

위치제어계에서 모멘텀 항을 갖는 신경망 알고리즘 의한 PID 제어기 설계

박광현^{*} · 허진영^{**} · 하홍곤^{*}

^{*}동의대학교 전자공학과 · ^{**}(주)A.V.M Tech.

A Design PID Controller by Neural Network algorithm with Momentum term in Position control system

Kwang-Hyun Park^{*} · Jin-Young Heo^{**} · Hong-Gon Ha^{*}

^{*}Dong-Eui University Dept. of electronics Eng. · ^{**}A.V.M Tech.Ltd.,co

Email: neuralguy@hanmail.net

요 약

본 논문에서는 기존의 역전파 알고리즘(Back-Propagation Algorithm)의 문제점인 지역 최소점(Local Minimum point) 빠질 위험을 제거함과 동시에 학습속도(learning-speed)를 빠르게 하기 위해서 모멘텀을 갖는 PID 역전파 알고리즘(PIDBPMT: PID Back-Propagation algorithm with Momentum Term)을 제안하여 모멘텀 항을 갖는 신경망 PID 제어기를 설계하였다. 그 제어기를 D.C 서보 모터를 구동원으로 하는 위치제어계에서 적용하여 시뮬레이션으로 그 성능을 검증하였다.

Abstract

In this paper, in order to get rid of danger trapped Local minimum point, disadvantage of General Back-propagation and simultaneously obtain fast learning-speed. We propose PID Back-Propagation with Momentum Term(PID-BPMT) and Design PID Controller by Neural Network with Momentum term. Consider to apply for that Controller in position control system by driven D.C servo motor. its useful performance is verified by computer simulation

I. 서 론

산업현장에서는 PID 제어기를 주로 사용되나 부하변동이나 외란 등에 대한 계 특성 변화에 따라 제어이득을 재조정해야만 한다.^{[1],[2]} 최근에 신경망 알고리즘을 이용하여 PID 제어기의 파라미터를 역전파 알고리즘으로 자동 조정하는 제어기가 많이 적용되었다. 그러나 신경망 역전파 알고리즘은 오차의 최소화 과정에서 수렴속도가 늦고 지역최소점(local minimum point)에 빠질 우려가 있는 단점이 있다.^{[3],[5]}

본 논문에서는 기존의 역전파 알고리즘(Back-Propagation Algorithm)의 문제점인 지역 최소점(Local Minimum point) 빠질 위험을 제거함과 동시에 학습속도(learning-speed)를 빠르게 하기 위해서 모멘텀을 갖는 PID 역전파 알

고리즘(PIDBPMT: PID Back-Propagation algorithm with Momentum Term)을 제안하여 모멘텀을 갖는 신경망 PID 제어기를 설계하였다. 그 제어기를 D.C 서보 모터를 구동원으로 하는 위치제어계에 적용하여 시뮬레이션으로 그 성능을 검증하였다.

II. 위치 제어계의 구성

직류 서보 전동기의 인가전압과 각 위치의 전달함수가 다음과 같다.

$$\frac{Y(Z^{-1})}{U(Z^{-1})} = \frac{a_3 Z^{-1} + a_4 Z^{-2}}{1 - (1 + a_1)Z^{-1} + a_1 Z^{-2}} \quad (1)$$

여기서 Z^{-1} 은 지연 연산자이다. 그리고 계수 a_1, a_2, a_3 및 a_4 는 다음과 같다.

$$a_1 = \exp(-T_L / T_0) \quad (2-a)$$

$$a_2 = K(1 - a_1) \quad (2-b)$$

$$a_3 = K(T_L - T_0(1 - a_1)) \quad (2-c)$$

$$a_4 = K(T_0(1 - a_1) - T_L a_1) \quad (2-d)$$

T_L 을 샘플링 주기이다. 이 식을 이용하여 이산시간 영역에서의 구성도는 그림 1과 같다.

