

곡선강박스거더의 뒤틀림 해석 및 격벽간격산정

A Study on the Distortional Analysis of Curved Steel Box Girders

구민세* 이호경** 김대홍***
Ku, Min-Se Lee, Ho-Kyung, Kim, Dae-Hong

ABSTRACT

The main objective of this study is to analyze the distortion of curved steel box girders. For the distortional analysis of steel box girders, two approaches are presented. One is the development of approximate formulas obtained by applying Ritz method. The other is the formulation of stiffness matrix which is derived from the exact solution of the differential equation for distortion. Distortional analysis is carried out by utilizing 3-dimensional elements of a structural analysis computer program (SAP2000). The present analysis focuses on the distortional stress and the effects of the diaphragm. The results of several example cases are compared with those by the Nakai, Sakai, Heins, and Oleinik 's theory and get the effect of diaphragm spacing on the distortional warping stress of the curved steel box girder.

1. 서 론

현재 도로건설의 환경적, 경제적 제약을 해결하기 위해 고속도로나 도시 인터체인지 등에 곡선교가 많이 시공되고 있다. 이러한 곡선구간의 교량의 구조형식으로는 콘크리트에 비해 사하중의 영향이 적고 시공기간을 단축할 수 있어 강교량이 널리 채택되고 있다. 교량의 구조형식으로는 I형 플레이트 거더교와 상자형 거더교가 있다. 일반적으로 역학적인 관점으로 볼 때 상자형 거더의 형식이 I형 거더에 비해 비틀림 강성이 크기 때문에 균등하지 못한 하중을 자주 받는 교량형식에 적합한 것으로 알려져 있다. 그러나 상자형 거더가 휨 과 비틀림에 큰 저항력을 갖기 위해서는 단면의 변형이 발생하지 않아야 하며, 단면이 비틀림에 대한 강성이 충분하지 않다면 이 단면은 비틀림 하중에 의해 뒤틀림(Distortion) 과 휨 (Warping)을 일으키고, 이러한 변형이 구속되어 있을 경우 길이 방향으로 과도한 응력이 유발된다. 따라서 단면의 과도한 변형을 방지하기 위해 상자형 거더가 큰 비틀림 강성을 가져야 하는데 그러기 위해서는 격벽(Diaphragm)의 설치가 필요하다. 곡선교의 해석방법은 Vlasov(1961)의 박판보 이론(Thin-walled beam theory)으로 체계화되었으며, Heins(1974) 그리고 Nakai 와 Yoo(1988) 등의 여러 학자들에 의해 다양한 이론이 정립되어 왔다. 그러나 초기곡률로 인하여 해석이 복잡하여 명확하게 응력상태를 알 수 있는 이론은 정립되지 않았으며, 횡단면의 변형 여부 등의 해석상 가정에 따라 다양한 이론이 적용되는 실정이다.

반면에 셀요소를 사용한 3차원 유한요소법은 단면 변형으로 인한 뒤틀림을 충분히 고려 할 수가 있는 가장 강력한 수단이며 이 방법에 의한 범용 구조해석 프로그램들이 많이 개발 되어있다.

국내 시방서 규정에는 뒤틀림 및 격벽에 관한 규정이 거의 전무하다고 볼 수 있다. 다만 판형 교의 설계에서 수직 브레이싱을 6m 이내, 플랜지 폭의 30배를 넘지 않는 조건으로 격벽을 설치하도록 규정하고 있다.

* 인하대학교 토목공학과 교수

** 인하대학교 대학원 토목공학과 박사과정

*** 인하대학교 대학원 토목공학과 석사과정

그리고 실제 설계 실무에서는 직선 상자형 거더교의 경우 격벽의 간격을 5 m 로 하는 것이 관례로 되어 있으며 이러한 관례의 타당성에 대한 검증도 이루어지지 않았다. 이 연구에서는 곡선 교와 그에 대한 일본 및 미국 설계 기준 등과, 주어진 조건에 대하여 3차원 쉘요소를 이용해 뒤틀림응력 및 적정 격벽 간격을 산정하고 기존의 Nakai, Sakai, Oleiniks, Heins 등의 이론들과 비교 검토하여 뒤틀림응력을 제어 할 수 있는 적정 격벽 간격을 알아본다.

