

## 비선형 영역에서의 재료감쇠비 측정을 위한 주파수-위상각법 Frequency-Phase Method to Measure Material Damping in a Nonlinear Range

우규석<sup>1)</sup>, Kyu-Suhk Woo, 조성호<sup>2)</sup>, Sung-Ho Joh

<sup>1)</sup> 중앙대학교 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Chung-Ang University

<sup>2)</sup> 중앙대학교 토목공학과 조교수, Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Chung-Ang University

**SYNOPSIS** : Material damping is an important parameter to evaluate the site response by a dynamic loading. Currently the material damping of the subgrade is mainly determined by a resonant column testing. Typical methods to evaluate material damping include half-power bandwidth method and free-vibration decay method. In the large strain range, the half-power bandwidth method gives an erratic damping factor, because the method is based on the assumption of the linear behavior of a specimen. The free-vibration decay method has also limitations in that the damping factors vary with the range of cycles in calculation, and also in that the specific shear strain can not be designated for the free vibration. In this study, the frequency-phase method, which was developed to evaluate material damping of a beam simply supported, is introduced to evaluate the material damping by the resonant column testing. Also, the comparison among half-power method, free-vibration decay method and the frequency-phase method is provided for a remolded sand.

**Key words** : material damping, resonant column testing, half-power method, free-vibration decay method, frequency-phase method.

### 1. 서 론

주로 지각운동에 발생하는 지진동은 지중 심부에서부터 지표면까지 전파되는데, 지표면에서 측정되는 지반진동의 크기는 기반암과 상부 토층사이의 전단강성비에 따라서 지진동의 주기에 따라 증폭 또는 감쇠되기도 한다. 지진동에 대한 지반의 응답은 기반암 상부 토층의 동적특성에 따라서 크게 달라지게 되며, 특히 지진동의 크기가 지반에 큰 전단변형률을 발생시킬 경우 지반매질이 비선형 거동을 하게 되어 지진에 대한 지반응답해석에 있어서 지반매질의 비선형 거동특성을 반영함이 필수적이다.

지반의 비선형 거동특성은 전단변형률에 따른 전단탄성계수의 감쇠, 재료감쇠비의 증가 등으로 표현되어지는데, 이 중 재료감쇠비에 따른 재료감쇠비의 증가추이는 일반적으로 공진주·비틀전단 시험에 의해서 주로 평가된다. 공진주·비틀전단 시험의 경우, 재료감쇠비의 측정은 하프-파우어 대역폭법, 자유진동감쇠법, 히스테리시스 루프 등으로 측정하는 것이 일반적이거나, 각 방법마다 장단점이 존재한다.

하프-파우어 대역폭법은 비교적 쉽게 적용할 수 있지만, 시료가 비선형 거동을 보이는 경우 재료 감쇠비가 과대하게 측정되는 단점이 있고, 측정된 재료감쇠비에 대한 전단변형률을 명확히 규정하기 어려운 단점이 있다. 또한, 자유진동감쇠법의 경우도 전단변형률에 대한 정의문제와 진동수에 따른 재료감쇠비의 변화 등과 같은 문제점이 있다.