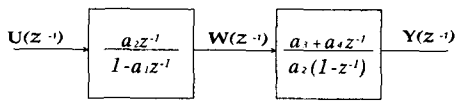


그림 1 이산시간 영역에서 직류 서보 전동기의 구성
Fig. 1 Block diagram of DC servo motor in the discrete-time domain

III. 모멘텀을 갖는 PID 역전파 알고리즘

1. 역전파 알고리즘 PID 제어기 구성

역전파 알고리즘은 feedback제어의 관점에서 gradient의 순수적분동조로 생각 할 수 있다. 적분동조(Integral tuning) 정상편차(offset)를 제거 하면서 계의 안정여유를 감소시키는 것으로 알려져 있다. 이러한 문제점은 훈련속도를 증가시키기 위해서 학습율을 크게 한 역전파 알고리즘에서 발생한다. 학습과정을 안정화 시킬 수 있고, 수렴속도를 증가 시킬 수 있는 비례동조(Proportional-tuning) 과 미분동조(Derivative-tuning)을 도입하므로써 Algorithm을 개선할 수 있다. 비선형 함수가 다음과 같이 된다고 하자.

$$y_k = f(x_k) \quad (3)$$

식(3)에서 y_k 는 함수의 출력 x_k 는 변수행렬(variable matrix) 그리고 $f(\)$ 는 비선형 함수이다. 그래서 역전파 알고리즘은 k 번째의 $f(\)$ 의 최소화하기 위해서 사용되었고 다음과 같다.

$$x_k = x_{k-1} - \lambda \frac{\partial f}{\partial x_{k-1}} \quad (4)$$

(4)에서 λ 는 최적의 step size 이거나 학습율(learning ratio)이다. 그래서 목적함수의 최소화

또는 극소 최소화는 다음의 조건에서 얻어진다.

$$\frac{\partial f}{\partial x_{k-1}} = 0 \quad (5)$$

식(5)에서 변수행렬의 update는 순수한 적분규칙을 실제로 이용하며 다음과 같다.

$$x_k = - \frac{\lambda}{1 - Z^{-1}} \frac{\partial f}{\partial x_{k-1}} \quad (6)$$

식(6)에서 $\frac{1}{1 - Z^{-1}}$ 이 적분연산자이다. 이것이 최적화 step-size λ 의 선택이 상당히 어려운 이유가 될 것이다. 즉 λ 의 값이 커지려는 학습속도는 빠르게 되지만, 쉽게 발진(overshoot)이 발생하게 되고 불안정하게 된다. 한편 λ 의 값이 적으면 학습이 안정되지만, 학습처리가 늦어진다.

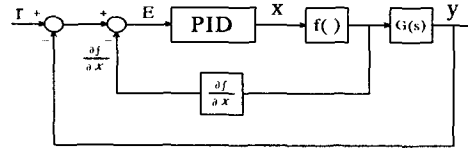


그림2 PID 역전파 알고리즘 방식의 구조
Fig.2 Architecture of PID Back-propagation method

그림2 에서 보인 feedback 제어기와 같은 학습과정을 고찰하자. 이 그림에서 오차 설정치(set-point: E)는 "0" 이고 제어기의 출력은 x_k 이면 $\frac{\partial f}{\partial x_{k-1}}$ (Gradient)은 다음과 같다.

$$E_k = r - y_k - \frac{\partial f}{\partial x} \quad (7)$$

여기서 정상상태 일 때 $r = y_k$ 이므로 식(7)는

$$E_k = - \frac{\partial f}{\partial x} \quad (8)$$

이다. 제어기의 목적은 최대한 빠르게 그리고 안정한 방법에서 E_k 가 "0" 이 되도록 한다. 안정되고 빠른 제어의 목적은 제어기의 계수를 적절히 설정하는 것이다. PID제어에서 증분 PID 동조를 갖는 역전파 알고리즘(The BP algorithm with incremental PID tuning)은 다음과 같이 유도된다.

$$x_k = x_{k-1} + \lambda_p E_k + \lambda_i \Delta E_k + \lambda_d (\Delta E_k - \Delta E_{k-1}) \quad (9)$$

PID 제어기의 출력는 다음과 같다.

$$x_k = K_c \left\{ E_k + \frac{1}{T_i} \int E_k(t) dt + T_d \frac{dE_k}{dt} \right\} \quad (10)$$