2. 직선 및 곡선 강상자거더의 뒤틀림 해석이론

2.1 강상자거더의 거동

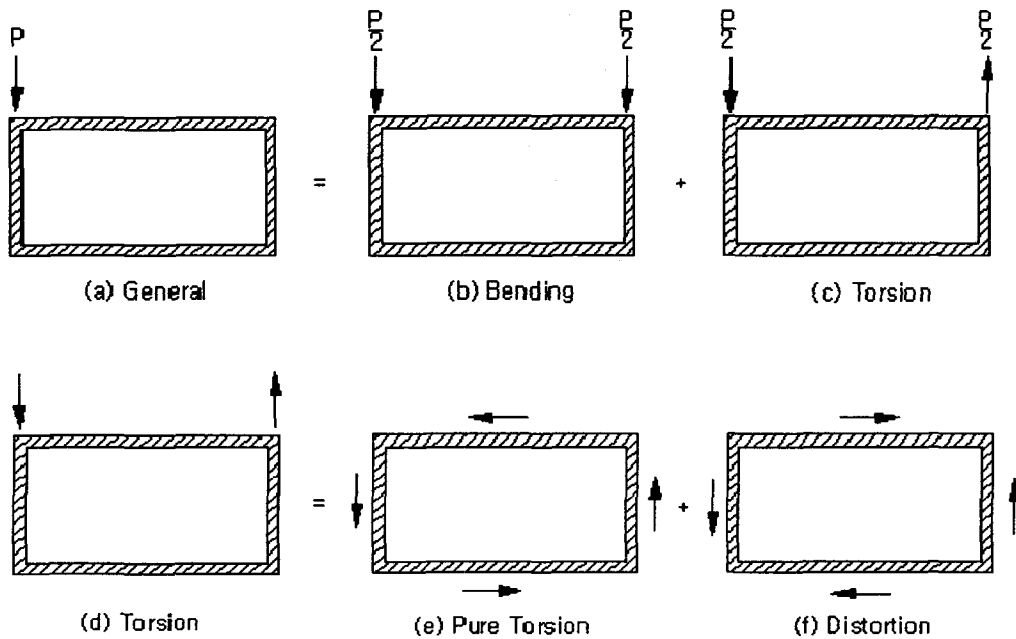


그림 2.1 편심하중을 받는 강박스 거더

상자형 거더에 작용하는 하중은 그림 2.1 과 같이 나누어서 해석을 수행한다. 편심하중이 작용시 하중은 휨 및 비틀림으로 나누어 볼 수 가 있다. 비틀림은 다시 단면의 형상을 변화시키지 않는 순수 비틀림 (Pure torsion) 과 단면의 형상에 변형을 가져오는 뒤틀림(Distortion) 으로 나눌 수 있다. I 형과 같은 단면에서는 뒤틀림이 휨응력에 비해 무시할 수 있을 만큼 작지만 강상자 거더와 같은 폐단면에서는 뒤틀림이 크게 발생하고 순수 비틀림은 무시할 만큼 작다.

강상자거더에서 격벽(Diaphragm) 과 수직 브레이싱의 강성이 충분하지 않으면 비틀에 의하여 횡단면의 탄성변형이 생기며 뒤틀림이 유발된다. 이러한 뒤틀림으로 인하여 뒤틀림 각과 단면의 모서리 부분이 부재 축방향으로 나오고 들어가는 휨 (Warping) 이 발생되고 이 휨이 구속되는 경우에 2차적인 수직응력이 일어나며, 이는 부재의 효율을 저감하게 하는 요인이 된다. 일반적으로 상자형 단면의 수직응력 분포는 휨응력 f_b , 비틀에 의한 수직응력 f_t 그리고 단면의 찌그러짐, 즉 뒤틀림에 의한 수직응력 f_{Dt} 의 대수 합이 되며 다음과 같다

