

케이블 돔 구조물의 분기좌굴에 대한 브레이싱 보강 효과 Effects by Bracing Reinforcement on Bifurcation of Cable Domes

김민정* 백인성* 김형석** 김승덕***
Kim, Min-Jeong Baek, In-Sung Kim, Hyung-Seok Kim, Seung-Deog

ABSTRACT

A shape resistant shell structure is an extremely efficient mechanical creation because it transmits forces mainly by in-plane forces, but at a certain load level it changes from a stable condition to an unstable condition or vice versa.

The instability phenomenon of Geiger-type cable dome structure is generated due to the in-plane twisting near critical load level. Therefore the effect of bracing reinforcement is investigated for the Geiger-type model reinforced by bracing. The effect of initial imperfection is also studied since the structural instability behavior characteristic of shell-like structure is significantly sensitive according to the initial condition.

1. 서 론

대공간 구조물 중에서도, 쉘형 구조물을 경량화한 복합 구조체인 hybrid 구조물의 비약적인 발전은 최근 우리들의 주목을 끌고 있다. 이러한 추세와 함께 대공간 구조물의 건설은 세계적으로 급속히 늘어나고 있으며, 붕괴 사고 또한 늘고 있는 실정이다.

형태저항형 구조물인 쉘구조는 주로 면내력으로 힘을 전달할 수 있게 한 구조시스템으로 매우 우수한 역학적 특성을 가지고 있으나, 어떤 하중 상태에서는 안정상태에서 불안정 상태로, 또는 불안정 상태에서 안정 상태로 변화한다. 따라서, 불안정 현상으로 인한 파괴메커니즘을 파악하여 설계에 반영하는 것이 중요하다.

구조불안정 문제는 크게 뒤틀좌굴(snap-through)과 분기좌굴(bifurcation)로 나누어 생각 할 수 있다. 뒤틀좌굴은 구조물의 평형경로 상에서 극한점(limit point)이 존재하고, 이 극한점에 도달하면 새로운 평형점으로 점프하는 현상이며, 주로 대칭변형모드에 의해 일어난다. 분기좌굴은 구조물의 평형경로상의 어느 한 점에서 그때까지의 변형을 주도하던 주 변형모드가 새로운 독립 변형모드와 만나 연성작용(coupling)을 일으키며 2개 이상의 평형경로로 나누어지는 불안정 현상이다. 이때 평형경로가 나누어지는 점을 분기점이라 하고, 좌굴 후 평형경로의 접선방향을 대표하는 변형모드, 즉 분기점에서의 좌굴모드에 따라 하중모드와 좌굴모드가 직교하는 대칭분기점, 직교하지 않는 비대칭 분기점으로 나누어진다. 또한 분기후 평형경로의 상태에 따라 안정 분기점, 불안정 분기점으로 분류된다. 안정분기점은 초기불완전에 대하여 덜 민감하나, 불안정 분기점인 경우에는 초기불완전량의 증가에 따라 좌굴내력이 급격히 저하되며, 변위의 점프 또는 급격한 내하능력의 감

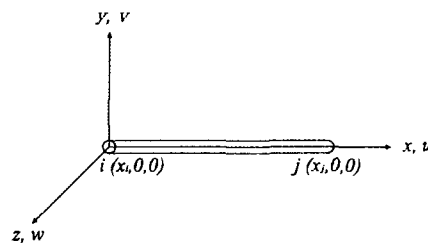
* 학생회원 · 세명대학교 건축공학과 석사과정
** 정회원 · 경북대학교 건축공학과 박사과정
*** 정회원 · 세명대학교 건축공학과 조교수

소 등 매우 민감한 반응을 보인다. 이러한 구조불안정 문제는 비선형문제와 직결되고, 이에 따른 다양한 연구결과들이 보고되고 있다.

본 연구에서는 쉘형 구조물을 압축재와 인장재를 연속적으로 이용하여 경량화된 hybrid 구조물인 케이블 돔 구조물의 불안정 현상이 면내비틀림에 의해 발생하므로, 기본 Geiger 모델에 브레이싱 보강을 통하여 발생하는 효과를 알아본다. 즉, 기본 Geiger 모델의 mast 사이에 X형 브레이싱을 보강한 모델을 이용하여 브레이싱이 면내 비틀림에 의한 불안정 현상에 미치는 영향을 고찰한다. 또한 쉘형 구조물의 구조불안정 거동이 초기조건에 매우 민감하게 반응하므로 초기형상불완전을 도입하여 초기조건에 의한 영향도 알아본다.