식(10)에서 T_i 는 적분기의 적분시간, T_d 미분기의 미분시간 그리고 K_c 는 이득이다. 식(10)을 이산시간형으로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_k - x_{k-1} &= \\ K_c \left\{ E_k - E_{k-1} + \frac{T_s}{T_i} E_k + T_d \frac{E_k - 2E_{k-1} + E_{k-2}}{T_s} \right\} \\ &= K_c \left[E_k - E_{k-1} \right] + \frac{K_c T_s}{T_i} E_k + \frac{K_c T_d}{T_s} \\ &\quad \times \{ (E_k - E_{k-1}) - (E_{k-1} - E_{k-2}) \} \quad (11) \end{aligned}$$

식(11)에서 $\Delta E_k = E_k - E_{k-1}$ 이고 $\lambda_i = \frac{K_c T_s}{T_i}$

이며 $\lambda_d = \frac{K_c T_d}{T_s}$ 이다. 그래서 다음과 같다.

$$x_k = x_{k-1} + \lambda_i E_k + \lambda_p \Delta E_k + \lambda_d (\Delta E_k - \Delta E_{k-1}) \quad (12)$$

λ_p 의 λ_d 가 "0"이면 알고리즘은 표준 역전파 알고리즘(standard-back-propagation algorithm)이 된다.

2. 모멘텀 항을 갖는 신경망 PID 알고리즘

역전파 알고리즘을 수렴개선시키기 위해서, 이득을 적절히 설정하는데 보다 많은 자유도(degree of freedom)를 제공한다. 역전파법에서 momentum 항의 부가는 빠른 학습을 제공하게 된다. 모멘텀 항을 갖는 역전파법(Back-propagation method with momentum term : BPM)은 다음과 같다.

$$\Delta x_k = \lambda E_k + \alpha \Delta x_{k-1} \quad (13)$$

여기서 α 는 Momentum 인수이다. 이것은 변수의 변환이 Gradient에 관계할 뿐만 아니라 전 단계의 변수변환에도 관계한다. 식(13)에서 x_k 는 다음과 같다.

$$x_k = \frac{\lambda}{(1-Z^{-1})(1-\alpha Z^{-1})} E_k \quad (14)$$

가 된다. 이 알고리즘에서 gradient는 x_k 에 영

향을 미치는 적분기와 Low pass filter를 가지고 있다. 이 Low pass filter를 가지고는 고주파 잡음을 억제하고 학습과정을 부드럽게 한다. 같은 개념을 이용해서 momentum항을 갖는 PID 알고리즘 (PID Back-propagation algorithm with momentum term PIDBPM)은 다음과 같다.

$$\Delta x_k = \alpha \Delta x_{k-1} + \lambda_0 E_k + \lambda_1 E_{k-1} + \lambda_2 E_{k-2} \quad (15)$$

식(15)에서 $Z^{-1} E_k = E_{k-1}$, $\lambda_0 = \lambda_p + \lambda_i + \lambda_d$, $\lambda_1 = -(\lambda_p + 2\lambda_d)$ 이고, $\lambda_2 = \lambda_d$ 이다. 식(15)의 x_k 는 다음과 같다.

$$x_k = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 Z^{-1} + \lambda_2 Z^{-2}}{(1-Z^{-1})(1-\alpha Z^{-1})} E_k \quad (16)$$

식(12)에서 momentum 항을 부가하여 정리하면 식(17)이다.

$$x_k = \frac{\lambda_0 E_k + \lambda_1 E_{k-1} + \lambda_2 E_{k-2}}{(1-Z^{-1})(1-\alpha Z^{-1})} \quad (17)$$

식(17)을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_k &= \\ x_{k-1} + \alpha(x_{k-1} - x_{k-2}) + (\lambda_0 E_k + \lambda_1 E_{k-1} + \lambda_2 E_{k-2}) \quad (18) \end{aligned}$$

식(18)을 구성하면 그림 3이다.

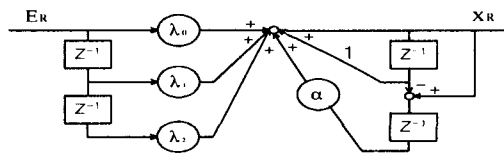


그림3 모멘텀 항을 갖는 PID 역전파 알고리즘 구성도
Fig.3 Construction diagram PID Back-propagation with Mometum term.