$$f = f_b + f_w + f_{Dt} \quad (2.1)$$

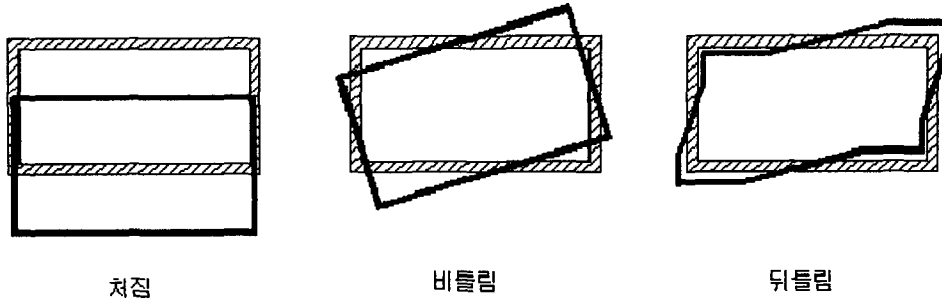


그림 2.2 편심하중하에 상자형 거더의 변형

뒤틀림에 의한 수직응력 f_{Dw} 의 최대 값은 상부 또는 하부 플랜 지의 양단에서 발생하며, 뒤틀림에 의한 bimoment M_{DW} 와 뒤틀림 뒸 함수 ω_D 의해 결정된다. 본 논문에서의 뒤틀림 해석은 f_{Dw} 값을 결정하는 것이다.

(1) BEF (Beam on elastic foundation) 유사법

Wright(1968)가 제안한 BEF (Beam on elastic foundation) 유사법은 다음과 같다. 양단이 단순 지지된 상자 거더가 등분포 하중을 받으면 뒤틀림 거동이 발생하며, 뒤틀림에 대한 총퍼텐셜 에너지 Π 는 다음과 같다.

$$\Pi = U\sigma + U\tau + V_m$$

$$\Pi = \frac{E I_{DW}}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2\theta}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{K_{DW}}{2} \int_0^L \theta^2 dz - \int_0^L \frac{m_T}{2} \theta dz \quad (2.2)$$

여기서 $U\sigma$ 와 $U\tau$ 는 각각 뒤틀림에 의한 수직응력과 전단응력에 관한 변형에너지 V_m 은 비틀림 모멘트에 의한 외적에너지, E 는 탄성계수, I_{DW} 는 뒤틀림 뒸상수, K_{DW} 는 뒤틀림 강성, θ 는 뒤틀림 각이며, m_T 는 작용하중에 의한 단위 길이당 비틀림 모멘트이다.

식 (2.2)에 대해 최소 퍼텐셜에너지 원리를 적용하고, 박스 양단의 경계조건을 고려하여 정리하면 다음과 같다.

$$E I_{DW} \frac{d^4\theta}{dz^4} + K_{DW} \theta = \frac{m_T}{2} \quad (2.3)$$

식(2.3) 에 뒤틀림에 관한 지배 미분방정식에서 뒤틀림각 θ 에 관한 일반해는 다음과 같다.

$$\theta = A \sin \lambda z \sinh \lambda z + B \sin \lambda z \cosh \lambda z + C \cos \lambda z \sinh \lambda z + D \cos \lambda z \cosh \lambda z + \frac{1}{K_{DW}} \frac{m_T}{2} \quad (2.4)$$

식 (2.4)에서 A, B, C, D 는 상수 λ 는 $\sqrt[4]{\frac{K_{DW}}{4EI_{DW}}}$ 이다. 여기서 경계조건을 도입하고 θ 를 구하면, 뒤틀림에 의한 Bimoment M_{DW} 와 수직응력 f_{DW} 를 구할 수 있다.

$$M_{DW} = -EI_{DW} \theta'''' \quad (2.5)$$

$$f_{DW} = -\frac{M_{DW}}{I_{DW}} \omega_D \quad (2.6)$$

곡선 강상자 거더는 직선강상자거더의 퍼텐셜에너지에 휨모멘트에 의한 외적에너지 V_M 이 추가된다.

