

## 구형등가보 원리에 의한 튜브 구조물의 전단응력 해석

### Orthotropic Beam Analogy for Analysis of Shear Stresses in Framed-Tube Structures

이 강 건\*      이 리 형\*\*  
Lee, Kang-Kun      Lee, Li Hyung

#### ABSTRACT

A simple numerical modelling technique is proposed for estimating the shear stress distribution in beams of framed tube structures with multiple internal tubes. The structures are analysed using a continuum approach in which each tube is individually modelled by a tube beam that accounts for the flexural and shear deformations, as well as the shear lag effects. The method idealises the discrete tubes-in-tube structures as an assemblage of equivalent multiple beams, each composed of orthotropic plate panels. The numerical analysis of shear stress is based on the elastic theory in conjunction with the minimum potential energy principle. By simplifying assumptions regarding the form of strain distributions in external and internal tubes, the shear stress distributions are expressed in terms of a series of linear functions of the second moments of area of the structures and the corresponding geometric and material properties, as well as the applied loads. The simplicity and accuracy of the proposed method are demonstrated through the solutions of three numerical examples.

#### 1. 서 론

튜브 구조시스템은 튜브내에 존재하는 전단지체 현상으로 인하여 튜브자체의 이점인 캔틸레버 효율성에 있어서 상당한 손실을 보이고 있다. 이러한 결점에도 불구하고, 튜브구조시스템이 구조 효율성을 최대화할 수 있는 경제적인 시스템으로서 초고층 구조물에 많이 사용되고 있다. 특히, 내부튜브를 포함하고 있는 튜브 구조물인 경우, 수평강성의 증가와 더불어 튜브구조에서 문제가 되고 있는 전단지체 현상을 줄이고, 내부 기둥의 수평하중에 대한 적극적인 저항을 유도하는 구조적인 이점을 갖고 있다.

구형등가보로서 튜브구조물을 모델링하는 기존의 방법들은<sup>1),3)</sup> 튜브구조물의 정확한 거동을 평가하기에는 충분하지 않다. 이러한 방법들은 튜브-튜브 상호작용뿐만 아니라 튜브내의 전단지체 영향을 충분히 고려하지 않아 정확한 거동해석이나 구조수행 능력을 평가하는데 있어서 문제점을 안고 있다.

본 연구에서는, 튜브에 작용하는 전단응력 분포를 수치적인 모델로서 해석한 방법의 정확성과 효율성을 입증하기 위하여 내부튜브를 갖고 있는 튜브 구조물의 전단응력 분포가 제안된 방법에 의하여 평가되었다. 3-D 골조 해석 프로그램(ETABS)<sup>7)</sup>에 의한 해석 결과가 비교 평가를 위하여 포함되었다. 3개의 40층 철근콘크리트 골조 튜브 구조물(1개의 내부튜브, 2개의 내부튜브, 3개의 내부튜브)이 해석되었으며, 그 결과가 각 튜브 구조물의 보의 전단응력 분포를 평가하기 위하여 비교되었다. 제안된 방법에 의한 튜브 구조물의 전단응력 분포는 튜브-튜브 상호작용 및 전단지체 영향을 받는 튜브 구조물의 전반적인 전단응력을 잘 설명하고 있다.

