

라멘교 및 상자형 암거의 자동 설계 프로그램의 개발

A Development of Design Programs for Rahmen Bridge and Box Culvert

노 동 오* 이 경 훈* 정 진 환** 김 충 호***
Noh, Dong-Oh Lee, Kyung-Hoon Cheung, Jin-Hwan Kim, Chung-Ho

ABSTRACT

There are numerous factors in designing the civil-structure even for simple ones. So the designer has to be decide for such conditions and this makes him difficult. Recently, some design programs are used for the design of civil-structure. But even for using the existing design programs, another program is necessary, such as a finite element analysis program. Moreover a few errors may be made in the drafts which must be coincided with the structural calculations.

In this study, the design programs for rahmen bridge with single span and box culvert were developed to reduce the design efforts and the manmade errors. These two design programs perform structural analysis, calculations, and making report and draft at a time. In addition, These programs suggest manuals according to standard specifications and references for design. When these programs are used for design, it will be able to reduce the efforts and time of civil engineers.

1. 서 론

1.1 연구배경

시민의 편의를 위하여 건설되어지는 토목구조물은 그 종류가 다양하며, 주위의 환경적인 요인과 사용자의 편의를 위하여 구조물의 종류가 결정되어지고 이에 따른 설계방향 및 방법이 결정되어진다. 또한 같은 종류의 구조물이라 할지라도 설계조건에 따라 다양한 설계가 이루어지며, 설계의 기본이 되는 현행 설계기준 외에도 설계자의 경험과 주관에 따른 판단이 다수 필요하게 된다. 이러한 측면은 토목구조물의 일관성 있는 설계를 어렵게 해왔으며, 설계과정에서 필요한 다양한 판단과 조건들이 설계자동화를 더욱 어렵게 하였다.

근간에는 컴퓨터의 발달로 몇몇 설계 프로그램이 개발되어 사용되어지기 시작하고, 설계 프로그램 외에도 계산이나 보고서 작성에 편리하고 다양한 사무용 프로그램들이 설계실무에 사용되어지고 있다. 그러나, 이들 프로그램의 적용 범위가 한정적이고, 하나의 구조물을 설계함에 있어서도 구조계산의 전체과정을 단일 프로그램으로 이루어내지 못함으로 인하여 계산과정에서 여러 종류의 프로그램을 사용하거나, 몇 명의 기술자들이 업무를 분담하여 설계하는 실정이다. 이러한 설계실무의 현시점에서는 같은 종류의 구조물이라 하더라도 설계조건이 달라짐에 따라 기존의 설계자료 및 계산서를 참고하거나 다시 수정하여 사용하는 반복작업과 노력이 필요하게 되며, 기존의 설계프로그램을 이용하더라도 또다시 여러 종류의 프로그램을 사용하면서 각각의 계산 결과를 설계자가 직접 다른 프로그램으로 옮겨 입력하고 계산하는 번거로움이 발생한다.

* 학생회원 · 부산대학교 토목공학과 석사과정

** 정회원 · 부산대학교 토목공학과 교수

*** 경성대학교 토목공학과 교수

아울러 이렇게 작성된 계산서의 결과를 도면으로 작성하기까지 여러 사람의 작업과정을 거치게 되므로, 이 과정에서 발생할 수 있는 예상치 못한 실수로 인한 설계오류와 경비 및 시간의 낭비가 개입될 수 있으며, 만약 이렇게 발생한 오류를 구조물의 실제시공 전에 발견하지 못한다면 구조물의 안전성에도 문제를 야기할 수 있을 것으로 판단된다.

1.2 연구목적

본 연구는 공학의 실무적인 관점에서 이러한 문제의 해결을 위하여, 토목구조물의 자동설계 프로그램을 개발하고자 하였다. 일반적인 토목공사를 함에 있어 택지조성이나 일반국도 및 농어촌도로를 신설, 확장하는데 소규모의 구조물이나 비교적 사용빈도가 높은 구조물의 일종인 단경간 라멘교와 상자형 암거를 그 대상으로 하였으며 다음과 같은 사항에 초점을 맞추어 프로그램을 개발하고자 하였다.