$$\Pi = U_s + U_c + V_m + V_M \quad (2.7)$$

지배 미분방정식은 다음과 같다.

$$EI_{DW} \frac{d^4 \theta}{dz^4} + K_{DW} \theta = -\frac{m_T}{2} + \Psi \frac{M_x}{R} \quad (2.8)$$

식 (2.8)에서 M_x 는 휨모멘트, Ψ 는 무차원 계수 R 은 곡률 반경이다. 일반 해는 다음과 같다.

$$\theta = A \sin \lambda z \sinh \lambda z + B \sin \lambda z \cosh \lambda z + C \cos \lambda z \sinh \lambda z + D \cos \lambda z \cosh \lambda z + \frac{1}{K_{DW}} \left(-\frac{m_T}{2} + \Psi \frac{M_x}{R} \right) \quad (2.9)$$

(2) RITZ 방법을 이용한 근사식

단순 지지된 곡선 강상자거더가 등분포 비틀을 받는 경우 총퍼텐셜에너지는 다음과 같다.

$$\Pi = \frac{EI_{DW}}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 \theta}{ds^2} \right)^2 ds + \frac{K_{DW}}{2} \int_0^L \theta^2 ds - \int_0^L \left(-\frac{m_T}{2} + \Psi \frac{M_x}{R} \right) \theta ds \quad (2.10)$$

M_x 는 등단면이며 도심과 전단중심이 일치하는 경우 다음과 같다.

$$M_x = c_1 \sin \phi + c_2 \cos \phi - pR^2 + m_T R \quad (2.11)$$

여기서 p 는 등분포하중, m_T 는 등분포 비틀하중 그리고 ϕ 는 s/R 이다.

$$c_1 = \frac{pR^2 - m_T R + (m_T - pR^2) \cos(L/R)}{\sin(L/R)}, \quad c_2 = (m_T R + pR^2) \quad \text{이다.}$$

식 (2.11)을 (2.10)에 대입하고 최소퍼텐셜에너지 원리를 도입하여 정리하면 다음의 RITZ 계수가 구해진다.

$$A_n = \frac{2L^3 [A + \Psi BC + \Psi (m_T - pR)D]}{EI_{DW} (n\pi)^4 + K_{DW} L^4} \quad (2.12)$$

식 (2.12)를 다음과 같이 가정된 미분방정식의 해에 대입하면 뒤틀림각 및 응력을 구할 수 있다.

$$\theta = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} A_n \sin \frac{nz\pi}{L} \quad (2.13)$$

직선의 경우는 $R = \infty$ 로 놓고 계산을 하면 구할 수 있다.

곡선강상자형 거더 해석시 유의할 점은 등분포 하중 p 의 값이다. 보통 비틀림 하중이 작용할 때 수직하중이 서로 상쇄되어 $p=0$ 으로 계산을 하면 계산 값이 오히려 직선보다 작게 나온다. 수식에서 p 값은 R^2 항과 곱하여 지기 때문에 그 값이 0 일 때와 0.0001일 때 에도 무척이나 큰 차이를 가져오게된다. 따라서 비록 수직하중이 0인 비틀림 하중이 작용하더라도 곡선보 해석시에는 p 값을 0으로 놓지 말고, 자중 값으로 계산하여야 정확한 뒤틀림 응력을 얻을 수 있다.

3. 직선 및 곡선 강상자거더의 뒤틀림응력의 계산

격벽이 없는 강상자형거더의 뒤틀림응력은 주로 다음의 변수에 의해 결정된다. $f_{DW} = f(L, b, h, t_w, \phi)$

이러한 변수 중에서 뒤틀림응력에 가장 크게 영향을 미치는 변수는 L, b, ϕ 이다. L 은 지간길이, b 는 단면폭, t_w 는, 웹 두께, ϕ 는 중심내각다.