\* 정회원, 한양대 초대형구조시스템 연구센터, 연구조교수

\*\* 정회원, 한양대 건축공학과, 교수

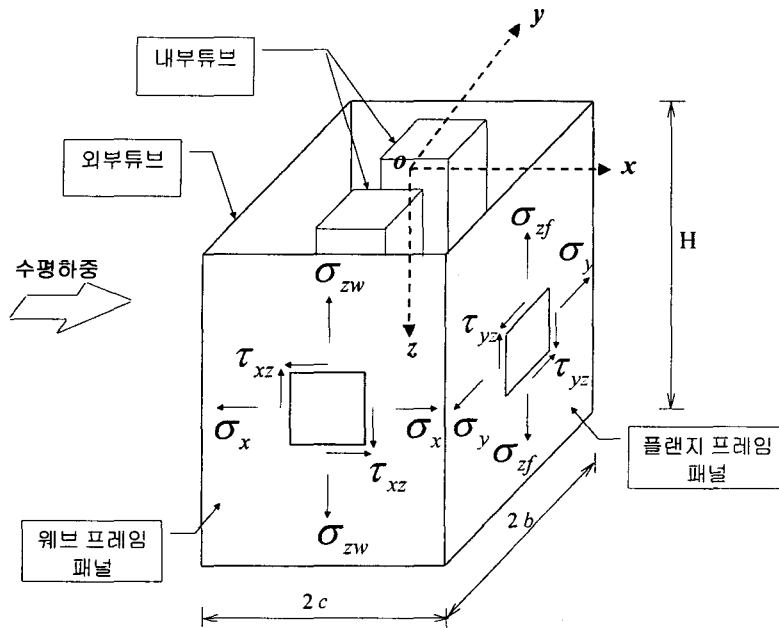


그림 1 2개의 내부튜브를 가진 튜브구조물의 응력 표기

## 2. 구조 모델링

### 2.1 평형방정식

연속보 개념위에서 내부튜브를 가진 튜브구조물의 해석모델링기법이 이전에 제안되었다.<sup>6)</sup> 제안된 방법의 정확성과 신뢰성이 튜브구조물의 처짐, 휨응력 분포 그리고 전단지체 현상의 비교 평가를 통하여 증명되었다. 이 방법은 등가의 패널로 구성된 복수의 튜브 구조물을 하나의 구형단면을 가진 연속보 개념위에서 모델링되었다.

그림 1은 튜브구조의 플랜지와 웨브 프레임 패널에 작용하고 있는 응력을 표기한 것이다. 모든 골조 튜브는 수직 평면내에서 균일한 등가 플레이트의 집합으로 구성되어있다. 내부튜브와 외부튜브사이 상대변형은 슬래브 평면내 높은 강성으로 인하여 구속되어 각 층에서의 상대변형은 무시된다. 여기서 제안된 방법은 다음과 같은 특성을 갖고 있다: (1) 플랜지 패널에 있는 전단지체 영향을 고려한 독립적인 변위 분포를 고려하기 위하여 Reissners 함수<sup>5)</sup>가 수정되었다; (2) 내외부 튜브에 있는 정·부 전단지체 영향이 튜브구조물의 전반적인 전단응력을 평가하는데 포함되었다; (3) 내부튜브의 수평강성이 해석시 포함되었다; (4) 튜브-튜브 상호작용에 의한 부가응력이 전단응력 해석시 포함되었다.

가정된 응력 분포 곡선은 구조체의 부재 및 기하학적 특성 그리고 단면이차모멘트로 구성된 선형함수로 표현된다. 여기서 사용된 과정은 구형등가보의 개념위에서 모델링되며, 기 가정된 변위함수는 각 튜브의 플랜지와 웨브에 있는 변위 변형을 나타내기 위하여 가정되었다. 그 변위변형 함수는 구조물의 높이와 보의 위치에 따른 변화하는 함수이다.

기준축에 대한 가정이 튜브 구조물의 이상적인 모델링을 위하여 그림 1처럼 가정된다. 튜브구조물은 구조물의 중앙부를 수직으로 통하는 z 축과 2개의 x 그리고 y축을 갖으며, 모든 구조물은 x, y 축에 대칭된다. 이러한 가정은 내부튜브에도 적용이 된다.

그림 1에서 플랜지 프레임 패널의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

또한 그림 1의 웨브 프레임 패널에 대한 일치하는 평형 방정식은

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \sigma_{zw}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

따라서, 구형보의 응력-변형 관계식은 다음과 같이 유도된다.

$$\sigma_y = E_y \varepsilon_y + E_{yz} \varepsilon_z; \sigma_{zf} = E_{zf} \varepsilon_{zf} + E_{yz} \varepsilon_y; \tau_{yz} = G_{yz} \cdot \gamma_{yz} \quad (3)$$

$$\sigma_x = E_x \varepsilon_x + E_{xz} \varepsilon_{zw}; \sigma_{zw} = E_{zw} \varepsilon_{zw} + E_{xz} \varepsilon_x; \tau_{xz} = G_{xz} \cdot \gamma_{xz}$$

여기서, 탄성계수  $E_{yz}$ 와  $E_{xz}$ 은 자연상태의 조건에서는 무시될 수 있다.