첫째, 앞에서 서술한 바와 같이 현행 설계실무에서는 범용 유한요소 해석 프로그램을 비롯한 다양한 프로그램과 여러 사람을 오가는 작업과정이 필요하므로 이러한 과정에서 발생할 수 있는 오류를 배제하고 간편한 설계를 위하여 하나의 프로그램으로 구조계산의 전체 과정을 처리하고 구조계산서를 작성하고자 하였으며, 계산된 구조계산의 결과에 따라 도면을 자동으로 생성할 수 있도록 하였다.

둘째, 설계를 진행하고 있는 중에도 설계조건이 변경될 수 있으며, 이러한 경우 구조계산 전체 과정을 다시 반복 계산하는 작업이 유발되어 많은 시간과 노력의 낭비가 발생하게 되므로 컴퓨터를 이용한 자동설계 프로그램을 이용함으로써 반복작업을 가능한 빠르고 편리하도록 하고, 또한 다양한 설계조건을 고려하여 사용자의 선택사항으로 제안함으로써, 설계변수의 변화에 따른 적용범위를 가능한 넓히고자 하였다.

셋째, 라멘교와 박스형 암거가 비교적 단순한 소규모 구조물이라고 하나, 실제 설계시에는 설계변수에 따라 많은 설계기준의 적용과 참고 문헌 및 설계자의 판단이 필요하고, 경험이 적은 기술자의 경우 더욱 많은 참고자료와 판단기준이 필요할 것이다. 따라서 프로그램의 계산방법과 적용기준에 대한 도움말을 제시하여 기술자의 판단에 도움이 되도록 하였으며, 관련 설계기준을 명시함으로써 계산근거를 명확히 밝히고자 하였다. 또한 편리한 User Interface에도 노력을 기울여 경험이 적은 기술자도 프로그램에 쉽게 접근할 수 있도록 하였다.

2. 프로그램의 개발

본 연구에서는 라멘교 자동설계프로그램 “알비딤”(RBDAP - Rahmen Bridge Design & Analysis Program)과 상자형 암거 자동설계 프로그램 “댁”(DAC - Design & Analysis of Culvert)이 각각 개발되었으며 이들 두 프로그램의 대상구조물에 대한 간략한 소개와 그 적용은 다음과 같다.

2.1 대상 구조물

라멘교는 교대와 상판을 일체로 강결한 구조로서, 공사물량을 최소화하여 경제성을 증대시키고, 시공이 용이한 장점이 있으나, 통과폭원이 제한되어 있어 시계에 대한 협소감과 통과교통에 대한 주행부담을 주고, 높이가 높을 경우 횡도압에 저항하여야 하므로 비경제적인 구조가 되어, 높이 10m 이하가 바람직하며, 경간장은 15m이하의 도로, 철도의 횡단육교 및 소하천교로 주로 사용되는 구조물이다. 한편, 상자형 암거는 상·하 슬래브 및 벽체가 일체로 강결한 구조로서, 도로와 철도 횡단시, 통행을 위한 통과박스 및 수로박스로 주로 사용되어지며 시공이 용이하고, 통행량 및 유량에 따라 내공의 개수를 늘릴 수 있는 장점이 있으나, 지중구조물의 특성상 심도가 깊을수록 횡도압 및 연직 토사하중이 증가하므로 내공의 크기에 제한이 있어 크기가 4.5m×4.5m이하의 단면이 바람직하며, 대부분 횡단면에 비해 종방향 길이가 긴 구조물이므로 지지지의 부등침하에 취약한 면을 내포하고 있는 구조물이다.