1964년 Smith and Berns는 보 요소의 재료감쇠비 측정을 위한 주파수-위상각법을 제안하였다. 주파수-위상각법은 측정하고자 하는 시스템의 고유주파수와 고유주파수에 근접한 임의 주파수에서의 위상각을 구하여 이로부터 재료감쇠비를 측정하는 방법이다. 주파수-위상각법은 재료의 선형성을 가정할 필요가 없기 때문에 재료의 비선형 영역에서도 적용가능한 방법이며, 또한 재료의 고유주파수와 임의 주파수에서의 위상각 정보만 필요로 하기 때문에, 자유진동감쇠법에서처럼 별도의 진동하중 재하로 인한 시료 교란가능성을 제거할 수 있는 장점이 있다. 또한, 주파수-위상각법의 공진주 실험 적용측면에 있어서도, 전단탄성계수를 측정하는 실험절차의 자료획득 방법만 다소 변화시키면 공진주 실험에 용이하게 적용할 수 있기 때문에, 주파수-위상각법은 하프-파우어 대역폭법 및 자유진동감쇠법의 단점을 극복할 수 있는 재료감쇠비 측정방법이라고 할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 구조요소의 재료감쇠비 측정 목적으로 개발된 주파수-위상각법을 공진주 실험에 의한 흙 시료의 재료감쇠비 측정에 적용하기 위한 이론적 기반을 정립하고, 주파수-위상각법의 적용성 및 타당성을 실제 시료에 대한 적용을 통하여 확인하고자 한다. 또한, 비선형 영역에서의 주파수-위상각법에 의한 재료감쇠비 측정결과를 하프-파우어 대역폭법, 자유진동감쇠법에 의한 측정결과와의 비교 검토함으로써 주파수-위상각법에 대한 신뢰성을 검증하고자 한다.

## 2 공진주 실험의 개요

공진주실험은 시료의 동적 물성치 특성을 규명하기 위한 실험으로서, 공진주 실험의 기본장비는 고정단-자유단의 구조로 되어 있으며, 시료의 바닥면은 바닥판에 회전저항할 수 있도록 고정되어 있고, 시료의 윗면은 가진 시스템과 연결된다. 가진 시스템은 상부 캡과 가진판으로 연결되어 있으며, 시료에 반복적으로 비틀력을 가하기 위해 자유롭게 회전이 가능하다. 시험의 기본원리는 원통형 모드가 일차모드에서 공진이 유발되도록 하고, 탄성파이론을 바탕으로 시료의 동적물성을 획득하는 것이다. 주파수를 변화 시켜가면서 비틀력을 코일-자석상호작용에 의해 시료의 상부에 작용하고 주파수에 따른 시료의 변위를 가속도계로 측정한다. 주파수응답곡선을 구한다. 주파수응답곡선에서 일차모드의 공진주파수를 찾고, 시험장치의 특성과 시료의 크기 등을 조합시켜 전단탄성계수와 전단파 속도를 측정한다. 이때 얻은 주파수 응답곡선의 폭과 자유진동 감쇠곡선을 이용하여 감쇠비를 구할 수 있다.

## 3 재료감쇠비 측정방법

### 3.1 하프-파우어 주파수 대역폭법 (Half-Power Frequency Bandwidth Method)

하프-파우어 대역폭법은 공진주파수를 중심으로 주파수 응답곡선의 절대값을 측정함으로써 이루어진다. 주파수 응답곡선에 기초한 하프-파우어 대역폭법에 의한 재료감쇠비는 일자유도계 시스템에 조화진동이 가해졌을 때의 동적증폭계수로부터 유도할 수 있으며, 일자유도계에 조화 진동이 가해진 경우의 동적증폭계수는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$M = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2Dr)^2}} \quad (1)$$

여기서,  $M$ 은 동적증폭계수 (dynamic magnification factor),  $r$ 은 주파수비 (일자유도계의 고유주파수로 정규화한 진동주파수),  $D$ 는 재료감쇠비를 의미한다. 공진주파수에서의 동적증폭계수 (그림 1에서  $M_R$ )

에  $a$ 를 곱한 값, 즉,  $aM_R$ 에 해당되는 주파수비,  $r$ 은 식 (2)를 만족하게 된다.

$$\frac{a}{2D} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2Dr)^2}} \quad (2)$$

여기서,  $a$ 는  $M/M_R$ 으로서, 주파수비  $r$ 에서의 동적증폭계수를 공진주파수에서의 동적증폭계수로 나눈 값이다. 동적증폭계수  $aM_R$ 에 해당되는 두 개의 주파수비를  $r_1, r_2$ 이라고 하면 (그림 1참조), 식 (2)는 최종적으로 아래 식 (3)으로 정리된다.