## 2.2 플랜지와 웨브 프레임 패널의 수직변형

튜브 구조물의 플랜지와 웨브에 있는 변위분포는 기존의 휨이론에 의하여 예측된 것과는 다르게 거동한다. 즉, 플랜지 패널에 있는 변위 분포는 일정한 분포가 아니며, 웨브 패널에 있는 변위분포곡선은 비선형으로 변화한다. 이러한 현상은 전단지체에 의한 것으로, 스패ndl 보의 휨성능과 튜브-튜브 상호작용이 이러한 변형분포의 원인이 된다. 플랜지의 분포한 변위형상의 변화는 높이에 따른 전단지체 현상의 크기에 의해 그 변위 분포는 아래로 오목 또는 위로 볼록한 상태로 변화한다(그림 2).

웨브 패널에서의 변위분포의 변화는 플랜지에서의 변위변화처럼 전단지체 크기에 의하여 변위분포 변화는 웨브 중앙부 부근에서는 점선 선형분포의 위와 아래로 지체되는 3차원 분포 현상을 갖게 된다. 이러한 분포 현상이 그림 3에 묘사되어 있다.

골조튜브 구조물의 플랜지 패널에 있는 변위 분포는 Kwan<sup>3)</sup> 이외에도 Coull 과 Bose<sup>1)</sup>에 의해 2차 포물선 곡선으로 가정되었다. 전단벽 구조물의 플랜지에 있는 변위분포는, Coull 과 Abu El Magd<sup>2)</sup>가 2차 곡선을 Kwan<sup>4)</sup>은 4차 곡선분포를 가정하였다. 웨브 패널에 대한 변위 분포곡선은 대부분의 연구자들이 직선분포의 함수를 가정하였다. 그러나 이 변위 가정식들은 전단지체 현상에 대한 전반적인 영향을 설명할 수 없다.

본 논문에서는, 튜브 구조물의 플랜지와 웨브에 존재하는 변위분포를 다음처럼 각각 3차원 포물선 형태로 가정하였다.

$$U_1(z, y) = c \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 - \left( \frac{y}{b} \right)^3 \right) u_1(z) \right] \quad ; \quad U_2(z, x) = \left[ \frac{dw}{dz} x + \left( \frac{x}{c} - \left( \frac{x}{c} \right)^3 \right) u_2(z) \right] \quad (4)$$

위의 가정된 변위분포 방정식을 이용하여 튜브구조물을 모델링한 이전 연구<sup>6)</sup>는 전반적인 튜브구조물의 전단지체 현상 및 축 응력 분포를 전반적으로 정확하게 설명하고 있다.

튜브구조물의 플랜지와 웨브에 있는 전단지체현상에 의하여 영향을 받은 전단변위 분포식은 설명된 축변위 분포 가정식으로부터 증명되며 다음에 설명하였다.

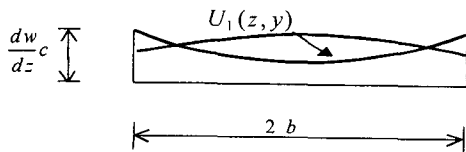


그림 2 플랜지에 있는 수직변위분포

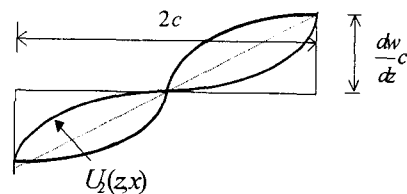


그림 3 웨브에 있는 수직변위분포

### 2.3 전단변형

그림 4는 플랜지와 웨브에 작용하는 전단변형을 기호로 나타낸 것이다. 전단변형 표현식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial U_2(z, x)}{\partial x} && \text{웨브} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial U_1(z, y)}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} && \text{플랜지} \end{aligned} \quad (5)$$