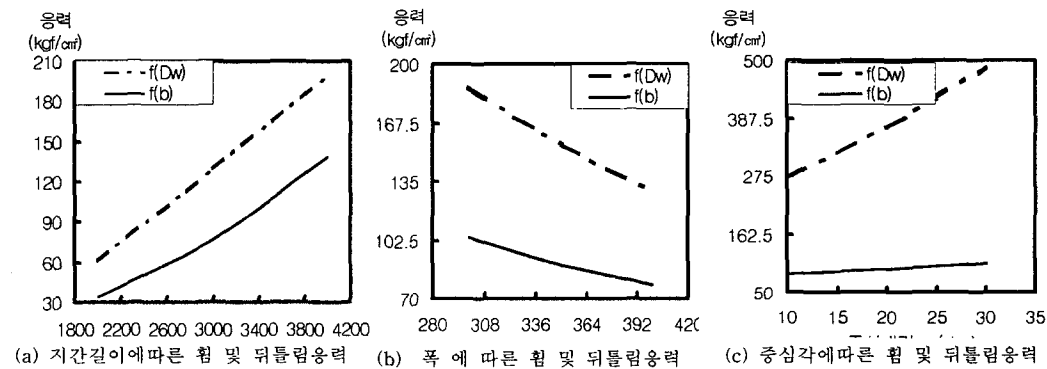


그림 3.1 각 변수에 따른 휨 및 뒤틀림 응력

그림 3.1 과 표 3.1에서 알 수 있듯이 지간길이가 길어지거나, 폭이 작아지며, 각도가 클수록 뒤틀림응력은 크게 변하고, 구조물의 단면이 클수록 휨응력(f_b) 에 비해 뒤틀림응력이 커지며, 뒤틀림응력값 자체도 크기 때문에 편심하중 작용시 반드시 제어 해주어야 한다. 따라서 그 방법으로써 적정 격벽간격의 설정을 들 수 있다. 현재 일본의 설계기준은 f_b/f_{DW} 비를 5% 이내가 되도록 격벽간격을 설정할 것을 권하고 있으며 미국 설계기준은 일본기준 보다 큰 10%로 규정하고 있다. 이 연구에서는 f_b/f_{DW} 비를 5% 가 되도록 하여 적절한 격벽간격을 설정 한다.

표3.1 각 변수에 따른 휨 및 뒤틀림 응력 (m_T 단위는 $kg \cdot cm/cm$)

기본값(kg.cm)	변 수	f_{DW} (정해) kg/cm^2	f_{DW} (RITZ) kg/cm^2	f_b (kg/cm^2)		
b	400	L (cm)	2000	61.545	61.487	34.56
h	200		3000	130.36	130.23	77.76
t_u	1		4000	199.987	199.746	138.24
t_w	1	b (cm)	300	187.138	186.929	104.2
t_l	1		350	156.021	156.184	88.87
L	3000		400	130.23	130.36	77.76
ν	0.3	ϕ (deg)	10	273.25	272.25	86.82
m_T	1000		20	369.90	359.73	96.12
ϕ	0		30	487.47	452.95	107.76

4. 곡선 강상자거더의 뒤틀림응력의 제어를 위한 적정 격벽간격 산정

3차원 쉘요소를 이용한 뒤틀림응력의 FEM 해석 예 (m_T 단위는 $kg \cdot cm/cm$)

해석모델	b (cm)	h (cm)	tu (cm)	tw (cm)	tl (cm)	ν	E	m_T	ϕ (deg)
A-10	200	110	1	1	1	0.3	2100000	700	10
A-20	200	110	1	1	1	0.3	2100000	700	20
A-30	200	110	1	1	1	0.3	2100000	700	30
B-10	410	200	1	1	1	0.3	2100000	700	10
B-20	410	200	1	1	1	0.3	2100000	700	20
B-30	410	200	1	1	1	0.3	2100000	700	30

