

## 부호어의 무게 분포를 통한 터보 인터리버의 성능 분석

고 태 환, 김 주 민, 이 원 철, 정 덕 진  
인하대학교 전자 전기 컴퓨터공학부  
전화 : 032-874-1663 / 팩스 : 032-875-5882

### The Performance Estimation of Turbo internal Interleaver Using Weight Distribution of Codewords

Taehwan Ko, Jumin Kim, Wonchul Lee, Duckjin Chung  
School of Electrical & Computer Engineering, Inha University  
E-mail : kthinha@dreamwiz.com

#### Abstract

In this paper, we suggest more precise performance analysis method of turbo interleavers based on two criteria; performance bounds like Union Bound and weight frequency of codewords. In order to present our new method, we employ block, pseudo random, and so-called prime interleavers in compliance of 3GPP standard, respectively. 3GPP complied turbo encoder, decoder, and AWGN channel are implemented by using MATLAB for our performance analysis. According to our analysis, both criteria should be taken into account coincidentally to predict the performance of newly designed interleavers.

#### I. 서론

최근 주목받고 있는 IMT-2000의 표준 중 하나인 W-CDMA 시스템에서는, 멀티미디어 데이터 송수신의 신뢰성 있는 전송을 위해서 강력한 채널 코딩기법인 터보 코드[1]가 채택되었다. 우수한 성능의 인터리버 설계는 좋은 성능을 가지는 터보 코드를 얻기 위해 고려되어 지는 요소 중에 하나이다. 더 나은 인터리버의 설계를 위해선 좋은 해밍 무게(good Hamming Weight)를 가지는 부호어를 생성해 낼 수 있는 인터리빙 패턴을 찾는 것이 요구된다. 부호어의 무게 분포를

이용한 인터리버의 성능 분석에는 크게 두 가지가 있다. 그중 하나는 성능 한계를 이용한 분석 방법[2][3]이고 다른 하나는 부호어의 도수 분포를 이용한 방법이다[4]. 성능 한계의 관점에서, 부호화된 부호어의 무게는 커질수록 더 나은 BER 성능을 가지게 된다고 알려져 있다. 일반적으로 성능 한계를 통한 분석을 위해서는 무게가 1부터 4인 정보 열의 부호어의 무게 분포를 파악해야 하며, 이를 위해서는 매우 긴 분석 시간을 필요로 한다. 한편, 부호어의 무게 분포 도수 분포 관점에서, 같은 무게를 가지는 부호어의 누적된 형태를 이용하여 성능 분석을 수행한다. 동일 무게를 가지는 부호어가 극부적으로 많이 나타날 경우 인터리버의 성능에 안 좋은 영향을 주게 됨이 발표되었다. 이 경우 보통 무게가 2인 입력 열에 대해서 분석이 이루어진다. 따라서 본 논문에서는 3GPP 규격의 터보 부호에 대하여 무게가 2인 입력 열에 대한 부호어의 무게 분석을 앞에서 말한 두 가지 분석 방법이 적절히 고려되어진 인터리버 분석을 수행하였다.

터보 부호의 성능을 알아보기 위해 3GPP 규격의 터보 복호기 및 AWGN 채널을 MATLAB을 이용하여 디자인하여 시뮬레이션을 수행하였다. 블록, 의사 랜덤, 프라임 인터리버[5]와 같은 여러 인터리버를 사용하여 수행된 시뮬레이션 결과로부터, 본 논문에서 제안한 분석 방법이 인터리버의 성능 분석을 행함에 있어 좀더 명확하면서도 효율적임을 알 수 있다. 또한 기존의 S-랜덤 인터리버[6]에도 제안된 분석 방법을 적용할 수 있음을 모의 실험을 통해 확인할 수 있었다.