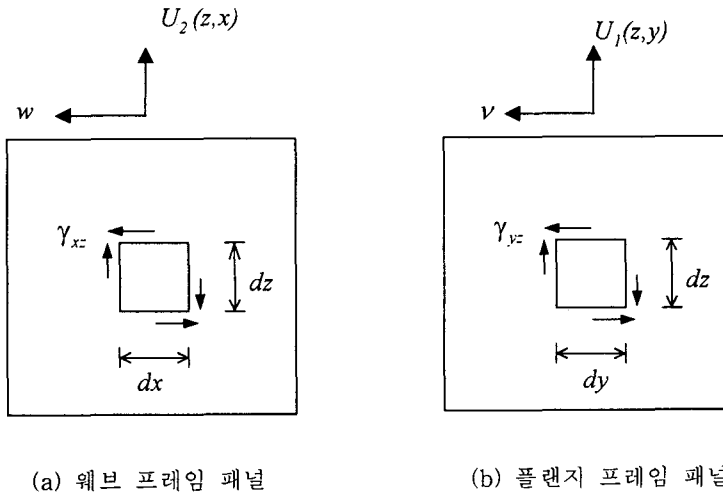


그림 4 웨브와 플랜지 프레임 패널에 작용하는 전단변형도

여기서,

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial z} &= \theta \\ \frac{\partial U_2(z, x)}{\partial x} &= \left[ \frac{dw}{dz} + \frac{1}{c} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{c} \right)^2 \right) \right] u_2(z) \\ \frac{\partial U_1(z, y)}{\partial y} &= - \frac{3c}{b} \left( \frac{y}{b} \right)^2 u_1(z) \end{aligned}$$

여기서, 수평하중에 대한 수직변위( $v$ )는 무시될 수 있으며,  $\theta$  는 4개의 튜브 모서리를 연결하는 평단면의 회전각 이다. 그리고  $u_2(z)$  과  $u_1(z)$  는 각각 외부 플랜지와 웨브 패널의 전단계수를 포함한 미지 함수이다.

이상과 유사한 방법으로, 내부튜브에 존재하는 전단응력은

$$\begin{aligned} \gamma_{xzi} &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial U_{i2}(z, x)}{\partial x} \\ \gamma_{yzi} &= \frac{\partial U_{i1}(z, y)}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial z} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $\frac{\partial U_{12}(z,x)}{\partial x} = \left[ \frac{dw}{dz} + \frac{1}{c_i} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{c_i} \right)^2 \right) u_{12}(z) \right]$  ;  $\frac{\partial U_{11}(z,y)}{\partial y} = -\frac{3c_i}{y} \left( \frac{y}{b_i} \right)^3 u_{11}$  ;

그리고 내부 플랜지 패널의 변위( $v_i$ )는 또한 무시될 수 있다..

### 2.4 미지의 변위함수

그림 5는 복수의 내부튜브를 가진 튜브 구조물의 전형적인 단면을 나타낸 것이다. 이 구조물의  $y$  축에 대한 단면 2차 모멘트는

$$I = I_e + I_i \tag{7}$$

여기서,  $I_e$  와  $I_i$  는 각각 외부튜브와 내부튜브의 단면 2차 모멘트이며, 그것은 다음과 같다.

$$I_e = \frac{4}{3} t c^2 (3b+c) + 4 A_c c^2 \qquad I_i = \frac{4}{3} N t_i c_i^2 (3b_i + c_i) + 4 N A_{c_i} c_i^2$$

여기서,  $N$ 은 내부튜브수 이며,  $t$  와  $t_i$  는 각각 외부튜브와 내부튜브의 에 있는 등가패널 두께이고,  $A_c$  와  $A_{c_i}$  는 각각 외부와 내부튜브에 있는 모서리 기둥의 단면적이다.