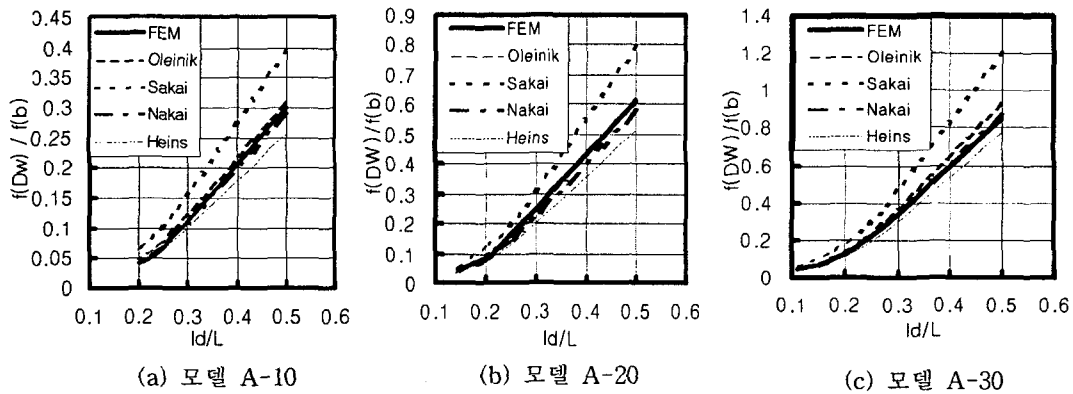


그림 4.1 격벽간격에 따른 뒤틀림-휨 응력비

해석모델 A 휨응력과 뒤틀림응력이 큰 차이가 없는 단면특성을 가진 모델이고 해석모델 B는 휨응력에 비해 뒤틀림응력이 큰 단면특성의 모델이다.

그림 4.1 은 격벽간격 (l_d)와 지간길이 비와 그에 따른 휨-뒤틀림응력비 f_{Dw}/f_b 를 나타내었다. 범용프로그램인 SAP2000을 이용한 3차원 쉘요소 통한 응력값과 Oleinik, Nakai, Sakai, Heins 이 제안한 식과 비교하여 적정격벽 간격수 는 표 4.1에 나타내었다. 휨-뒤틀림 응력비가 5% 미만이라 할 때 그때의 격벽 수이며, 그 격벽 수에 해당하는 Oleinik, Nakai, Sakai, Heins 의 제안식 값을 나타낸 것이다.

Heins(1975)의 제안식의 주 변수는 EI_{Dw} , L , R 이고 나머지 식들의 주 변수는 L , R , θ 이다.

표 4.1 격벽간격에 따른 뒤틀림-수직 응력비

L(cm)	ϕ (deg)	f_b (kg/cm^2)	최적격벽 개수	f_{Dw}/f_b				
				FEM	Heins	Nakai	Sakai	Oleinik
3600	10	457.81	4	0.0415	0.04915	0.06291	0.04584	0.04085
	20	474.87	7	0.0474	0.03846	0.04933	0.03593	0.03211
	30	497.78	8	0.0498	0.04570	0.05884	0.04283	0.03846
5000	10	868.83	6	0.0495	0.02802	0.04458	0.03138	0.03564
	20	887.32	8	0.0494	0.03394	0.05414	0.0380	0.04339
	30	916.48	10	0.0491	0.03414	0.05471	0.03847	0.04403
6000	10	1246.49	6	0.0489	0.02929	0.05349	0.03708	0.04818
	20	1268.21	9	0.0496	0.02873	0.05262	0.03647	0.04752
	30	1305.28	11	0.0497	0.02997	0.05516	0.03821	0.05003

