

상용프로그램을 이용한 강판의 비선형 거동에 대한 신뢰성해석 Reliability Analysis for Nonlinear Behavior of Steel Plate using Commercial Structural Software

박석재* 김요숙** 신영수***
Park, Seok-Jae Kim, Yosuk Shin, Yeong-Soo

ABSTRACT

In order to take account of the statistical properties of probability variables used in the structural analysis, the conventional approach using the safety factor based on past experience usually estimated the safety of a structure. The real structures could only be analyzed with the error in estimation of loads, material characters and the dimensions of the members. But the errors should be considered systematically in the structural analysis. Structural safety could not precisely be appraised by the traditional structural design concept.

Recently, new approach based on the probability concept has been applied to the assessment of structural safety using the reliability concept. In this study, safety of structures will estimated by the reliability analysis with commercial structural software that has the tools of nonlinear elastic-plastic 3-D analysis. Experimental test result is compared to results from this research and Coan¹⁾. In this paper, AFOSM(Advanced First-Order Second Moment method) is applied with von Mises, Tresca and Mohr-Coulomb failure criterions. The reliability index β and probability of failure P_f can be obtained by following this practical procedure as judgement a safety of structures and necessity of reinforcing.

1. 서 론

구조해석에 사용되는 구조물의 기하학적 치수나 재료 특성, 하중 등은 본질적으로 어느 정도의 불확실량을 내포하고 있다는 사실은 이미 널리 알려진 사실이다. 그러나 기존의 구조설계와 해석은 구조물에 가해지는 하중, 재료적 특성 및 부재의 치수 등 일정한 값을 갖는 확정론적인 변수로 가정하여 구조해석을 수행하여 구조물의 안전성을 평가하여 왔다. 그러나 구조물의 안전성 정도를 정확히 파악하기 위해서는 불확실량의 정도를 체계적으로 고려한 구조해석과 설계가 필요하다. 1960년대 이후 기존의 안전계수에 의한 안전성 평가 방법의 타당성 여부가 거론되기 시작하였고, 경험에 입각한 안전계수의 모순을 개선하기 위하여 체계적인 신뢰성 이론에 근거를 둔 보다 합리적인 구조 신뢰성 평가 방법의 개발이 시도되기 시작하였다. 구조 신뢰성 평가는 신뢰성지수(Reliability index) β 에 의해 구조물의 파괴확률을 구할 수 있으며, 신뢰성지수를 구하기 위해서는 한계상태방정식(Limit State Equation)이 필요하다. 복잡한 구조물의 경우에는 파괴모드에 대한 한계상태방정식을 설계변수의 함수로 나타낸다는 것이 매우 어렵기 때문에 Monte Carlo Simulation법을 사

* 이화여자대학교 공학연구소 연구원

** 정회원, 이화여자대학교 건축학과 연구교수

*** 정회원, 이화여자대학교 건축학과 부교수

용할 수 있다. Monte Carlo Simulation법은 설계변수를 각각의 밀도함수에 맞도록 추출하고, 이 값으로 기존의 구조해석 방법을 통하여 상태함수 값을 구한 다음, 계산된 상태함수 값을 통계 분석하여 파괴확률을 구하는 방법이다. 이 경우 매우 정확한 파괴확률을 구할 수 있지만, 구조해석을 반복회수만큼 수행되어야 하므로 시간이 많이 소요되는 단점을 가지고 있다. 이와 같은 단점을 극복하기 위해 기존의 유한요소법에 확률이론²³⁾을 도입한 확률 유한요소법(Probability Finite Element Method : PFEM)⁴⁵⁾이 등장하였다. 확률 유한요소법은 구조해석을 단 한번 수행함으로써 나타나는 변위 또는 단면력의 결과인 평균과 표준편차로 구조물의 신뢰성해석을 위한 불확실량을 얻을 수 있다. 현재는 Monte Carlo Simulation법을 적용한 상용프로그램이 등장하여 실제 구조물의 신뢰성해석을 하고 있다. 따라서 구조실무자가 구조물의 신뢰성해석을 하기 위해서는 신뢰성해석이 되는 상용프로그램을 구입하여 교육받고 난 후에 사용하여야 하는 경제적, 시간적 손실이 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 신뢰성해석이 되지 않는 상용프로그램을 이용하여 신뢰성 해석을 수행할 수 있는 해석기법이 개발되어야 한다. 본 연구에서는 상용프로그램 DIANA를 이용하여 강판 구조물의 비선형 거동에 대한 신뢰성해석을 개발기법에 따라 수행하였다. 신뢰성해석을 하기 위해서는 판의 요소 응력에 대한 평균과 표준편차가 요구되어진다. 평균값은 DIANA를 이용하여 나온 값이 사용되어지고, 표준편차는 본 연구에서 제안한 식에 의해 구하여진 것이 사용되어진다. 신뢰성해석은 Hasofer-Lind가 제안한 개선된 1계2차모멘트(Advanced First Order Second Moment : AFOSM)⁶⁾법을 이용하여 신뢰성지수 β 와 파괴확률 P_f 를 구하였다. 한계상태방정식은 응력 상태가 고려된 항복조건식이어야 하기 때문에 본 연구에서는 다음 3가지 한계상태방정식 즉 Von Mises, Tresca와 Mohr-Coulomb의 항복기준을 사용하였다.