$$D (\%) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{a^2} + \sqrt{-1 + \frac{1}{a^2} + \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{2}\right)^2}} \times 100 \quad (3)$$

식 (3)은  $a=1/\sqrt{2}$  즉, 하프-파우어 (half-power)의 경우, 더욱 간편하게 정리되며, 재료감쇠비는 최종적으로 식 (4)의 형태로 표현된다.

$$D (\%) \simeq \frac{r_2 - r_1}{2} = \frac{f_2 - f_1}{2f_N} \quad (4)$$

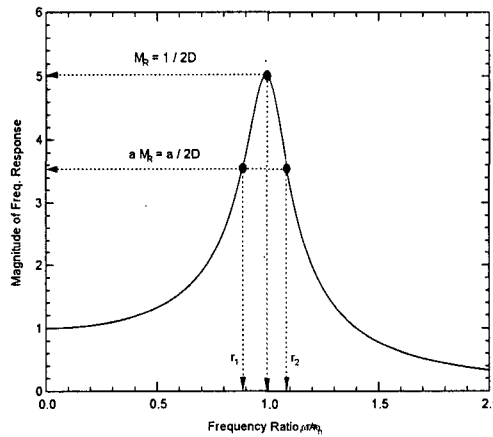


그림 1. 일자유도계 시스템의 주파수 응답곡선

### 3.2 자유진동감쇠법 (Free-Vibration Decay Method)

자유진동감쇠법은 시료를 공진주파수로 진동을 시킨뒤 가진력을 차단하여 시료가 자유감쇠를 하는 동안에 생기는 감쇠곡선의 각각의 진폭을 구하여 재료감쇠비를 계산하는데, 재료감쇠비 계산을 위한 식은 일반적으로 단자유도계에 대한 운동방정식으로부터 유도되어진다. 그림 2에서 보는 바와 같이, 시간  $t_n$ 과  $t_{n+1}$ 에서의 진폭은 식 (5)와 (6)의 형태로 표현된다.  $t_{n+1}$ 이  $t_n$ 이후 한 주기에 대한 시간이 경과한 시점이라는 것을 고려하면, 식 (6)은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$X_n = e^{-at} [A_1 \sin(\omega_d t_n) + A_2 \sin(\omega_d t_n)] \quad (5)$$

$$X_{n+1} = e^{-at+1} [A_1 \sin(\omega_d t_n + 2\pi) + A_2 \sin(\omega_d t_n + 2\pi)] \quad (6)$$

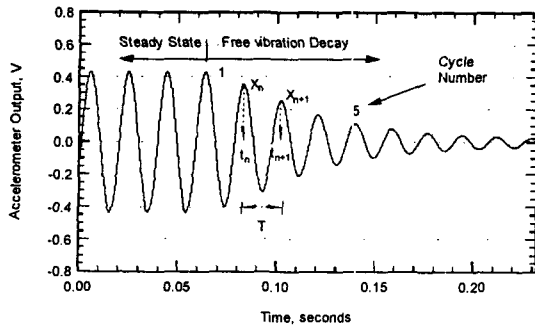
$$X_{n+1} = e^{-at+1} [(A_1 \sin(\omega_d t_n) + (A_2 \sin(\omega_d t_n))] \quad (7)$$

식 (5)와 (7)로부터 대수감쇠 (logarithmic decrement)를 구하면, 식 (8)과 같이 되며, 이로부터 식 (9)에 의해 재료감쇠비  $D$ 를 구할 수 있다.