그림3을 모멘텀 항을 갖는 신경망 알고리즘 PID 제어기로 구성하면 그림 4와 같다.

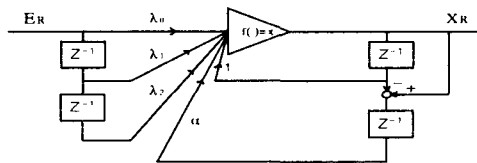


그림4 모멘텀 항을 갖는 신경망 알고리즘 PID 제어기
Fig.4 PID controller by Neural Network algorithm with momentum term.

식(16)은 2개의 극점(적분기와 Low pass filter)과 2개의 영점을 가지고 있다. 알고리즘의 양호한 성능을 극점과 영점의 적절한 결합에 관계한다. 점근 안정성을 확보하기 위해서 극점 $Z = \alpha$ 는 Z 평면에서 단위원내에 존재하여야한다. 즉 $0 < \alpha < 1$ 알고리즘은 지상(지연)-진상보상기(lag-lead compensator)로 생각할 수 있다. 여기서 $(1 - Z_1 Z^{-1}) / (1 - Z^{-1})$ 는 지연 그리고 $(1 - Z_2 Z^{-1}) / (1 - \alpha Z^{-1})$ 은 진상보상기이다. 지연보상기에서 Z_1 은 $|Z_1| < 1$ 의 조건을 만족 하도록 설계되어야 하고, 한편 진상보상기에서 $|Z_2|$ 는 α 보다 크게 설정되어야 한다.

이 알고리즘은 정상상태의 2차를 감소시키기 위해서 저주파에서 위상지연(phase lag)을 준다. 그리고 위상여유(phase margin)를 증가시키고, 응답의 speed-up을 유도할 수 있는 대역폭을 증가시키기 위해서 고주파에서 위상진상(lead phase)을 준다.

3. 모멘텀항을 갖는 신경망 PID 알고리즘 수렴조건

역전파법은 국소 최소점(local minimum point)에 빠질 위험이 있다. 국소 최소점에는 학습하는 도중에 도달하게 된다면 $\frac{\partial f}{\partial x_{k-1}} = 0$ 즉 $E_k = 0$ 이 된다. 여기서 변수변환이 국소 최소점에서 trap이 된다. BPM(역전파 모멘텀법)을 사용하므로써 $\Delta x_{k-1} \neq 0$ 이라면 국소 최소점을 직면 할 수 있다. Momentum 항이 변수변환의 과정을 이동 시킬려고 한다. 식(18)에서 변수 E_k, E_{k-1}, E_{k-2} 그리고 Δx_{k-1} 모두 "0" 가 될 때 struck 가 되는 것을 알 수 있다. 그래서 제한한 Momentum 항을 갖는 PID 역전파 알고리즘은 역전파법보다 국소 최소점을 보다 용이하게 빠져 나올 것이다. Momentum 항을 갖는 PID 역전파법의 수렴에 대해서 다음의 결과를 얻을 수 있다

정리1: $f : R^0 \rightarrow R^1$ 이 연속적으로 미분가능하다고 하자. 알고리즘(15)에서 x^* 은 $\frac{\partial f}{\partial x_{k-1}} = 0$ 이 되도록 할 것이다. 계수가 $\lambda_0, \lambda_2 > 0, 0 < \alpha < 1, 4\lambda_0\lambda_2 = \lambda_1^2$ 이 되도록 선정된다면 알고리즘은 λ^* 에 수렴 할 것이다. $0 < \alpha < 1$ 이므로 $\alpha \Delta x_{k-1}$: 수렴하는 값임.

$$\begin{aligned} & \lambda_0 E_k + \lambda_1 E_{k-1} + \lambda_2 E_{k-2} = \\ & (\lambda_0 + \lambda_1 Z^{-1} + \lambda_2 Z^{-2}) E_k \quad (19) \\ & \rightarrow (\lambda_0 Z^2 + \lambda_1 Z + \lambda_2) = 0 \end{aligned}$$

$$E_k = \frac{-\lambda_1 \pm \sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_0\lambda_2}}{-2\lambda_0} \quad (\lambda_1^2 > 4\lambda_0\lambda_2)$$