2.2 프로그램의 적용

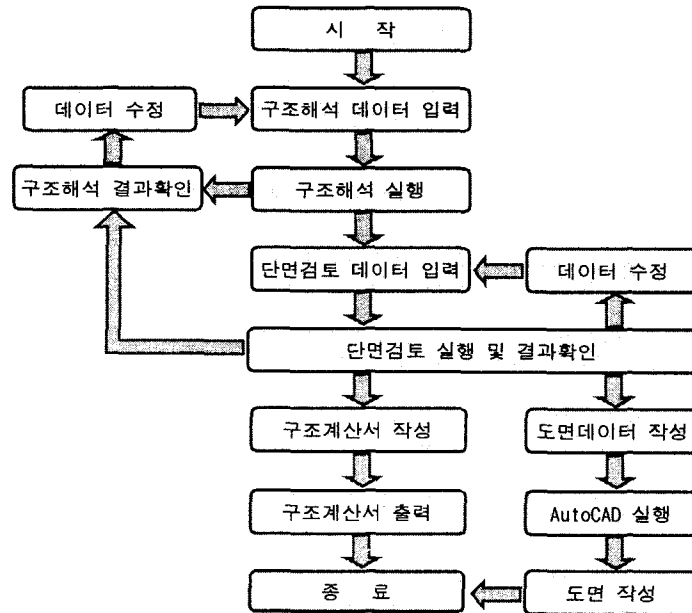
본 프로그램은 <표 2.1>과 같은 적용이 가능하며, 각 대상구조물에 대하여 구조계산을 실행하고 이에 따른 구조계산서와 도면을 자동으로 생성할 수 있도록 하였다.

<표 2.1> 프로그램의 적용

구분	라멘교 - RBDAP	삼자형 압거 - DAC
구조형식	· 단경간 문형 라멘교 · 사각 및 양측 비대칭 적용 가능	· 1 런 압거 · 2 런 압거
설계범위	· 상시 설계 · 내진 설계(Single Mode Spectral Analysis)	· 상시 횡방향 단면 설계 · 상시 종방향 단면 설계
기초형식	· 직접기초 · 말뚝기초	· 직접기초
적용토압	· 상시 정지토압 · 지진시 Mononobe-Okabe 등가정적하중법	· 상시 정지토압
구조해석	· Finite Element Method를 이용한 2차원 Plane Frame 해석	· Finite Element Method를 이용한 2차원 Plane Frame 해석
부재설계	· 강도설계법 · 사용성 확보를 위한 균열검토	· 강도설계법 · 사용성 확보를 위한 균열검토

3. 프로그램의 구성

3.1 프로그램 순서도



<그림 3.1> 프로그램의 순서도

3.2 프로그램 개발 및 운용 환경

본 프로그램은 Microsoft Visual Basic 6.0 (SP5)에서 개발되었으며, 개발 및 운용환경은 <표 3.1>과 같다.

<표 3.1> 프로그램 개발 및 운용 환경

구분	개발 환경	권장 운용 환경	비고
Processor	PentiumIII	PentiumII 이상	
RAM	256 M	128 M 이상	
Hard Disk	5 G	여유 공간 50 M 이상	
Operating System	Microsoft Windows ME Microsoft Windows 2000	Microsoft Windows 98 이상	
Graphic Device	1152×864 해상도, 16 Bit High Color 지원	1024×768 해상도, 16Bit High Color 지원	
기타 프로그램	AutoCAD 2000 (Lisp지원)	AutoCAD R14 이상 (Lisp지원)	도면작성

3.3 데이터 입력 및 하중계산

(1) 데이터 입력

설계에 필요한 모든 데이터의 입력은 대화상자를 이용하도록 하였으며 <그림 3.2>는 본 프로그램들의 데이터 입력창의 예로 라멘교 자동 설계 프로그램인 RBDAP의 설계조건 입력창을 보인 것이다. 아울러 필요한 경우에는 이해를 돕기 위하여 그림을 보면서 데이터를 넣을 수 있게 하였고 이와 유사한 몇가지 입력창을 통하여 설계조건 및 단면의 치수들을 입력받도록 하였다. 이러한 입력창에서 입력받은 모든 데이터는 구조해석을 위한 하중계산과 모델링, 부재설계에 적용되어진다.