2. DIANA를 이용한 강판의 비선형 거동

2.1 판 요소 (Plate element)의 좌표계와 변형도-변위관계

좌표계는 그림 1에서와 같이 판의 중립면에서 X-Y 면을 일치시키고, Z축은 그 면에 법선 방향으로 하고, 판의 거동에 대한 X축 방향변위와 Z축 방향변위는 그림 2와 같다.

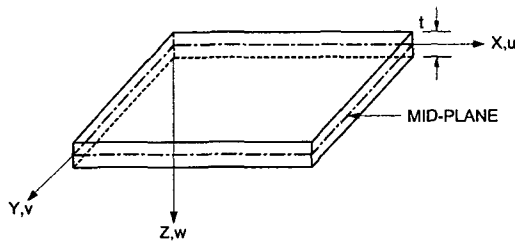


그림 1 판의 좌표계

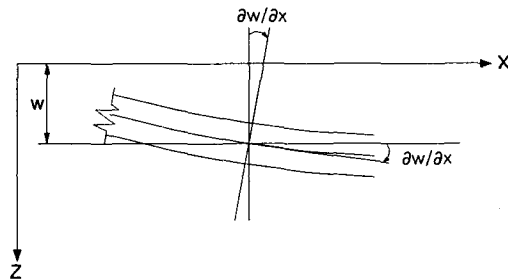


그림 2 X축 방향변위 u와 Z축 방향변위 w의 관계

2.2 하중종류에 따른 DIANA의 판요소

DIANA에서는 판에 작용하는 하중종류에 따라 거동형태가 달라지기 때문에 2가지 판 모델을 사용하고 있다. 하나는 선형 및 비선형 판모델이고, 다른 하나는 좌굴해석에 이용되는 판모델이다. 하중이 그림 3과 같은 집중하중이나 그림 4와 같은 등분포하중으로 재하되는 경우의 판요소로서 그림 5의 4절점 사각형요소나

그림 6과 같은 8절점 사각형요소를 사용할 수 있다.

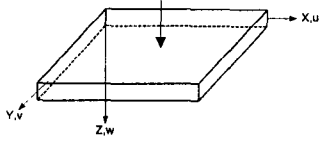


그림 3 수직하중 재하상태

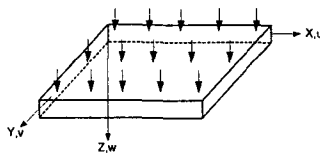


그림 4 등분포하중 재하상태

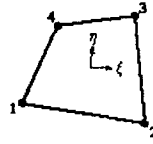


그림 5 Q12PL

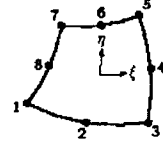


그림 6 CA24P

하중상태가 그림 7과 같은 일축압축하중 상태인 경우에는 판은 그림 8과 같은 거동을 나타내며 좌굴해석에 이용되는 그림 9와 같은 4절점 Q20SH나 그림 10과 같은 8절점 CQ40S 또는 그림 11과 같은 12절점 CQ60S 중 하나를 선택하여 사용하여야 한다.