## II. 이론적 배경

### 2.1 Bounds Based on Code Properties

통신 시스템의 성능은 수신자가 얼마나 성공적으로 송신된 메시지간의 구별을 하는가와 관계된다. 채널 코드에서 부호어간의 차이의 정도는 hamming distance spectrum에 의해, 선형 코드에서는 weight distribution에 의해 요약된다. 두 부호어 사이의 hamming distance는 부호어의 서로 다른 위치나 심벌의 수를 가리킨다. 부호어의 무게는 부호어의 영이 아닌 심벌의 수를 가리킨다. 코드의 무게 분포란 부호어들이 가질 수 있는 무게인 0부터 n까지 각각의 무게별 부호어 개수의 리스트를 말한다. 이러한 수들을  $a_d$ ,  $d = 0, 1, \dots, n$ 으로 표시하며 다양성(multiplicities)이라 한다. 또한  $a_d \neq 0$ 인 가장 작은 거리  $d > 0$ 을 코드의 최소 거리,  $d_{\min}$ 이라 한다. 이는 부호의 성능에 매우 큰 영향을 미친다. 일반적으로 코드 설계 시 큰 최소 거리를 만드는 것을 목표로 삼는다.

코드의 distance spectrum에 기반 한 몇몇 유용한 bound들이 있는데, 이러한 bound들이 ML decoding 알고리즘을 사용하여 복호 한다고 가정하면, AWGN 채널에서 ML decoder가 수신된 부호어  $c_i$ 에 대해  $c_j$ 를 선택할 확률은 다음과 같다.

$$P_r(C_i \rightarrow C_j) = Q\left(\sqrt{\frac{2d_{ij}RE_b}{N_0}}\right) \quad (1)$$

여기서  $d_{ij}$ 는 부호어  $c_i$ 와  $c_j$ 사이의 hamming distance를 말하고,  $R$ 은 부호율,  $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 는 normalized Gaussian random variable의 upper tail probability이다.

### 2.2 Union Bound

수신된 부호어가 다른 부호어 중 하나로 잘못하여 복호 될 pair-wise 확률에 기반을 둔 복호 오류 확률의 상한을 유니온 상한(Union bound)이라 한다. 유니온 상한은 모든  $j \neq i$ 에 대해 전송된 부호어  $c_i$ 가  $c_j$ 로 잘못 선택할 pair-wise 오류 확률을 더함으로 형성된다.

$$P_e \leq \sum_{j \neq i}^M P_r(c_i \rightarrow c_j) = \sum_{j \neq i}^M Q\left(\sqrt{\frac{2d_{ij}RE_b}{N_0}}\right) \quad (2)$$

여기서  $M$ 은 코드 내 부호어의 개수를 말한다. 코드의 무게 분포를 이용하면,

$$P_e \leq \sum_{d=d_{\min}}^n a_d Q\left(\sqrt{\frac{2dRE_b}{N_0}}\right) \quad (3)$$

큰  $E_b/N_0$ 에서 유니온 상한은 식 (3)의 첫 번째 항이 지배적인데, 이는 distance spectrum의 낮은 부분에 의해 주로 영향을 받음을 의미한다. 낮은  $E_b/N_0$ 에서는 더 많은 항에 영향을 받으며, 특히 부호율이 순차적 복호기(Sequential decoder)가 동작할 수 있는 가장 높은 rate의 실질적인 한계인 computational cutoff rate  $R_0$ 에 도달하게 되면 지나치게 빠른 속도로 증가한다. AWGN channel에서 cutoff rate  $R_0$ 은 다음과 같다.