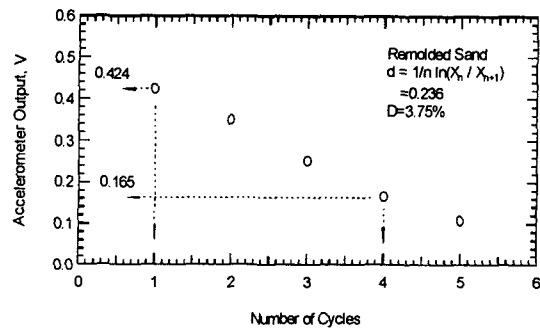
$$\delta = \ln X_n - \ln X_{n+1} = \ln e^{-at_n} - \ln e^{-at_{n+1}} = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}} \quad (8)$$

따라서, 재료감쇠비는 식(14)와 같이 표현될 수 있다.

$$D = \sqrt{\frac{\delta^2}{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (9)$$



(a) 자유감쇠진동의 시간이력곡선



(b) 각 진동수에 대한 자유감쇠진동의 첨두치

그림 2. 전형적인 자유진동 감쇠곡선과 대수감쇠

### 3.3 히스테리시스 루프법 (Hysteresis Loop Method)

히스테리시스 루프법은 도해법이 일반적이다. 즉, 비틀전단 실험시 한 주기의 재하동안 소모된 에너지 ( $W_D$ )와 최대변형시 발생하는 변형률 에너지( $W_S$ )와의 관계인 식 (10)으로부터 구하게 된다.

$$\xi = \frac{W_D}{4\pi W_S} \quad (10)$$

비틀전단실험에서 한 주기동안 소모된 에너지( $W_D$ )를 구하는 것은 히스테리시스 루프 그림에서 루프의 면적을 도해적으로 구해야 한다. 비교적 재료감쇠비가 큰 경우는 큰 오차 없이 구할 수 있지만, 재료감쇠비가 작은 경우는 히스테리시스 루프의 면적이 작기 때문에 신뢰성 있게 계산하는 것이 용이한 일이 아니다.

### 3.4 주파수-위상각법 (Frequency-Phase Method)

주파수-위상각법은 구조시스템에서 재료감쇠비를 측정하는 방법으로 Smith and Berns (1964)에 의해 제안었다. 그림 3은 Smith and Berns가 보요소의 재료감쇠비를 측정하기 위하여 주파수-위상각법을 적

용한 실험구성과 이를 위해 사용한 실험장비를 보여주고 있다. 우선적으로 보 요소에 가진장치에 의해 정현파의 진동이 가해지고, 이 가진에 대한 보 요소의 응답을 보에 설치된 가속도계로 측정하였다. 그리고, 가진 신호와 응답신호를 오실로스코프로 측정하여 가진신호와 응답신호로 이루어지는 타원형의 기울어지는 정도를 이용하여 고유주파수를 측정하였고, 기울어진 타원형의 기하학적인 크기를 이용하여 위상각을 계산하였다(그림 4). 실험으로부터 측정한 고유주파수와 특정 주파수에서의 위상각을 이용하여 식 (11)로부터 대수감쇠를 계산하고, 이를 식 (12)에 대입하여 재료감쇠비를 계산하는 방법이다.

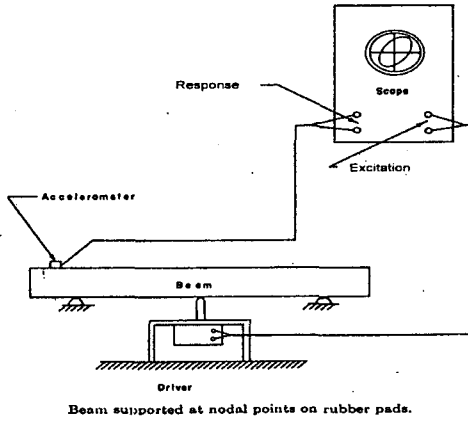


그림 3. 주파수-위상각법사용을 위한 실험장비

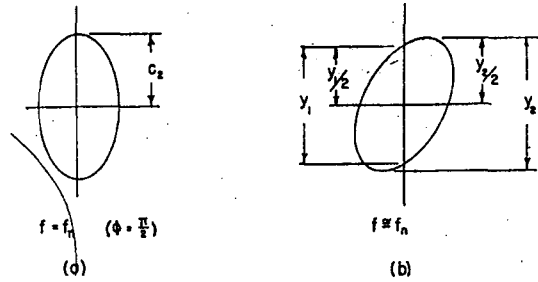


그림 4. 일반적인 거동을 스코프에서 측정 한 형상

$$\delta = \left( \frac{f_n}{f} - \frac{f}{f_n} \right) \pi \tan \phi \quad (11)$$

$$2D = \frac{\delta \omega_n}{\pi} \quad (12)$$

여기서,  $\delta$ 는 대수감쇠,  $\omega_n$ 는 보요소의 자연진동수,  $\omega$  보요소의 가진진동수,  $\phi$ 는 가진력과 변위사이의 위상각을 의미한다.