(2) 하중계산

입력받은 데이터를 이용하여 계산되는 하중의 종류와 계산은 다음과 같이 이루어진다.

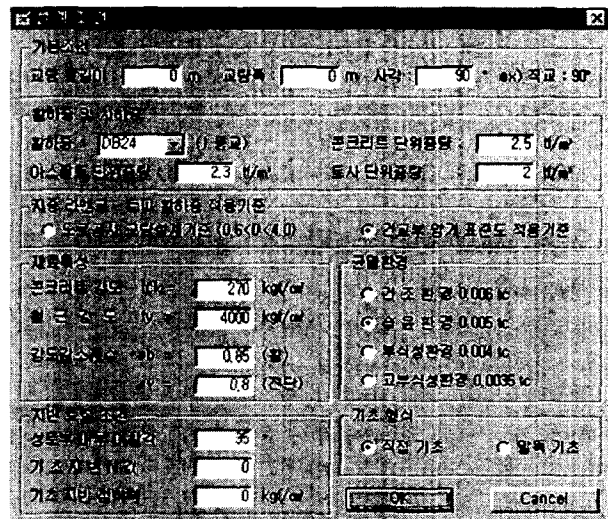
- ① 사하중 : 콘크리트, 상부 토사 및 아스팔트의 단위중량을 이용하여 자중 및 기타 사하중을 계산한다.
- ② 활하중 : 차량 윤택중은 상부 토피가 없을 경우, 윤택중 분포폭 $E = 1.2 + 0.06L$ 을 이용하여 단위폭에 재하되는 집중하중으로 재하하며, 상부토피가 있을 경우에는 토피고에 따른 하중 분포폭을 고려한 등가의 등분포하중 또는 건설교통부 암거 표준도 적용기준에서 제시한 분포하중 값을 이용한다.
- ③ 횡토압 : 상시와 지진시를 구별하여 다음 토압계수를 이용하여 토압을 계산한다.

· 상 시 : 정지토압계수 $K_0 = 1 - \sin \phi$

· 지진시 : Mononobe-Okabe 의사정적토압계수

$$K_{AE} = \frac{\cos(\phi - \theta - \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta) \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cdot \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

- ④ 온도하중 : 현행설계기준에 의거하여 부재의 두께에 따라 $\pm 10^\circ\text{C} \sim \pm 15^\circ\text{C}$ 의 축방향 온도하중이 고려되



<그림 3.2> 데이터 입력창

코 라멘교의 경우, 슬래브 상·하면의 온도차를 5°C로 가정하여 단위길이당 온도변화량(Temperature Gradient)으로 재하한다.

⑤ 건조수축하중 : 설계시 건조수축률은 15×10^{-5} 로 가정하고, 이는 철근 및 콘크리트 선팽창계수의 15 배이므로 전체 부재에 -15°C 의 축방향 온도하중(Temperature Load)으로 치환하여 재하한다.

⑥ 등가정적지진하중 : $Pe(x) = \frac{\beta C_s}{\gamma} \omega(x) v_s(x)$

$$\text{탄성지진응답계수} : C_s = \frac{1.2AS}{T^{2/3}}, \quad \text{교량의 고유주기} : T = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{p_o g \alpha}}$$

$$\text{여기서, } \alpha = \int v_s(x) dx \quad \beta = \int \omega(x) v_s(x) dx \quad \gamma = \int \omega(x) v_s(x)^2 dx$$

⑦ 기타하중 : 상기의 하중종류 외에도 라멘교의 경우 지점침하 하중과 암거의 경우 지하수위를 고려한 수압을 재하한다.