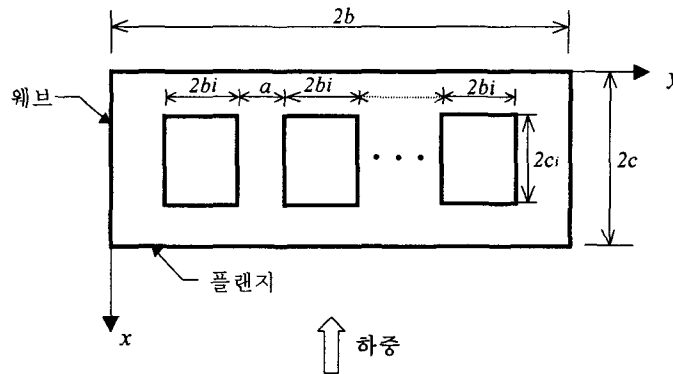


그림 5 복수의 내부튜브를 가진 튜브구조물의 전형적인 단면

튜브 구조물의 높이에 따른 전반적인 모멘트 평형 방정식은

$$M(z) = 2 \int_{-b}^b E \varepsilon_{zy} t c dy + 2 \int_{-c}^c E \varepsilon_{zw} t x dx + 4 A_c c^2 E \varepsilon_c + \sum_{m=1}^N 2m \int_{-b_i}^{b_i} E \varepsilon_{zif} t_i c_i dy + 2m \int_{-c_i}^{c_i} E \varepsilon_{ziw} t_i x dx + 4 m A_{c_i} c_i^2 E \varepsilon_{c_i} \tag{8}$$

여기서,  $\varepsilon_c$  와  $\varepsilon_{c_i}$  는 각각 외부튜브와 내부튜브의 모서리 기둥 변형율이다.

### 3. 수치결과의 비교

수평하중을 받는 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물의 전단응력이 제안된 방법의 정확성과 응용성을 증명

하기 위하여 해석되었다. 3개의 40층 골조 튜브 구조물(각각 1개, 2개 그리고 3개의 내부튜브를 가진)이 제안된 방법과 3-D 골조 해석 프로그램(ETABS)<sup>7)</sup> 사용하여 해석되었다. 그 결과가 각 튜브의 전단응력 분포를 평가하기 위하여 비교되었다.

해석시 사용한 골조 튜브 구조물의 각 내부튜브의 단면이차 모멘트는  $90 \text{ m}^4$  하였으며, 영계수  $E$  와 전단계수  $G$  는 각각  $2.06 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  와  $0.824 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  이다. 효율적인 수치 계산을 위하여 예제 구조물의 모든 기둥과 보의 단면적을  $0.64 \text{ m}^2$  로 하였으며, 구조물이 수평하중에 의한 최대응력을 받는 상태를 가정하기 위하여, 균일한 등분포하중  $88.24 \text{ kN/m}$  가 플랜지 프레임에 작용하는 것으로 가정한다. 해석된 구조물의 기하학적인 데이터 및 작용하중이 표 1 에 요약되었다.

표 1 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 Geometry와 적용하중

구조적인 DATA	단일내부튜브 가 있는 튜브 구조물	2개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물	3개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물
외부튜브의 기둥보 크기 (cm×cm)	80 × 80		
내부튜브의 기둥보 크기 (cm×cm)	91 × 91	80 × 80	72 × 72
외부튜브의 크기 (m×m)	30 × 15		
내부튜브의 크기 (m×m)	15 × 5	2@7.5 × 5	3@5 × 5
건축물 높이 (m)	120		
슬래브 두께 (cm)	12		
수평하중 (kN/m)	88.24		

표 2 3개의 예제 구조물의 웹 프레임 패널에 있는 최대전단응력의 비교

Structures	Maximum shear stress (kN/m <sup>2</sup> )						
	Entire system			Selected stories			
	ETABS [1989]	Proposed method	Error* (%)	Storey	ETABS [1989]	Proposed method	Error* (%)
Tube-in-tube	1283.8	1181.9	7.9	1 <sup>st</sup>	1225.8	1181.9	3.5
				6 <sup>th</sup>	1283.8	1162.5	9.44
2 tubes-in-tube	1215.3	1191.9	1.9	1 <sup>st</sup>	1150.0	1191.9	3.6
				6 <sup>th</sup>	1215.3	1131.5	6.89
3 tubes-in-tube	1183.8	1200.3	1.4	1 <sup>st</sup>	1150.0	1200.3	4.3
				6 <sup>th</sup>	1183.8	1118.2	5.54