그림 7 일축압축하중 재하상태

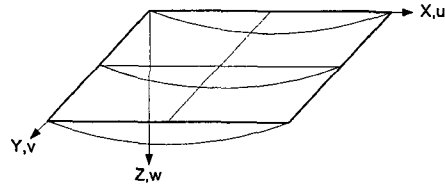


그림 8 판의 좌굴거동상태

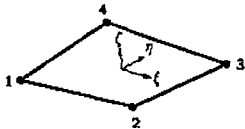


그림 9 Q20SH

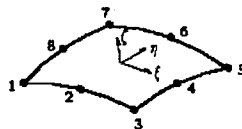


그림 10 CQ40S



그림 11 CQ60S

3. 상용프로그램의 신뢰성해석 기법

3.1 설계변수의 확률특성

본 연구에서는 하중, 탄성계수, 프아송비, 부재 두께를 유한요소해석의 모델링 설계변수 x 로 가정하여 확률론적 유한요소해석에 필요한 변이계수를 식(1)과 같이 나타내었다.

$$E(x) = E_0(1 + e_E(x)) \quad (1a)$$

$$F(x) = F_0(1 + e_F(x)) \quad (1b)$$

$$\nu(x) = \nu_0(1 + e_\nu(x)) \quad (1c)$$

$$t(x) = t_0(1 + e_t(x)) \quad (1d)$$

여기서, E_0 , F_0 , ν_0 , t_0 는 종래의 확률론적 유한요소해석에서 사용되는 평균값을 나타내며, e_E , e_F , e_ν , e_t 는 각 설계변수의 통계적 특성을 지닌 설계변수의 변이를 나타내는 계수로서, 설계변수의 표준편차

가 평균값 보다 크게 나타나지 않는다는 전제하에 변이계수의 범위를 '0' ~ '1'로 제한하였다.

3.2 평균과 표준편차의 정식화

구조물의 강성매트릭스(Stiffness Matrix)를 이루고 있는 설계변수 중 정규분포인 하중과 부재두께의 불확실량을 고려한 평균과 표준편차를 탄성구간에서 구해보면 선형관계로 이루어진 비례적인 관계이다. 반면, 비선형관계로 이루어진 탄성계수와 프아송비는 평균과 표준편차를 구하면 반비례적인 관계를 이루고 있다. 또한, 프아송비와 부재두께의 불확실량은 구조물의 파괴확률에 크게 영향을 끼치지 못하므로 프아송비와 부재두께는 확정적인 변수로 가정하였다. 정규분포는 좌우 대칭적인 모양을 가지로 있으며 표준편차 σ 는 '1'이고 평균 μ 는 '0'이다. 그리고, 정규분포식은 식(2)와 같이 표현되며 정규분포도는 그림 12와 같고 표 1은 표준편차가 '1'씩 증가 할 때마다의 정규분포 값이다.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (2)$$

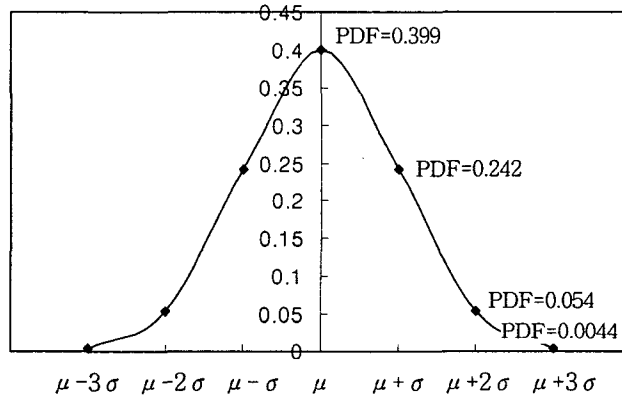


그림 12 정규분포도

본 연구에서 확률변수는 정규분포에 따른다고 가정하였으며, 요소응력의 표준편차($\sigma_{ij(\text{표준편차})}$)는 식(3), 식(4), 식(5)를 제안식으로 사용하였다.

$$\sigma_{ij(\text{표준편차})} = \frac{0.242 \times \{\sigma_{ij(\mu+\sigma)} + \sigma_{ij(\mu-\sigma)}\} + 0.399\sigma_{ij(\mu)} - \sigma_{ij(\mu)}}{0.883} \quad (3)$$

$$\sigma_{ij(\text{표준편차})} = 0.242 \times \{\sigma_{ij(\mu+\sigma)} + \sigma_{ij(\mu-\sigma)}\} + 0.399\sigma_{ij(\mu)} - \sigma_{ij(\mu)} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij(\text{표준편차})} = \frac{\{\sigma_{ij(\mu+\sigma)} + \sigma_{ij(\mu-\sigma)}\}}{2} - \sigma_{ij(\mu)} \quad (5)$$

여기서 $\sigma_{ij(\mu)}$ =평균값이고, $\sigma_{ij(\mu+\sigma)}$ (+)변동계수에 따른 응력값이며, $\sigma_{ij(\mu-\sigma)}$ (-)변동계수에 따른 응력값이다.