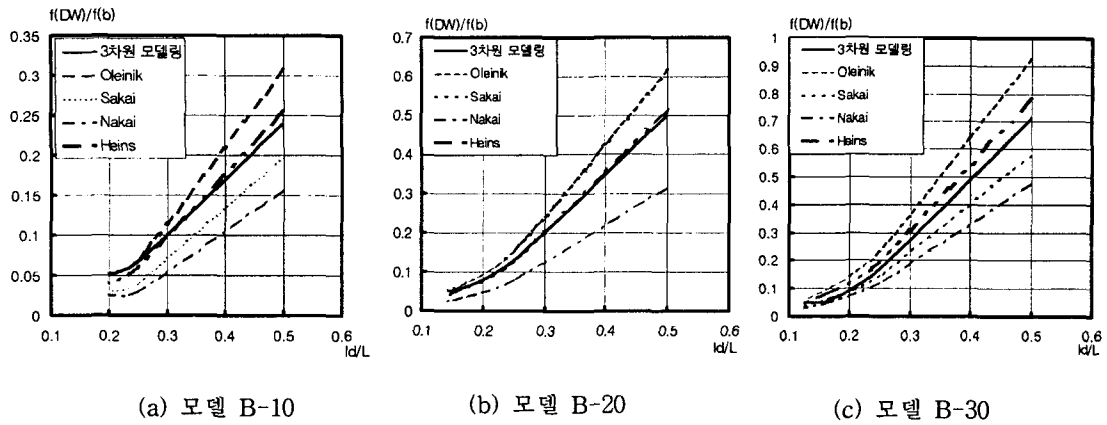


그림 4.2 격벽간격에 따른 뒤틀림-휨 응력비

모델 A, 표 4.1 에서는 주로 Nakai 의 제안식이 보수적인 식이고 또 비슷한 경향을 보이지만 그 값들은 일본설계 기준인 -뒤틀림응력비가 5% 이어야 한다는 기준하에 경향이고 각 격벽 개수의 영향을 고려해 보면 내부 각도가 작을수록 휨, 뒤틀림응력비가 기존의 제안 식보다 작게 나오고 내부각이 커질수록 비슷해 지는 경향이 있다. 또 지간이 작고 각도가 작으면 Heins, Sakai, Oleinik 과 비슷하고 조금씩증가할수록 Nakai 와 지간과 중심각이 많이 클수록 Oleinik 과 비슷해 지는 경향이 있다. 또 외력과 휨응력에 비해 비틀림응력이 크게 발생하는 모델인 모델B 의 경우는 주로 Oleinik 과 비슷하며 지간과 각도가 클수록 Oleinik 과 Sakai 의 식과 비슷한 경향을 보인다.

5. 곡선 강상자거더의 뒤틀림응력의 제어를 위한 공식 제안

지금까지의 결과로 보아 휨- 뒤틀림 응력비는 여러 변수에 따라 크게 변하며, 주로 Nakai 와 Heins 의 제안식이 주로 뒤틀림응력을 크게 보았다고 할 수 있다. 변수의 변화에 따라 변하는 휨 및 뒤틀림응력의 관계를 보다 정확히 예측하기 위해 3차원 모델링을 이용한 값의 결과로 새로운 공식을 제안한다.

$$\frac{f_{DW}}{f_b} = (3.5 + (0.3 \times \frac{L}{B}) - \frac{35}{L}) \times (\frac{l_d}{L})^2 \times \theta \quad \text{단, } (10 \leq \phi \leq 30) \quad (5.1)$$

표 4.2 격벽간격에 따른 뒤틀림-수직 응력비 (응력단위는 kg/cm²)

L(cm)	φ (deg)	격벽이 없을 시		f _b	최적격벽 개수	f _{DW} /f _b				
		f _{DW} (정해)	f _{DW} (FEM)			FEM	Heins	Nakai	Sakai	Oleinik
3600	10	231.64	242.58	133.52	4	0.0498	0.0179	0.0252	0.0306	0.0491
	20	362.55	376.4	148.53	6	0.0480	0.0183	0.0251	0.0314	0.0502
	30	529.24	556.14	165.84	7	0.0495	0.0212	0.0297	0.0363	0.0578
5000	10	389.23	395.94	258.00	5	0.0498	0.0212	0.0228	0.0295	0.0381
	20	624.17	647.76	287.13	6	0.0498	0.0336	0.0336	0.0436	0.0561
	30	886.51	904.64	321.00	8	0.0496	0.0287	0.0310	0.0398	0.0511
6000	10	448.55	471.45	366.46	5	0.0492	0.0286	0.0266	0.0355	0.0398
	20	735.21	757.01	403.15	7	0.0480	0.0324	0.0300	0.0410	0.0449
	30	1043.33	1095.2	445.85	8	0.0496	0.0390	0.0358	0.0478	0.0532