Note: +  $\frac{\text{사용된 방법} - \text{3차원 골조 해석 [ETABS]}}{\text{3차원 골조 해석 [ETABS]}} \times 100 \%$

그림 6은 3개의 골조튜브 구조물의 보에 작용하는 전단응력분포를 도표화한 것이다. 높이에 따른 예측된 보 전단응력이 정확한 해석 결과와 잘 부합되고 있다. 최대응력은 웨브 프레임 패널에서 발생하였으며, 3-D 해석 프로그램에 의해 해석된 웨브 프레임 패널의 중앙부 보 전단응력은 제안된 방법에 의하여 예측된 보 전단응력보다 훨씬 비선형적인 응력 분포를 보이고 있다 (그림6). 또한, 제안된 방법에 의한 예측된 최대전단응력은 1층에서 발생하였으나, 3-D 해석 프로그램에 의한 최대전단응력은 6층에서 발생하였다. 예측된 결과와 정확한 해석값 사이의 최대오차를 확인하기 위하여 3개 튜브 구조물의 1층과 6층에 발생한 최대 보 전단응력과 구조물 내에서 발생한 최대전단응력이 표 2에 비교되었다.

그림 6에서 비교된 결과로부터 제안된 방법은 해석된 모든 3개의 튜브 구조물의 전단응력을 잘 예측하고 있다. 이것으로부터, 제안된 방법은 이전 연구<sup>6)</sup>에서 증명된 휨 응력 및 전단지체에 대한 정확한 예측 뿐만 아니라 전단응력에 있어서도 구조적인 거동을 잘 예측하고 있다.

#### 4. CONCLUSION

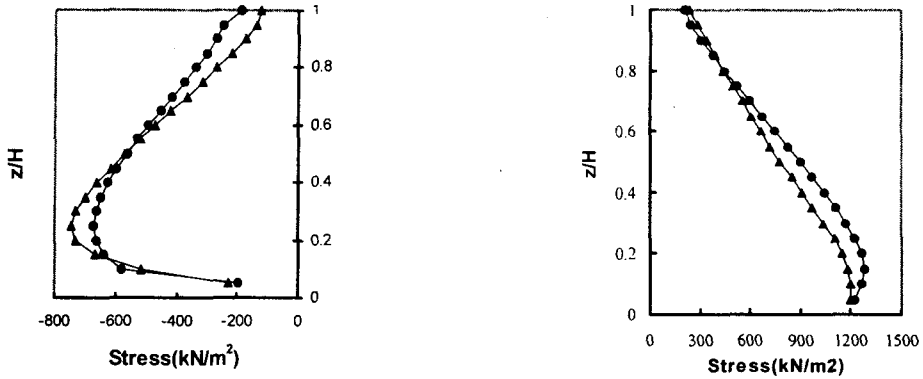
구형등가 보를 이용한 수치해석 모델이 복수의 내부튜브를 가진 튜브 구조물의 전단응력을 해석하기 위하여 제안되었다. 이러한 튜브 구조물은 복수의 등가 튜브로서 모델링 되어 연속적인 보접근 방식으로 해석되어진다. 내부튜브의 수평강성과 전단지체 영향이 정확한 전단응력을 예측하기 위하여 고려되었다. 3차원 해석 프로그램에 의한 해석 결과와의 비교에 있어서, 외부튜브 및 내부튜브에서 예측된 제안된 방법에 의한 해석결과는 정확한 해석 결과에 근접하였다. 따라서, 이 제안된 방법은 복수의 내부튜브를 가진 튜브 구조물의 전단응력분포를 예측하는 하나의 도구로서 유용하다.