$$R_0 = 1 - \log_2(1 + e^{-RE_b/N_0}) \quad (4)$$

## III. 터보 코드의 부호어 무게 분석

터보 코드에 사용되는 인터리버에 관한 연구는 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는 어떻게 하면 성능이 우수하게 알려진 랜덤 인터리버와 비슷하거나 더욱 향상된 성능을 가지는 인터리버를 구조적으로 설계할 수 있을 것인가 하는 연구와 다른 하나는 인터리빙 후의 부호어를 통해 성능에 영향을 미치는 요소를 분석하며 어떻게 하면 그러한 요소를 최적화 할 것인가 하는 연구이다. 전자의 경우 S-랜덤 인터리버와 같이 설계 시 부호어의 최소 자유 거리를 크게 할 수 있도록 제한을 두어 설계하였을 때 매 프레임마다 새롭게 생성되는 랜덤 인터리버를 사용할 경우보다 성능이 우수함이 발표되었고, 후자의 경우에는 부호어의 무게 분포 분석을 통해 인터리버의 상한, 혹은 하한에 영향을 미치는 부호어, 혹은 부호어의 분포 형태에 따른 인터리버와의 관계를 파악하여 더 나은 성능의 인터리버를 제안하기도 하였다. 그러나 이와 같은 기존의 분석은 그 계산량이 매우 복잡하거나 명확하지 못하다는 단점이 있다. 따라서 본 논문의 목적은 부호어의 무게 분포를 통하여 성능 한계에 영향을 주는 최소 거리와 도수 분포를 동시에 고려하여 인터리버의 성능을 좀더 명확하고 효율적이게 알아보는데 있다.

이를 위해 프레임 길이가 40bit일 때 터보 코드의 성능 분석을 위한 부호어의 무게 분포를 그림 1에 나타내었다. 여기서 No-Int.이란 인터리버를 사용하지 않았을 경우를 말한다. 그림에서 유니온 상한에 영향을 주는 낮은 무게의 부호어를 (a)로 표시하였다. 이때 각각의 최소 거리는 프라임 인터리버가 9, 블록과 의사 랜덤이 7이다. 따라서 유니온 상한의 관점에서 볼 때, 블록 인터리버와 의사 랜덤 인터리버의 성능이 프라임

## 부호어의 무게 분포를 통한 터보 인터리버의 성능 분석

인터리버 보다는 좋지 않을 것임을 유추해 낼 수 있다. 한편 같은 무게를 가지는 부호어의 누적이 가장 큰 부분, 다시 말해 부호어의 도수 분포가 가장 높은 부분을 (b)로 나타내었으며, 이때 각각의 도수 분포는 무게가 33일 때 프라임이 44, 블록이 49, 의사 랜덤이 47을 가진다. 따라서 도수 분포의 관점에서는 프라임 인터리버의 성능이 가장 우수할 것이다.

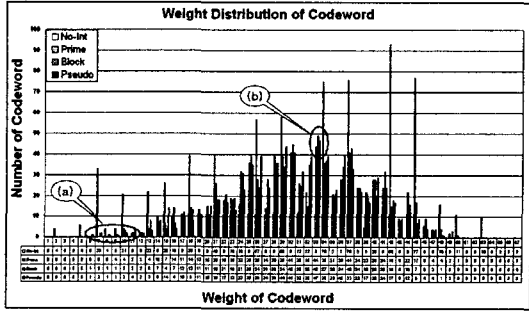


그림 1 Frame 길이가 40bit 일 때 무게가 2인 입력 열에 대한 부호어의 무게 분포

에도 적용이 가능한지 알아보기 위하여 프레임 길이가 96 비트인 인터리버를 window size, S를 각각 7, 11이 되도록 설계한 후 앞에서와 마찬가지로 방법으로 무게 분석을 수행한 결과를 그림 6에 나타내었다. 분석된 결과로부터, S값이 증가할수록  $d_{min}$ 는 증가하며,  $a_{d,max}$ 는 감소함을 볼 수 있다. 그림 7에는 이들의 성능 분석을 보여주고 있다.