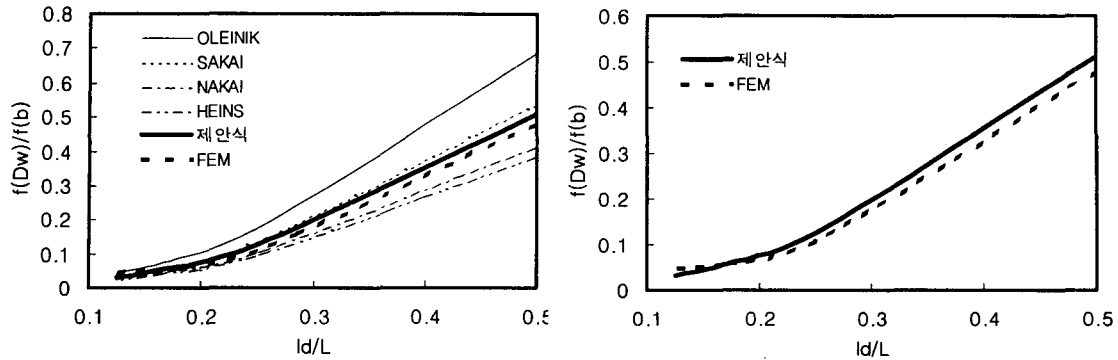


그림 5.1 제안식과 3차원 FEM 비교

식 (5.1)에서 L 은 곡선강상자 거더의 지간길이(m), B 는 상자거더의 복부 간격, θ 는 곡선 강상자거더의 중심내각(*radian*), l_d 는 격벽 간격 (*m*) 이다.

6. 결론

본 연구는 3차원 FEM 모델링을 통해 다른 제안식의 타당성을 검토하고 새로운 식을 제안하였으며, 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 불균등한 하중이 제하되는 강상자거더에 뒤틀림응력은 휨응력보다 지배적이며, 단면 폭이 상대적으로 크게 되면 휨응력보다 큰 값이 나오게 되므로 폭부폭이 무조건 크다고 안전한 설계가 되는 것이 아니므로 그에 해당하는 적절한 격벽간격을 설정하는 것이 필요하다.
- (2) (5.1)에서 제안한 식은 중심내각이 10도에서 30도 사이일 때 유효하며, Sakai 의 식과 비슷하며, Heins 식과는 약간 다른 값을 갖는다.
- (3) 지금까지의 결과와 같이 뒤틀림을 제어하는 경우 변수를 고려하지않고 격벽간격을 산정하는 것은 비효율적인 식이 될수 있다. 지배적인 조건인 지간길이, 중심내각, 단면폭에 따른 적절한 격벽 간격을 선정하는 것은 효율적인 뒤틀림응력을 제어하는데 반드시 필요하다.

참고문헌

1. Hiroshi Nakai, Analysis and Design of Curved Steel Bridges, McGray-Hill Book Company, New York, 1988, p.208~220
2. James C. Oleinik and Conrad P. Heins, "Diaphragms for Curved Box Beam Bridges", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST10 October, 1975. pp.2161~2178
3. Conrad P. Heins and James C. Oleinik, " Curved Box Beam Bridge Analysis", Computer & Structures, Vol. 6, pp.65~73. 1976
4. 이희엽, "직접강도법에 의한 곡선 강박스 거더의 뒤틀림 해석 및 설계 최적화에의 응용", 인하대학교 공학박사학위 청구논문, 2000, p.9~62
5. 조효남, 강구조공학, 구미서관, 서울, 1999, p.55
6. 양창현, 재료역학, 청문각, 서울, 1994, p.88~100
7. 김상식, 구조물안정해석, 문운당, 서울, 1999, p.171~189