#### 감사의 글

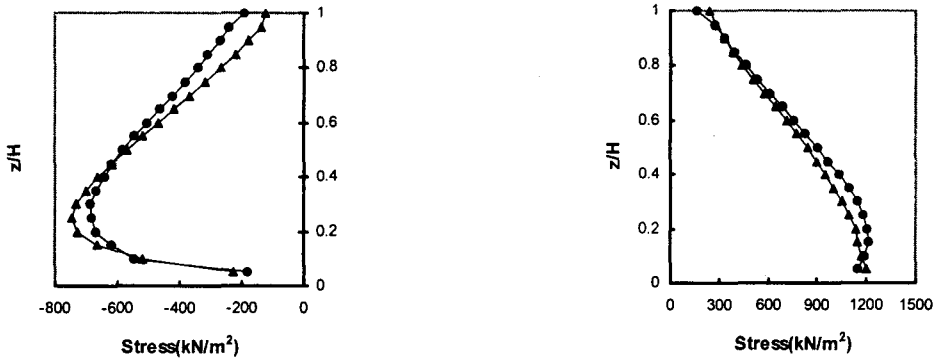
본 논문을 위해 지원하여 주신 한양대 초대형 구조시스템 연구 센터에 감사 드립니다.

#### REFERENCES

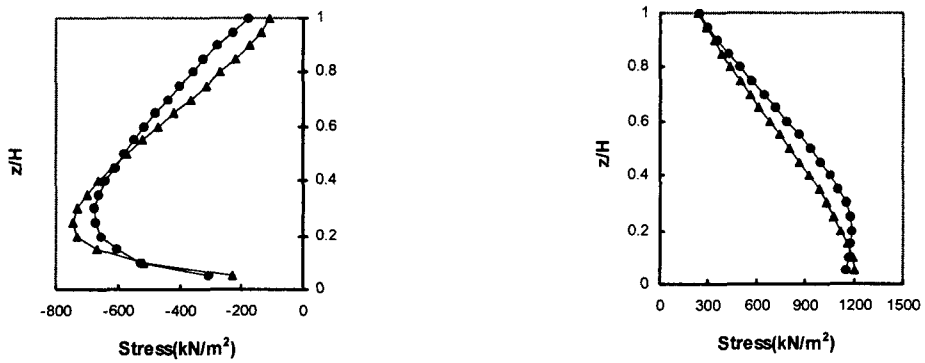
1. A. Coull and B. Bose, Simplified analysis of framed-tube structures , *J. Struct. Engrg., ASCE*, 101(11), 1975, pp. 2223-2240
2. A. Coull, and S. A. Abu El Magd, Analysis of wide-flanged shear wall structures , *Reinforced concrete structures subjected to wind and earthquake forces, ACI Spec. Publ. 63, Paper No. SP63-23*, Concrete Institute, Detroit, Mich., 1980, pp. 575-607
3. A. K. H. Kwan, Simple method for approximate analysis of framed tube structures , *J. Struct. Engrg., ASCE*, 120(4), 1994, pp. 1221-1239
4. A. K. H. Kwan, Shear lag in shear/core walls , *J. Struct. Engrg., ASCE*, 122(9), 1996, pp.1097-1104
5. Reisser, E. (1945), Analysis of shear lag in Box Beam by the Principle of Minimum Potential Energy , *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol.4, No.3, 268-278.
6. 이강진, 이리형 (2000), 복수의 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물의 Shear Lag , 한국전산구조공학회는 문집, 제13권, 3호, 2000, 9월.pp.351-360.
7. ETABS(1996), *Three Dimensional Analysis of Building System*, Computers and Structures Inc., Berkeley, California, U.S.A.



(a) Tube-in-tube structure



(b) 2 tubes-in-tube structure



(c) 3 tubes-in-tube structure

플랜지 프레임 패널의 모서리 보

웹 프레임 패널의 중앙부 보

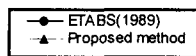


그림 6 3개의 예제 튜브 구조물의 보에 있는 전단응력