3.3 구조해석

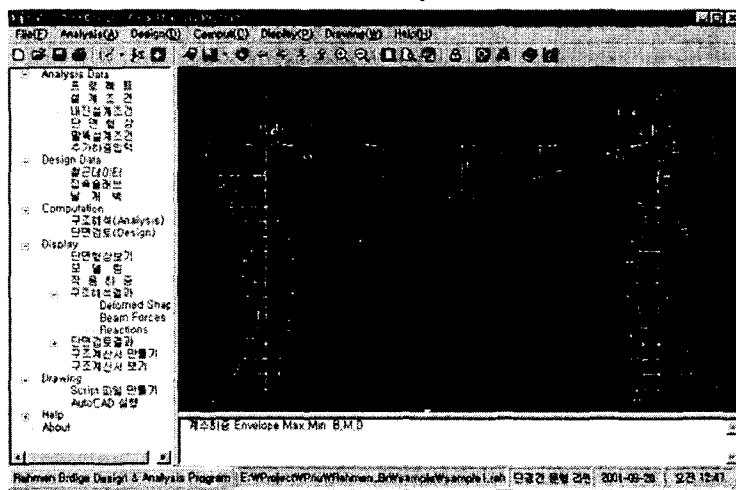
입력받은 각 부재의 치수를 이용하여 구조물을 단위폭 당의 2-D Plane Frame으로 모델링하게 되며, 계산된 각 하중은 각 Load Case별로 모델링에 재하되도록 하였다. 모델링을 함에 있어 사용된 요소는 일반적인 Euler Beam(Thin Beam)요소를 이용하였으며, 이는 라멘교의 경우 부재지간(ℓn)과 유효깊이(d)의 비(比) $\ell n/d = 10 \sim 14$ 정도이며, 상자형 암거의 경우 $\ell n/d$ 의 비(比)가 6~10 정도의 범위임을 감안하고, 현행 설계 기준에서 깊은 보의 적용범위인 $\ell n/d < 5$ 에 속하지 않으므로, Shear deformation을 고려하는 Timoshenko Beam(Thick Beam)을 굳이 적용하지 않더라도 충분할 것으로 판단하였다.

RBDAP과 DAC에서는 자체 내장된 Finite Element Method에 의한 해석 모듈(Module)을 사용하여 구조해석을 실시하며, 입력받은 부재의 각 치수와 재료강도에 따른 요소 강성도 행렬(Stiffness Matrix)을 구성하고, 계산된 하중을 등가 절점력으로 치환한 후, Global Coordinates로의 좌표변환을 실행한다. 이후, Solver는 Frontal Method (Wavefront Method)를 이용하여 $\{P\} = [K]\{\delta\}$ 의 관계식을 계산하게 된다.

Frontal Method는 범용 유한요소 프로그램에서 일반적으로 선택하고 있는 Solver 중의 하나로, Skyline Method와 더불어 대칭 띠행렬(Banded-Symmetric Matrix)을 계산하는 효율적인 계산 방법으로, 가우스 소거법(Gauss Elimination)에 의한 방정식의 풀이와 요소행렬의 조합을 번갈아 수행하고, 해석 수행 순서는 Skyline Method와는 달리 절점번호 순서가 아닌 요소번호 순서에 의해 수행하게 된다.

해석이 완료되면, 현행 설계기준에서 제시된 주요 하중조합에 따라 각 Load Case별 계산 결과들을 조합(Load Combination)하여 부재력을 산출한다.

<그림 3.3>은 RBDAP을 이용하여 라멘교의 구조해석 완료 후, 하중조합의 결과에 따른 최대, 최



<그림 3.3> 라멘교의 B.M.D

소값의 B.M.D를 보여주는 것이며, <그림 3.4>는 DAC을 이용한 상자형 2련 암거의 구조해석 결과를 정리하여, 각 부재위치에서의 최대 부재력을 산출하고 정리하여 집계표로 나타낸 것이다.