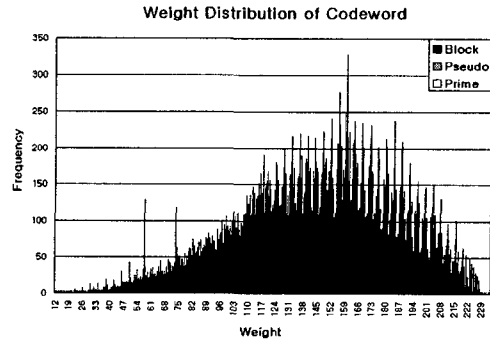


그림 2 프레임 길이가 192 bit 일 때 무게가 2인 입력 열에 대한 부호어의 무게 분포

## IV. 실험 및 고찰

앞 절에서 설명한 터보 내부 인터리버의 성능과 부호어의 무게 분포와의 관계를 알아보기 위해 블록 인터리버, 의사 랜덤 인터리버, 그리고 3GPP 규격으로 채택된 프라임 인터리버와 같은 여러 가지 구조의 인터리버를 설계한 후 무게가 2인 입력 시퀀스에 대한 부호어의 무게 분포를 분석하였다. 그림 2와 3은 프레임 길이가 각각 192 비트와 1024 비트에 대한 부호어의 무게 분포이다. 그림에서 알 수 있듯이 192 비트의 경우, 의사 랜덤( $d_{min}=13$ ,  $a_{d,max}=328$ ) 인터리버보다는 블록( $d_{min}=26$ ,  $a_{d,max}=235$ )과 프라임 인터리버( $d_{min}=22$ ,  $a_{d,max}=241$ )가, 1024 비트의 경우 프라임 인터리버( $d_{min}=22$ ,  $a_{d,max}=1567$ )가 성능이 우수할 것이다.

이와 같은 예측의 정확성을 확인하기 위해 3GPP 규격의 터보 복호기 및 AWGN 채널을 MATLAB을 이용하여 디자인하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 제한 길이는 4, 생성 다항식은  $[13/15]_8$ , 복호 알고리즘으로는 Log-MAP 알고리즘, 반복 복호는 5회 실시하였고, 각각의 SNR point 마다 프레임 오류가 50회 일어날 때까지 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 4와 5에 시뮬레이션 결과를 나타내었으며, 이로부터 본 논문에서 제안한 분석 방법이 인터리버의 성능 분석을 예측함에 있어 좀더 명확하면서도 효율적임을 알 수 있다.