### 3 공진주실험에서 재료감쇠비측정을 위한 주파수-위상각법의 적용

공진주실험장치 중 원통형 시료 위에 설치되어 있는 구동 플레이트(drive plate)와 영구자석, 코일 시스템 등은 하나의 일자유도계 시스템으로 이상화할 수 있다. 질량( $m$ ), 감쇠( $c$ ), 스프링( $k$ ) 등으로 구성된 일자유도계 시스템에 일정한 크기( $Q_0$ )로 임의 주파수( $\omega$ )의 정현파 하중을 가하였을 때 운동방정식은 아래 식 (13)과 같이 된다. 여기서,  $m$ 은 이상화된 일자유도계 시스템의 질량이며,  $c$ 는 원통형 시료의 재료감쇠와 공진주실험장비의 시스템 감쇠를 합한 것이고,  $k$ 는 이상화된 일자유도계의 스프링 상수이다.

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + kz = Q_0 \sin \omega t \quad (13)$$

식 (13)에 대한 해,  $z(t)$ 를 정리하면, 식 (14)의 동적증폭계수와 식 (15)의 위상각을 구할 수 있다.  $z(t)$ 는 이상화된 일자유도계가 시간에 따라 변하는 변위이기 때문에, 공진주실험장치에서는 구동 플레이트의 끝에 부착되어 있는 영구자석의 변위라고 할 수 있다. 공진주실험장비의 경우, 구동 플레이트의 측면에 고정되어 있는 가속도계로 구동 플레이트의 운동을 측정하기 때문에,  $z(t)$ 는 가속도계로 측정된 신호를 시간에 관하여서 두 번 적분하여서 추정하는 것도 가능하다. 그리고, 공진주실험장치에서 시료에

가해지는 비틀력은 RCTS 시스템의 코일에 가해지는 전력에 비례하기 때문에, 이상화된 일자유도계에 가해지는 힘,  $Q(t)$ 는 RCTS 시스템의 코일에 가해지는 전압 또는 전류의 제곱에 비례한다. 따라서,  $Q(t)$ 는 공진주 실험시 코일에 보내는 전압의 신호를 측정함으로써 추정할 수 있다.

$$M = \frac{A}{Q_0/k} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2D\frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \quad (14)$$

$$\tan \phi = \frac{2D\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (15)$$

여기서, 동적증폭계수,  $M$ 은 이상화된 일자유도계 시스템의 진폭크기  $A$ 와 일자유도계 시스템에 가해지는 조화진동의 크기  $Q_0$ , 일자유도계의 스프링 상수,  $k$ 로 표현되어지는데, 공진주 실험에 있어서는  $A$ 는 구동 플레이트에 부착되어 있는 가속도계로 측정한 가속도를 시간에 관하여 두 번 적분한 것,  $Q_0$ 는 공진주실험장비의 코일로 보내지는 전압의 크기를 제공한 것이고,  $k$ 는 일자유도계의 고유 상수이고 시간에 따라 불변하는 상수이다. 따라서, 공진주 실험의 경우, 동적증폭계수 그 자체보다는 동적증폭계수에 비례하는 항을 추정한다고 할 때, 식 (16)에서와 같이 공진주실험장비의 코일로 보내지는 신호에 대한 가속도계 신호의 비, 즉, 주파수 응답곡선을 구한 후에 진동 주파수의 제곱으로 나누어줌으로써 동적증폭계수에 비례하는 항을 추정할 수 있다. 한편, 일자유도계에 가해지는 입력  $Q(t)$ 와 출력  $z(t)$ 사이의 위상각 차이를 나타내는 식 (15)는 코일 입력 신호와 가속도계 출력신호를 이용할 때에도 여전히 유효하기 때문에 식 (15)를 사용하여 일자유도계의 입력 및 출력사이의 위상각 차이를 구할 수 있다.