두 프로그램에 의한 구조해석 결과의 신뢰도를 확인하기 위해 동일한 설계조건으로 범용 유한요소 해석 프로그램인 Sap2000과 MIDAS GENw를 이용하였으며, 비교 검토 결과, 최대 1%이내의 오차를 나타냄을 확인하였고, 이와 같은 결과를 볼 때, 공학적으로 충분한 정확도를 가진 구조 해석이 수행되었다고 판단된다. (<표 3.2>, <표 3.3> 참조)

부재력 요약				실 하중					
계수 하중				단위 M일 부재력					
절점	부재력	축력 (Tonf)	전단력 (Tonf)	모멘트 (Tonf-M)	절점	부재력	축력 (Tonf)	전단력 (Tonf)	모멘트 (Tonf-M)
상부	단부	-22.299	-23.986	-10.300	단부	-12.507	-16.245	-6.322	
	중양부	-22.299	1.493	6.057	중양부	-12.507	0.558	4.005	
	중양벽체	-22.299	-24.485	-10.474	중양벽체	-12.507	-16.851	-7.094	
벽체	상단부	-23.986	-22.299	10.300	상단부	-16.245	-12.507	6.322	
	중양부	-25.906	-0.927	-5.753	중양부	-17.545	-0.574	-2.319	
	하단부	-27.626	25.790	10.870	하단부	-18.845	14.312	6.472	
하부	단부	-25.790	23.793	10.870	단부	-14.312	15.421	6.472	
	중양부	-25.790	6.428	-6.082	중양부	-14.312	4.012	-4.040	
	중양벽체	-25.790	-23.760	11.659	중양벽체	-14.312	-16.154	7.735	
내부벽체		-51.699	0.000	0.000	내부벽체		-35.653	0.000	0.000

<그림 3.4> 상자형 암거의 부재력 집계표

<표 3.2> 구조해석 조건

구분	라멘교 - RBDAP	상자형 암거 - DAC
구조물의 크기	교장 13.6 m, 지간 12.0 m, 총높이 9.0m	2 @ 2.2 m × 2.2 m
재료강도	$f_{ck}=270\text{kgf/cm}^2$, $f_y=4000\text{kgf/cm}^2$	$f_{ck}=240\text{kgf/cm}^2$, $f_y=3000\text{kgf/cm}^2$
상부 토 피 고	1.00 m	5.203 m
활 하 중	DB - 24	DB - 24

<표 3.3> 구조해석 결과 비교

(단위 : tonf, m)

구분		상부슬래브 단부		상부슬래브 중앙부	벽체 중앙부	벽체 하단부	
		Mu	Su	Mu	Mu	Mu	Su
라멘교	RBDAP	177.68	104.29	160.00	30.74	61.46	40.04
	SAP2000	177.68	104.29	160.00	30.74	61.46	40.04
	MIDAS	177.68	104.29	160.00	30.74	61.46	40.04
	오차(%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
상자형 암거	DAC	10.30	23.99	6.06	5.75	10.87	25.79
	SAP2000	10.30	23.99	6.10	5.75	10.87	25.79
	MIDAS	10.30	23.99	6.11	5.75	10.87	25.79
	오차(%)	0.00	0.00	0.83	0.00	0.00	0.00

3.4 기초안정검토 및 단면검토

라멘교의 경우, 구조해석 결과에 따라 최대 반력 조합에 의한 기초안정검토를 실행하며, 직접기초의 경우 Terzaghi 지지력 공식에 따른 허용지지력으로 지반반력을 검토하며, 말뚝기초의 경우에는 변위법으로 말뚝반력을 계산하고, Meyerhof의 정역학적 허용지지력 공식으로 검토한다.

암거의 경우, 탄성지반상의 보(Beam on Elastic Foundation)이론에 의하여 지반을 탄성스프링 경계지점으로 처리하여 구조해석이 되었으며, 필요에 따라 암거의 종방향 해석을 다시 수행함으로써 지반의 종방향 부

등침하에 의한 침하량과 부재력을 확인하도록 하였다.