한편, 제안된 분석 방법이 기존의 S-랜덤 인터리버

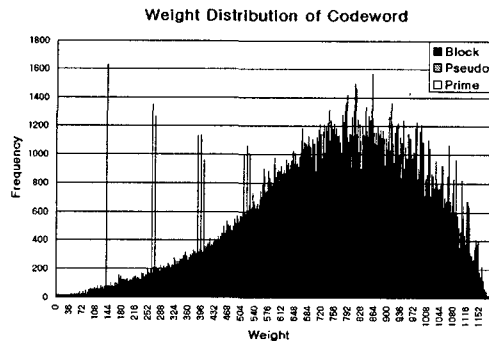


그림 3 프레임 길이가 1024 bit 일 때 무게가 2인 입력 열에 대한 부호어의 무게 분포

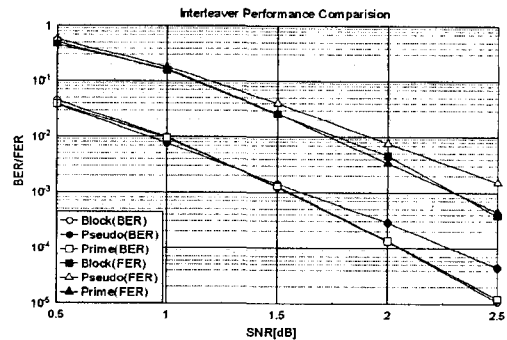


그림 4. Frame 길이가 192 Bit일 경우 각 인터리버에 대한 터보 부호의 성능 곡선

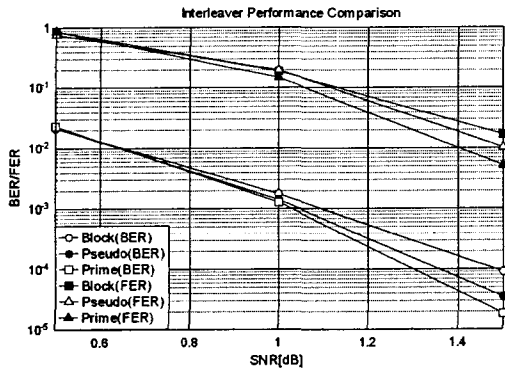


그림 5. 프레임 길이가 1024 bit일 경우 각 인터리버에 대한 터보 부호의 성능 곡선

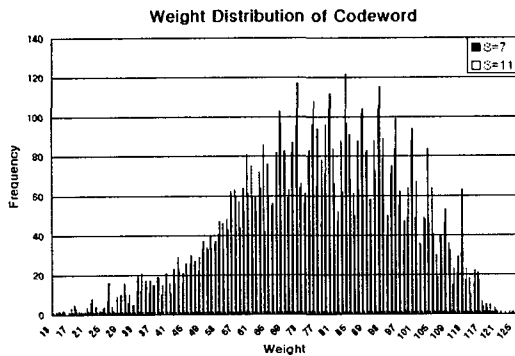


그림 6 프레임 길이가 96 비트인 S-랜덤 인터리버의 무게 2인 입력 열에 의한 부호어의 무게 분포

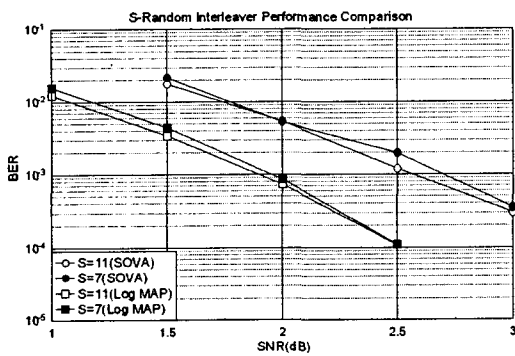


그림 7. 프레임 길이가 96 bit일 경우 각 S-랜덤 인터리버에 대한 터보 부호의 성능 곡선

### V. 결론

터보 코드의 성능을 결정하는 요소 중 하나로 인터

리버의 구조를 들 수 있다. 인터리버를 적절히 설계함으로써 더욱 향상된 성능을 가질 수 있고, 그러기 위해서는 인터리버의 성능과 관계되는 요소를 찾아 최적화하여야 할 것이다. 본 논문에서는 터보 코드의 부호어의 무게 분석을 통해 인터리버의 성능을 예측하기 위해 3GPP 규격의 터보 부호기 및 AWGN 채널을 MATLAB을 이용하여 디자인하여 시뮬레이션을 수행하였다. 블록, 의사 랜덤, 프라임 인터리버와 같은 여러 인터리버를 사용하여 수행된 시뮬레이션 결과로부터, 본 논문에서 제안한 분석 방법이 인터리버의 성능 분석을 행함에 있어 좀더 명확하면서도 효율적임을 알 수 있었다. 또한 기존의 S-랜덤 인터리버에도 제안된 분석 방법을 적용할 수 있음을 모의 실험을 통해 확인할 수 있었다. 본 연구는 2000년도 시스템 IC 2010사업의 지원으로 수행되었음.

### 참고문헌

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo code," in Proc. ICC'93, (Geneve, Switzerland, May 1993), pp. 1064-1070.
- [2] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes: Some results on parallel concatenated coding schemes," IEEE Trans. on Information Theory, pp. 409-428, Mar. 1996.
- [3] P. Robertson, "Illuminating the structures of parallel concatenated recursive systematic (TURBO) codes," Proc. GLOBECOM'94, San Francisco, CA, pp. 1298-1303, Nov. 1994.
- [4] P. Jung and M. Na han, "Performance evaluation of turbo codes for short frame transmission system," Electron. Letter, vol 30 pp. 111-113, Jan. 1994.
- [5] A. Shibutani, H. Suda, and Y. Yamao, "Performance of W-CDMA mobile radio with turbo codes using prime interleaver," Proc. IEEE VTC 2000-Spring, pp. 946-950, Tokyo, 2000.
- [6] S. Dolinar and D. Divsalar, "Weight distributions for Turbo codes using random and nonrandom permutations," JPL TDA Progress Report, 42, August 1995, pp. 56-65.