$$M = \frac{A}{Q_0/k} \propto \frac{U}{V_0^2} = \frac{\ddot{U}/\omega^2}{V_0^2} \quad (16)$$

여기서,  $U$ 는 일자유도계 시스템의 변위,  $\ddot{U}$ 는 일자유도계 시스템의 가속도,  $\omega$ 는 일자유도계 시스템에 가해지는 하중의 진동주파수,  $V_0$ 는 일자유도계 시스템의 코일에 가해지는 전압을 의미한다. 한편, 식 (15)의 위상각에 관한 관계식은 일자유도계 시스템의 감쇠계수  $D$ 를 구하는데 적용될 수 있다. 식 (15)를  $D$ 에 관해서 정리하면, 다음의 식 (17)과 같은 형태로 된다.

$$D (\%) = \frac{1}{2} \left( \frac{\omega_n}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_n} \right) \tan \phi \times 100 \quad (17)$$

여기서,  $\omega_n$ 은 일자유도계 시스템의 고유주파수이다. 즉, 공진주 실험에서 위상각  $\phi$ 는 주파수 응답곡선의 위상각 스펙트럼에서 구할 수 있는 항이고, 가진 주파수도 정해져 있는 값이기 때문에, 고유주파수만 알 수 있으면 식 (17)에 의해서 일자유도계의 감쇠비를 계산할 수 있다. 공진주실험장비의 고유주파수는 식 (17)을 이용하여 용이하게 결정할 수 있다. 만일 코일에 가해지는 가진력의 가진 주파수를 고유주파수로 하였을 때, 식 (15)의 분모는 0이 되어서 식 (15)의 우변은 무한대의 값이 된다. 따라서, 식 (15)의 좌변인  $\tan \phi$ 가 무한대가 되기 위해서는 위상각  $\phi$ 의 값이  $\pm\pi/2, \pm3\pi/2, \dots, \pm(2n-1)\pi/2$  이어야 하고, 일반적으로 위상각  $\phi$ 가  $0 \sim \pi$ 의 범위에 있기 때문에, 위상각  $\phi$ 가  $\pi/2$ 가 될 때의 주파수를 찾으면(그림 5), 그 주파수는 고유주파수가 된다. 고유주파수는 주파수 응답곡선의 진폭이 최대가 되는 공진주파수와 차이가 있기 때문에, 특히 하프-파우어 대역폭법의 적용시 유의할 필요가 있다.

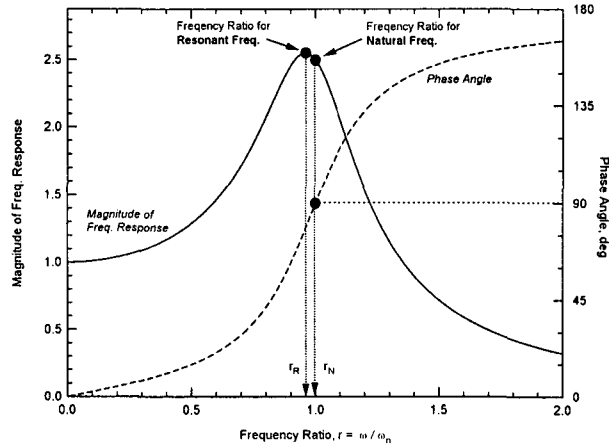


그림 5. 주파수 응답곡선의 진폭 스펙트럼과 위상각 스펙트럼

#### 4 공진주실험에 의한 재료감쇠비 측정사례

본 연구에서 제안한 주파수-위상각법의 적용성과 신뢰성을 평가하기 위하여 하상에서 채취한 모래 시료에 대하여 공진주실험을 수행하였고, 하프-파우어 대역폭법과 자유진동감쇠법 그리고 주파수-위상각법을 적용하여 구한 재료감쇠비를 비교하였다. 하프-파우어 대역폭법과 자유진동감쇠법에 의한 결과는 각각 그림 6과 7에서 주파수-위상각법에 의한 결과와 비교도시하고 있다.