기초의 안정검토 실시 후, 각 부재의 최대 부재력으로 부재 각 단면의 철근량을 산출하며, 자동배근 옵션을 사용하여 해당 부재력에 대한 적절한 배근상태를 결정하고, 필요에 따라 철근량을 수정하여 사용할 수 있는 수동배근도 가능하도록 하였다. 각 부재력의 철근량 산정은 강도설계법에 따르며, 모든 부재에 대하여 사용성 확보를 위한 균열검토가 이루어진다.

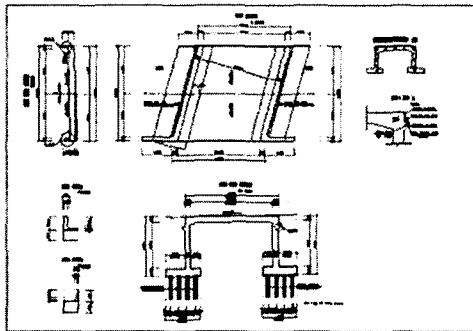
3.5 구조계산서 및 도면의 작성

(1) 구조계산서의 작성

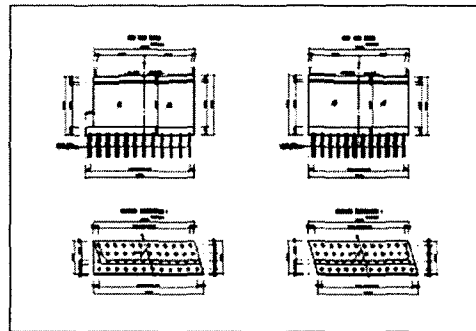
계산과정이 모두 실행되면 이들 결과를 정리하여 구조계산서를 작성하도록 하였으며, 구조계산서를 작성함에 있어 필요한 삽입그림을 추가하여, 편집할 필요 없이 바로 사용할 수 있는 30~150 page 분량의 계산서가 작성되도록 하였다. 또한 설계자의 의도에 따라 필요한 의견을 추가하여 저장할 수 있으며, 작성된 계산서는 직접 인쇄 및 일반 워드 프로세서 프로그램과 호환이 가능하도록 하여 활용도를 높이고자 하였다.

(2) 도면의 작성

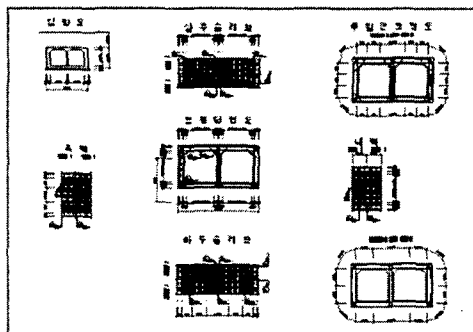
작성된 구조계산서의 결과에 따라 도면을 작성하기 위하여 Script파일을 생성하도록 하였으며, Script파일은 도면작성 프로그램인 AutoCAD에서 실행하는 파일로 AutoCAD에서 사용되는 실행 명령어가 나열된 파일이라 할 수 있다. 이 파일에는 도면을 그리는 데 필요한 모든 명령어와 과정이 수록되어 있으므로 AutoCAD에서 이 파일을 실행함으로써, 사용자가 선택한 도면 스케일(Scale)에 맞추어 구조계산서와 일치하는 2~7장의 도면이 자동으로 생성된다. 아래의 <그림 3.5>는 자동으로 생성된 라멘교와 상자형 암거의 도면의 일부를 나타낸 것이다.