3.3 AFOSM에 의한 신뢰성지수 및 파괴확률

본 연구에서는 그림 13과 같은 Hasofer-Lind가 제안한 개선된 1계2차모멘트법을 신뢰성 해석기법으

로 사용하였다. 사용된 한계상태식은 Von Mises, Tresca와 Mohr-Coulomb으로서 한계상태 영역내에 존재하는 신뢰성지수 β 값만을 계산해 내는 기법¹²⁾ 그림 14와 같은 흐름도를 사용하였다.

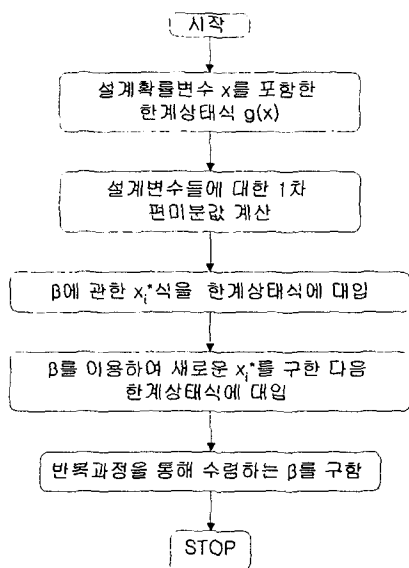


그림 13 개선된 1계2차모멘트법

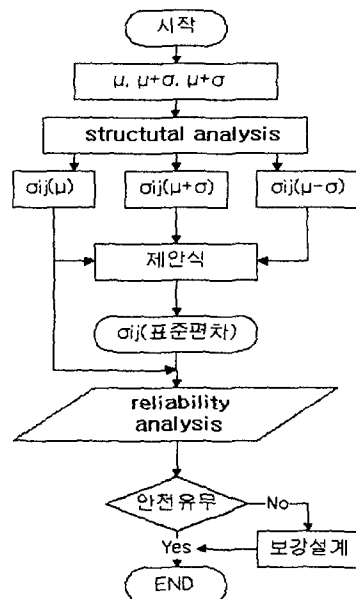


그림 14 신뢰성 흐름도

4. 실험모델과 비교 분석

4.1 해석 모델

본 연구에서는 초기처짐이 있는 판의 일축압축실험으로서 판의 비선형 좌굴을 해석하기 위한 모델을 DIANA 해석을 하였다. 비교값으로는 그림 15와 같이 실험한 실험값⁷⁾과 Coan의 결과값¹⁾을 그림 6에 나타내었다. 그림 15의 실험장치는 D의 하중재하 부분과, BB'와 CC'의 판을 지지해주는 부분과 E부분은 바닥장치 면으로 구성되었다.

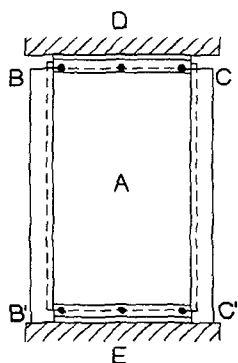


그림 15 실험장치

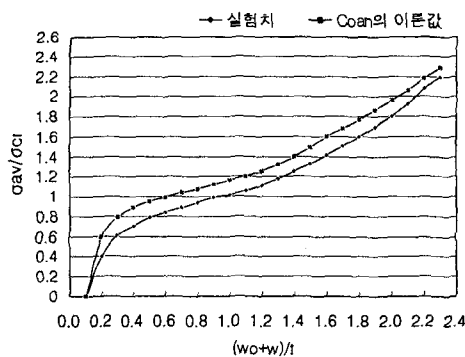


그림 16 실험치와 COAN의 이론치

그림 16에서 w_0 는 초기처짐(0.1cm)이고 w 는 변위증분하중이 증가할때의 증분처짐이며, t 는 부재두께를 말한다. 그림 16의 결과치는 그림 17과 같은 정사각형판의 1/4만을 그림 18과 같이 떼내어 해석한 결과값들이다. 표 1은 DIANA 모델링에 사용된 단면 제원이며, 신뢰성해석을 하기 위해 변위하중의 변동계수를 10%로 가정하여 해석하였다.