하프-파우어 대역폭법의 경우, 시료의 탄성임계전단변형률(약  $2 \times 10^{-4}\%$ )보다 작은 전단변형률 영역에서는 주파수-위상각법과 거의 동일한 값을 보여주지만, 탄성임계전단변형률을 초과한 전단변형률 영역에서는 전단변형률이 증가함에 따라 주파수-위상각법보다 더 큰 재료감쇠비를 보여주고 있다. 하프-파우어 대역폭법이 재료의 선형성에 대한 가정을 전제로 한다는 사실을 염두에 둘 때, 탄성임계전단변형률보다 큰 전단변형률 영역에서의 재료감쇠비는 하프-파우어 대역폭법보다는 주파수-위상각법에 의한 측정이 더 정확할 것이라는 사실을 유추하여 볼 수 있다.

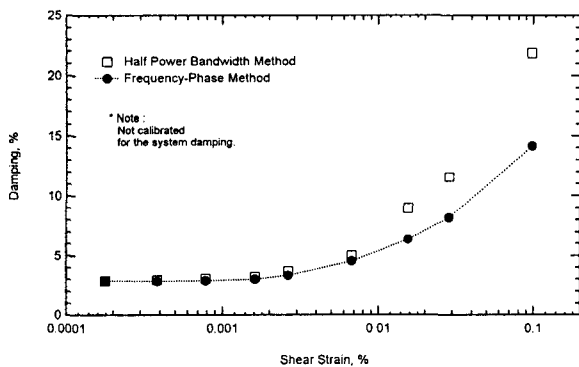


그림 6. 하상모래에 대한 주파수-위상각법과 하프-파우어 대역폭법에 의해 측정된 재료감쇠비의 비교

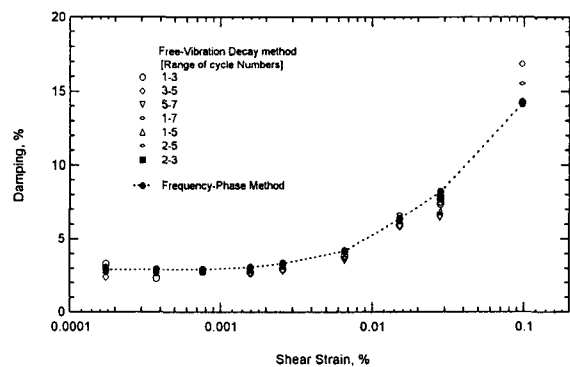
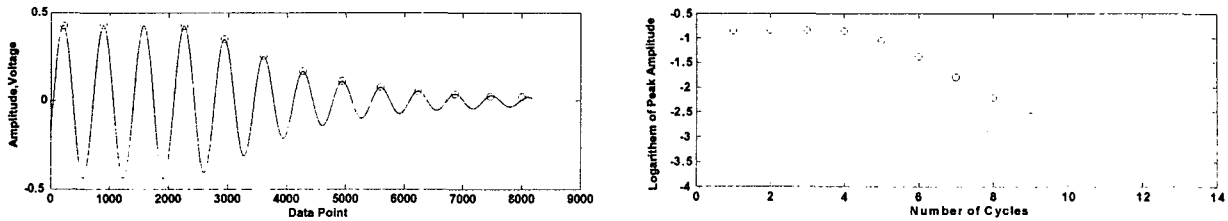