정리2: Moment 항을 갖는 PID 역전파 알고리즘과 Momentum 항을 갖는 역전파알고리즘은 같은 값의 Momentum 항 α 을 갖는다고 하며는 같은 Gradient을 가질 것이다. PIDBPM(Momentum 항을 갖는 PID 역전파 알고리즘의 계수들이 식(20)에 의해

$$4\lambda_0\lambda_2 > \lambda_1^2 + \Delta\lambda\lambda_2 \quad (20)$$

이다. 여기서 λ 는 역전파법의 Step-size 선정되었다면 PIDBPM은 BPM(역전파법)보다 빠른 수렴속도를 갖는다.

IV. 시뮬레이션 및 고찰

직류 서보 전동기의 각속도 $W(k)$ 와 각위치 $Y(k)$ 에 대한 차분 방정식은 다음과 같다.

$$W(k) = a_1 W(k-1) + a_2 U(k-1) \quad (13)$$

$$Y(k) = Y(k-1) + \left(\frac{a_3}{a_2}\right) W(k) + \left(\frac{a_4}{a_2}\right) W(k-1) \quad (14)$$

표 1. 직류 서어보 전동기의 제정수
Table 1. Parameters of DC servo motor

$K_t : 0.457 [N \cdot m/A]$	$K_e : 0.457 [V \cdot sec/rad]$
$R_a : 1.63 [\Omega]$	$T_L : 70 [msec]$
$F : 0.15 [kg \cdot cm]$	$T_m : 12 [msec]$

식(13)과 식(14)에서 계수 a_1, a_2, a_3 및 a_4 는 표1의 직류 서보전동기의 제 정수를 이용하여 식(2)에서 계산되고, 샘플링 시간 $T_s = 0.02 [ms]$ 이며, 그리고 식(13)에서 $U(k)$ 는 제어대상의 입력 $U(k)$ 이고, 기준입력 r 는 10 [rad] 으로 설정하고 기준입력과 계응답 출력 y 간의 오차 E_k 가 최소화 하도록 하였다.

먼저 역전파 알고리즘 PID(PID-BP)제어를 적용하여 식(12)에서 $\lambda_p = 0.164, \lambda_i = 0.164, \lambda_d = 0.0865$ 로 설정하여 계 응답은 그림 5 이다. 그림에서 상당한 정상 편차(offset) 나타나고 정상상태(steady state)도달하는 수렴시간이 길어져서 추적성능(tracking performance)이 불안정한 계 응답을 보여준다.

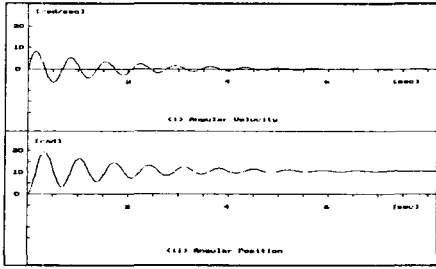


그림5 PID-BP 모드 의 계 응답.
Fig.5 System response of PID-BP mode.