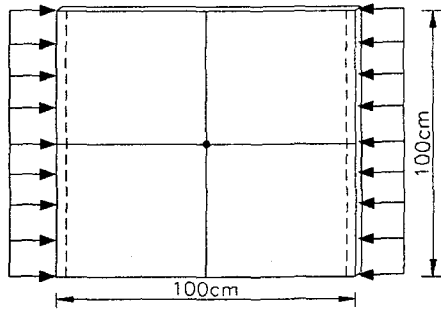


그림 17 이상화된 판구조물

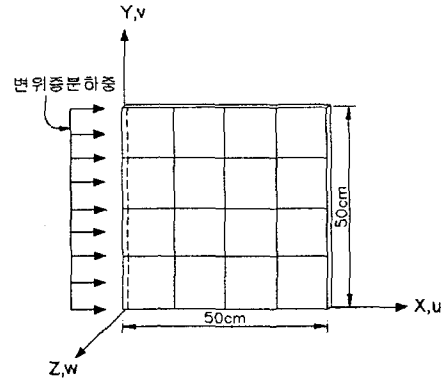


그림 18 DIANA 해석모델

표 1. 유한요소모델에 대한 설계변수의 평균과 표준편차

구분 \ 설계변수	Y (kgf/cm ²)	E (kgf/cm ²)	ν	t (cm)	dw(변위증분) (cm)
평균	2800	2.1×10^6	0.3	1	2×10^{-3}
표준편차	280	2.1×10^5	0.03	0.1	2×10^{-4}

5. 결 론

본 연구에서는 신뢰성 해석이 되지 않는 일반 상용프로그램을 이용하여 판에 대한 비선형 탄소성 신뢰성해석을 수행할 수 있는 해석기법을 개발하고자 하였다. 본 연구에서 사용된 상용프로그램은 비선형 탄소성해석과 안정(Stability)해석이 가능한 DIANA를 사용하였다. 본 연구에서 개발된 기법을 사용하면 3번의 확정론적인 해석방법으로 판의 신뢰도지수 β 와 이에 대한 파괴확률 P_f 를 손쉽게 계산할 수 있다. 따라서 실용적인 확률론적 해석기법으로 구조물의 안전성을 합리적으로 평가할 수 있게 되었다. 본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 복잡한 3차원 구조물이나 좌굴안정해석이 필요한 경우라 할지라도 상용프로그램을 이용한 구조물의 신뢰성해석이 가능하게 되었다.
2. 구조해석에 필요한 설계변수들이 불확실량을 가질 경우, 상용프로그램에 의한 신뢰성해석에 의해 구조물의 파괴확률 P_f 를 알 수 있기 때문에 보다 합리적으로 구조물의 안전성을 평가할 수 있다.
3. 구조실무자들이 사용하고 있는 프로그램이 신뢰성해석이 되지 않는다 할지라도 본 연구 기법을 따르면 신뢰성해석을 수행할 수 있다.
4. 판의 비선형 탄소성 신뢰성해석을 함으로써 판의 보강여부와 목표신뢰성지수 β_T 를 만족하는 보강판의 두께를 결정할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (과제번호 : 2000-0-310-001-3)지원으로 수행되었음.

참고문헌

1. Coan, J. M. , "Large Deflection Theory for plates with small Initial Curvature Loaded in Edge Compression" Journal of Applied Mechanics, Vol. 18, 1951
2. Ang, A. H-S. and Tang, W-H., "Probability concepts in engineering planning and design", Vol. I, John Wiley & Sons, 1975
3. Ang, A. H-S. and Tang, W-H., "Probability concepts in engineering planning and design", Vol. II, John Wiley & Sons, 1984
4. Handa, K. and Karrholm, G., "Application of Finite Element Method in the Statistical Analysis of Structures ", Chalmers University of Technology, 1975, Sweden
5. Mahadevan, S., "Stochastic Finite Element-based Structural Reliability Analysis and Optimization", Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, Gerorgia Institute of Technology, July, 1988
6. Hasofer, A.M. and Lind, N.C., "Exact and Invariant Second Moment Code Format", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.100, No. EM1, pp.111-121, 1974
7. Cambou, B., "Application of First Order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity", Proceedings, Second International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, London England, 1971
8. 구종도, 이주성, "선체구조물에 관한 비선형 해석 연구", 해군사관학교, 연구보고서, 1982
9. 이용재, "압축을 받는 판 및 보강판의 기하학적 비선형 해석에 관한 연구" 공학 박사학위논문, 서울대학교, 1978
10. 양영순, 김지호, "평면 FRAME 구조물의 확률 유한요소 해석", 한국 전산구조 공학회지, 제2권, 제4호, pp.89-98, 1989
11. 김봉재, "범용 구조해석 패키지를 이용한 구조신뢰성 해석", 서울대학교 대학원 조선해양공학과, 공학석사학위논문, 1997
12. 박석재, "한계상태방정식에 따른 평면응력요소의 신뢰성해석", 한국 강구조공학회논문집, Vol.12, No.5, 2001