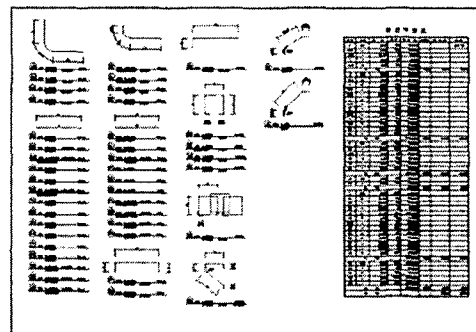
(a) 라멘교 일반도 1



(b) 라멘교 일반도 2



(c) 2련 암거의 일반도 및 배근도



(d) 철근상세도 및 재료표

<그림 3.5> 자동생성된 도면

4. 결 론

본 연구는 공학의 실무적인 관점에서 토목구조물 중, 비교적 사용빈도가 높은 라멘교와 상자형 암거의 자동 설계 프로그램의 개발을 시도한 것으로, 설계실무에서 발생할 수 있는 오류를 배제하고, 번거롭고 불필요한 반복작업을 줄이고, 그 과정에서 발생하는 시간과 노력의 낭비를 줄이는데 도움을 주고자 하였다. 기존의 설계프로그램과는 달리 하나의 프로그램으로 구조계산과 도면작성의 전체 과정을 해결할 수 있도록 하였으며, 또한 설계자가 프로그램을 사용함에 있어서도 빠르고 쉽게 사용할 수 있는 넓은 적용성과 User Interface를 강화하였다.

앞서 검증한 것과 같이 구조해석의 비교검토 결과도 범용 유한요소 프로그램의 결과와 손색이 없는 것으로 생각되며, 이들 해석 결과를 정리하여 단면검토를 시행한 후에 작성되는 구조계산서와 도면은 설계실무에 바로 적용이 가능할 것으로 판단된다. 다양한 업무환경과, 사용자의 기호를 생각할 때, 경우에 따라서는 이들 결과물이 다소 부족함이 있을 수도 있겠으나, 전반적인 관점으로 본다면, 해당 구조물의 전체 설계과정에서 90%이상을 자동으로 해결할 것이므로, 설계 실무에서 이 프로그램을 적용하여 라멘교 및 상자형 암거를 설계할 경우, 기존의 투입 시간과 노력에 비하여 60~70%이상의 감소효과를 가져올 것으로 생각된다.

추후, 다경간 연속 라멘교의 적용과 3면 이상의 상자형 암거의 적용이 가능하여 진다면, 그 활용도가 더욱 높아질 것이므로, 설계실무에 종사하는 기술자들에게 많은 도움이 될 것으로 기대된다.

참고문헌

1. 건설교통부 제정, "도로교 설계기준", 사단법인 한국도로교통협회, 2000
2. 건설교통부 제정, "도로교 표준시방서", 사단법인 대한토목학회, 1996
3. 건설교통부 제정, "콘크리트 구조설계기준", 사단법인 한국콘크리트학회·대한건축학회, 1999
4. 건설교통부 제정, "콘크리트 표준시방서", 사단법인 대한토목학회, 1996
5. "구조물 기초설계기준", 건설교통부, 1997
6. "도로설계편람 III - 교량" 건설교통부, 2000
7. "도로설계실무편람 구조물공", 1권, 한국도로공사, 1996
8. "고속도로 교량의 내진설계편람", 한국도로공사, 2000
9. "도로설계요령", 제3권, 한국도로공사, 1992
10. 변동균, 신현목, 문제길 "철근 콘크리트", 6판, 동명사, 2001
11. E. G. Nawy, "Reinforced Concrete - A Fundamental Approach", 3rd ed., Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996
12. Darly L. Logan, "A First Course in the Finite Element Method", 2nd ed., PWS Publishing Company, 1993
13. E. Hinton, D.R.J. Owen, "Finite Element Programming", Academic Press INC. (London) LTD., 1977
14. James M. Gere, Stephen P. Timoshenko, "Mechanics of Materials", 3rd ed., International Thomson Publishing, 1995
15. E.C Hambly, "Bridge Deck Behaviour", 2nd ed., E & FN SPON: Chapman & Hall, 1991
16. Braja M. Das 저, 박성재 역, "토질역학 Principles of Geotechnical Engineering", 희성출판사, 1987
17. Joseph E. Bowels 저, 강재순 역, "기초구조물의 설계와 해석 Foundation Analysis and Design", 도서출판 엔지니어즈, 1995
18. Ray W. Clough, Joseph Penzien, "Dynamics of Structures", 2nd ed., McGraw-Hill, Inc., 1993