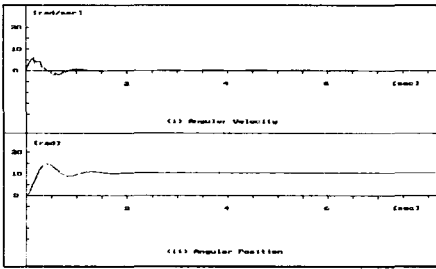


그림6 PID-BPM 모드 의 계 응답.($\alpha=0.324$)
Fig.6 System response of PID-BP mode

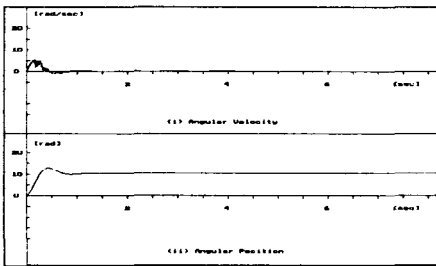


그림7 PID-BPM 모드 의 계 응답.($\alpha=0.678$)
Fig.7 System response of PID-BP mode

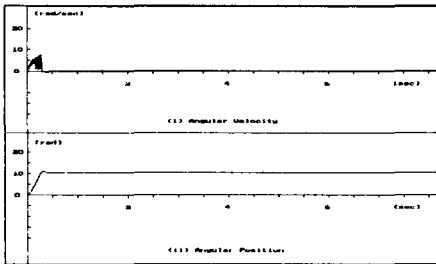


그림8 PID-BPM 모드 의 계 응답.($\alpha=0.998$)
Fig.8 System response of PID-BPM mode

그림6은 제안한 모멘텀 항을 가진 PID 역전파 알고리즘 (PID-BPM)의 적용하여 식(15)에서 $\lambda_p=0.164$, $\lambda_i=0.164$, $\lambda_d=0.0865$ 설정하고 모멘텀 항 인수 $\alpha=0.324$ 로 설정했을 때 정상 편차 제거되었으며 수렴시간 빠르게 개선되어 추적성능이 민감하게 작용하여 안정한(Stable) 계 응답 특성을 보여준다. 그림7은 $\alpha=0.678$ 으로 설정하였을 때 계 응답으로 과도상태는 개선되고 정상 편차는 거의 제거 되었으며 보다 빠른(speed-up)한 수렴시간을 가진다. 그림8은 PID-BPM 제어기에서 모멘텀 항 인수 $\alpha=0.998$ 로 설정했을 때 수렴시간과 추적성능이 아주 양호하게 개선된 계 응답을 보여준다. 그러므로 제안한 PID-BPM 제어기는 역전파 알고리즘 PID 제어에 모멘텀 항을 첨가하고 모멘트 항 인수 α 을 적절히 설정하므로서 최적의 빠른 수렴 속도와 양호한 추적성능을 가지면서 지역 최소점에 빠질 우려를 제거해 준다. 고로 안정한 계 응답 특성을 보여 제안한 제어기의 우수성을 검증하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 신경망 역전파 알고리즘(BP)은 오차의 최소화 과정에서 수렴속도가 낮고 지역 최소점(local minimum point)에 빠질 우려가 있는 단점을 개선하기 위해서 모멘텀을 갖는 PID 역전파 알고리즘(PIDBPM: PID Back-Propagation algorithm with Momentum Term)을 제안하여 모멘텀을 갖는 신경망 PID 제어기를 설계 그 제어기를 D.C 서보 모터를 구동원으로 하는 위치제어계에 적용하여 시뮬레이션 검증한 결과 다음과 같은 결론이 얻었다.

- 1) 역전파 알고리즘의 문제점인 수렴시간과 추적성능을 개선하기 위해서 PID-BP 제어보다 PID-BPM 제어기의 모멘트 항을 첨가하여 수렴시간과 추종성능이 양호하게 개선된다.
- 2) 모멘텀 항 계수 α 크게 할수록 수렴시간이 더욱 빠르게 개선되며 양호한 추적성능을 얻을 수 있으며, 역전파 알고리즘의 단점을 우수하게 보완 할수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Katsuhisa Endo, Yoshihisa. Ishida and Takashi Honda "Gain Adjustment of I-PD control system" T. IEE. Japan. Vol. 113-C, No.6, pp. 409~416. 1993
- [2] 하동철 "위치 제어계에서 I-PD 제어기에 의한 위치제어" 석사학위 논문. 동의대학교 전

자공학과 대학원 1994.

- [3] M. Sarens and A. Soquet, "A neural controller based on back propagation algorithm", Proc of First IEE Int. Conf. on Artificial Neural Networks, London, pp. 211-215, 1989.
- [4] Rumelhart. D. E, Hinton. G. E. and Williams. R. J., "Learning Internal Representation by Error Propagation", parallel Distributed Processing, Vol. 1, MIT Press, pp. 318-362, 1986.
- [5] K. J. Hunt, D. Sbarbaro R. Zbikowski, and P. J. Gawthrop, "Neural networks for control system survey", Automatica, Vol.28, pp. 1083-1112, 1982.