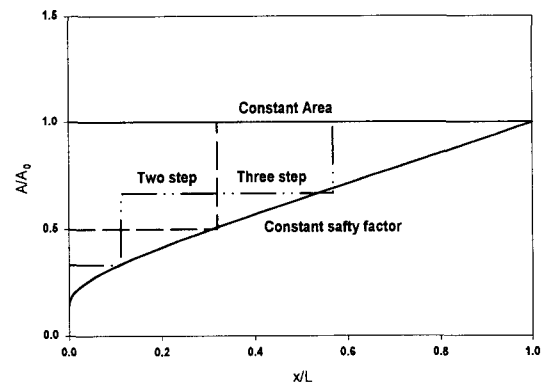


Fig. 4. Cross-sectional area distributions for constant-area lead, constant-safety-factor lead, 2-tapes, and 3-tapes lead.

도입선 위치에 따른 안전율  $S$ 를 비교하면 Fig. 5와 같다. 일정 단면적 도입선은 고온부에서 1이고 저온부에서 최대 7.04로서 단조 증가한다. 즉 저온부( $x=0$ )에서는 임계전류가 작동전류의 7배 이상이 되어 과 설계되었음을 알 수 있다. 2단 도입선의 안전율은 고온부( $x=L$ )에서 1이고 저온부로 갈수록 증가하여 테이프가 2장에서 1장으로 바뀌기 직전에 최대값 2가 된다. 테이프의 수가 1장으로 바뀌는 지점  $x/L=0.32$ 에서 안전율은 다시 1로 감소하고 계속 저온부로 갈수록 안전율은 증가하여 저온단( $x=0$ )에서

3.49가 된다. 3단 도입선의 경우 저온단에서 최대 안전을 2.35, 테이프 1개와 2개가 만나는 곳에서 1.98, 테이프 2개와 3개가 만나는 곳에서 1.485이다.

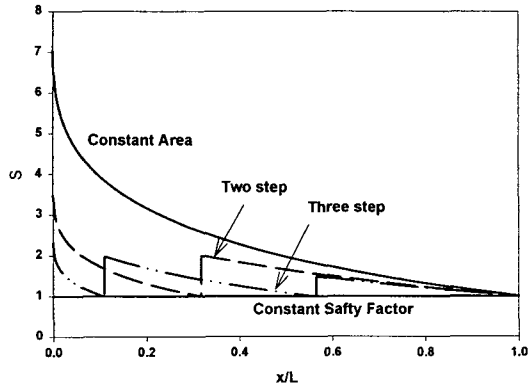


Fig. 5. Safety factor profiles for constant-area lead, constant-safety-factor lead, 2-tapes, and 3-tapes lead.

Table 1. Comparison of heat leak and volume of multi-step lead and constant safety-factor lead.

	$Q/Q_0$	$V/V_0$	$x_i/L$	$T_i(K)$
2-step	0.75	0.84	0.32	60.72
3-step	0.69	0.77	0.11	47.15
			0.57	68.44
4-step	0.66	0.74	0.04	35.17
			0.34	60.72
5-step	0.63	0.71	0.68	71.21
			0.01	24.26
			0.20	53.68
			0.47	65.77
6-step	0.62	0.70	0.75	72.65
			0.001	14.13
			0.12	47.15
			0.33	60.72
			0.56	68.44
7-step	0.60	0.69	0.79	73.53
			0.0001	4.60
			0.07	41.00
			0.24	55.96
			0.43	64.78
			0.63	70.09
일정 안전을	0.54	0.63		

저온부로 유입되는 열량  $Q$ 를 일정 단면적 도입선의 유입열량  $Q_0$ 와 비교하여 표 1에 나타내었다. 일정단면적 도입선과 비교하여 일정 안전을 도입선에서는 저온부로 유입되는 열량이 54%에 불과하다. 2단 도입선은 75%이고, 단의 많아질수록 줄어들어 7단에서는 60.4%이다. 일

정 단면적 도입선에 비하여 2단 도입선은 유입열량이 25% 감소하지만 2단에서 3단으로 바뀌면 6.5% 감소에 그친다. 즉 단의 증가에 따라 유입열량의 절감 효과는 줄어들 수 있다.

#### 4. 결 론

저온부로 유입되는 열량을 최소화 하기 위한 가스-냉각 HTS 전류도입선의 단면형상을 공식화하였다. 또한 다수의 테이프를 이루어진 다단 전류도입선을 설계할 경우 최소 헬륨 증발량을 가지는 각 테이프의 길이를 산출하였다. 유도된 공식들을 Bi-2223 초전도체에 대하여 적용한 결과 최적 단면 형상을 가진 도입선은 일정단면적을 가진 도입선에 비하여 46%의 헬륨 증발량 감소를 가질 수 있음을 보였다. 다단 전류도입선을 사용할 경우 사용 테이프 수가 증가함에 따라 헬륨 증발량을 점차적으로 줄일 수 있음을 보였다. 최적 길이를 가지는 3장의 테이프를 사용하면 일정단면적 도입선에 비하여 31%의 열손실을 줄일 수 있다. 또한 최적 단면형상, 그리고 다단 도입선을 사용함으로써 사용 재료의 절감도 기할 수 있다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] M. N. Wilson, Superconducting Magnets, chap. 11, Oxford University Press, 1983.
- [2] Yu. L. Buyanov, "Current leads for use in cryogenic devices. Principle of design and formulae for design calculation," Cryogenics, Vol. 25, pp. 94-110, 1985.
- [3] J. R. Hull, "High temperature superconducting current leads for cryogenic apparatus," Cryogenics, Vol. 29, pp. 1116-1123, 1989.
- [4] B. zeimetz, "General design formula for tapered, conduction-cooled current lead utilizing high temperature superconducting tapes," Supercond. Sci. Technol., Vol. 12, pp. 181-183, 1999.
- [5] 문정수, 설승운, "단면적이 변화를 가지는 고온초전도 전류도입선 해석", 한국초전도·저온 공학회 2000년 학술대회 기초과학지원연구소, pp. 22-25.
- [6] T. Sasaoka, "Design and testing of current leads made from Ag-Au sheathed Bi-2223 superconducting wires," Cryogenics, Vol. 37, pp. 409-415, 1997.
- [7] B. Zeimetz, "Vapour cooled high  $T_c$  current leads utilizing Bi-2223/Ag tapes," Supercond. Sci. Technol. Vol. 11, pp. 1091-1094, 1998.