그림 7. 하상모래에 대한 주파수위상각법과 자유진동감쇠법에 의해 측정된 재료감쇠비의 비교

자유진동감쇠법에 의한 재료감쇠비 측정은 전단탄성계수 결정을 위한 일련의 조화진동 실험으로부터 공진 주파수를 찾은 이후에 이루어졌으며, 공진 주파수를 이용하여 자유진동을 유도하였다 (그림 8). 자유진동감쇠법으로 측정된 재료감쇠비는 그림 8에서 도시한 바와 같이, 재료감쇠비 계산을 위한 대수감쇠 (logarithmic decrement) 결정에 있어서 자유진동 영역의 선택 (즉, 자유진동의 진동수 범위)에 따라

서 재료감쇠비의 값이 달라지는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 탄성임계전단변형률을 초과한 비선형 영역에서 더욱 현저히 나타나고 있어서 적합한 재료감쇠비의 결정에 매우 주의를 요한다. 그러나, 주파수-위상각법의 경우는 재료감쇠비의 계산에 영향을 주는 변수인 고유주파수, 공진주파수, 위상각 등의 결정이 단순하고 용이하기 때문에, 자유진동감쇠법의 경우와 같은 문제점은 존재하지 않는다.



(a) 자유진동 시간이력

(b) 각 진동수에 대한 첨두치

그림 8. 자유진동감쇠에 의한 재료감쇠비의 측정

## 5 결론 및 요약

본 연구에서는 공진주 실험에 의한 재료감쇠비 측정방법을 살펴보고, 비선형 영역에서 신뢰성있게 측정할 수 있는 방법인 주파수-위상각법을 제안하였다. 하상에서 채취한 모래 시료에 대하여 하프-파우어 대역폭법, 자유진동감쇠법, 주파수-위상각법에 의해 결정된 재료감쇠비를 비교하여 각 방법의 문제점과 특징들을 검토하였다. 시료의 탄성임계전단변형률보다 작은 전단변형률에서는 시료가 선형거동을 하기 때문에, 하프-파우어 대역폭법, 자유진동감쇠법, 주파수-위상각법 모두가 유사한 재료감쇠비를 제시하였지만, 탄성임계전단변형률보다 큰 전단변형률 영역에서는 주파수-위상각법과 자유진동감쇠법이 동일한 재료감쇠비를 주는 반면, 하프-파우어 대역폭법은 두 방법으로부터의 재료감쇠비보다 더욱 큰 값을 주었다. 자유진동감쇠법이 재료의 비선형 영역에서도 이론적으로 성립되는 합리적인 방법이라는 것을 고려하여 볼 때, 본 연구에서 제안하는 주파수-위상각법이 비선형거동을 보이는 고변형률 영역에서도 신뢰성있게 재료감쇠비를 측정하는 것을 확인할 수 있다. 또한, 주파수-위상각법은 자유진동감쇠법이 가지고 있는 문제점, 즉, 자유진동의 진동수 범위에 따른 재료감쇠비의 변화, 측정된 재료감쇠비에 상응하는 전단변형률의 산정, 공진주파수로 시료를 자유진동함으로 인한 시료의 교란 등과 같은 문제점을 일체 배제하고 있기 때문에, 주파수-위상각법은 공진주 실험에 의한 재료감쇠비의 측정에 있어서 가장 적합한 측정방법이라고 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 1998년 과학기술부의 특정개발연구사업에 의해 이루어진 것으로서 이에 깊은 감사를 드립니다.

## 참고문헌

1. Hwang, S. K. (1997), *Dynamic Properties of natural Soils*, Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin.
2. Kim, D.-S. (1991). *Deformational Characteristics of Soils at Small to Intermediate Strains from Cyclic Tests*, Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin, 341 p.
3. Ni, S.-H. (1987). *Dynamic Properties of Sand Under True Triaxial Stress States from Resonant Column/Torsional Shear Tests*, Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin, 421 p.
4. Smith, G.M., and Berns, H.D. (1964). "Frequency Phase Method for Measuring Material Damping," *Materials Research and Standards*, Vol.4, No.5, pp.225-227.