2. 비선형 강성방정식

국부 좌표계에서 비선형 케이블 요소의 요소 좌표계를 그림 1에서와 같이 정의한다.



$$\begin{cases} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u, v, w : \text{요소내 변위} \end{cases}$$

그림 1. 케이블 요소의 요소 좌표계

가상일의 원리를 이용하여 그림 1과 같은 비선형 케이블 요소의 평형방정식을 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = f^T \delta d \quad (1)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현상태에서의 증분에 관한 가상일의 원리를 적용하여, 적분영역 dV 를 일정단면적 A 와 일정길이 l 로 치환하여 정리하면 식(2)와 같다.

$$Al[(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(A_1 + d^T B^T B)] = (f^{(0)} + f)^T \quad (2)$$

여기서, A : 케이블 요소의 단면적, l : 케이블 요소의 길이

식(2)에 $\sigma_x = E \epsilon_x$ 의 관계를 대입하고 d 에 관한 2차항 이상을 소거하면 식(3)과 같다.

$$f^{(0)} + f = Al(A_1^T \sigma_x^{(0)}) + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B) d + AlE(A_1^T A_1) d + \text{고차항} \quad (3)$$

식(3)에서 d 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)은 식(4)와 같이 정의한다.

$$r = AlA_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)} \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하면, 식(5)와 같다.

$$f - r = AIE(A_1^T A_1) d + A l(\sigma_x^{(0)} B^T B) d \quad (5)$$

여기서,

$k_E = AIE(A_1^T A_1)$: 요소의 탄성 강성행렬

$k_G = A l(\sigma_x^{(0)} B^T B)$: 요소의 기하 강성행렬

변환 매트릭스 T 를 이용하면 전체좌표계에서의 증분구간에 관한 강성매트릭스는 다음과 같이 구해진다.

$$F - R = [K_E + K_G] D \quad (6)$$

여기서,

$K_E = T^T k_E T$: 전체 좌표계에서의 탄성 강성 매트릭스

$K_G = T^T k_G T$: 전체 좌표계에서의 기하 강성 매트릭스

3. 해석 모델

본 연구에서는 Geiger형 케이블 돔을 해석모델로 선택한다. Geiger형 케이블 돔 구조물은 경량이고 유연하므로, 면내 비틀림으로 인한 붕괴의 위험성이 있다. 이에 대한 브레이싱 보강효과를 살펴보기 위해 Geiger 기본모델의 mast 사이에 X형 브레이싱을 보강한 그림 3과 같은 모델을 해석대상으로 하여 참고문헌 5의 해석결과와 비교한다.

표 1. 절점 좌표 (단위 : cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X 좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
Z 좌표	21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	-11.5	0.0

표 2. 부재의 단면적 (단위 : cm²)

부재번호	1	2	3	4	5	6	7
단면적	1.00	0.01	0.01	0.01	1.00	0.02	0.02
부재번호	8	9	10	11	12	13	
단면적	0.02	0.01	1.00	0.04	0.04	0.04	

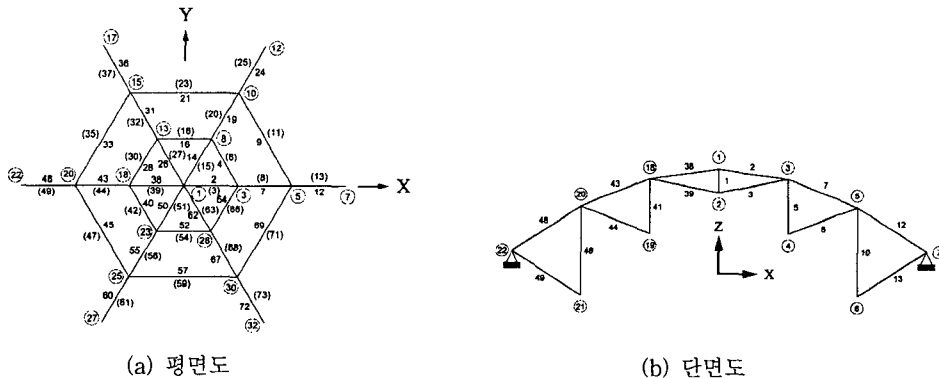


그림 2. 해석모델

그림 2는 해석 모델의 절점 및 요소번호를 나타내고, 각 절점의 좌표를 표 1에 나타낸다. 여기서 모델의 형상이 축대칭이므로 한 개의 strip만을 나타내었다. 또 각 부재의 물성치는, 케이블과 mast 모두 영계수 $E=1.6 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$, 밀도 $\rho=7.85 \times 10^{-3} \text{kgf/cm}^3$ 이고, 단면적은 표 2에서와 같다.

경계조건은 외곽의 절점들인 7, 12, 17, 22, 27, 32 등 6개 절점을 고정시키고, 나머지 절점은 자유로 한다.

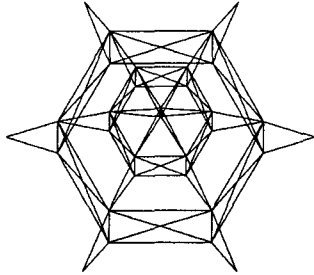


그림 3. 브레이스 보강 Geiger 모델의 투시도

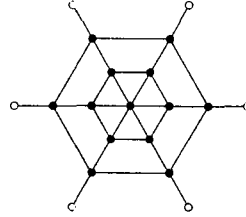
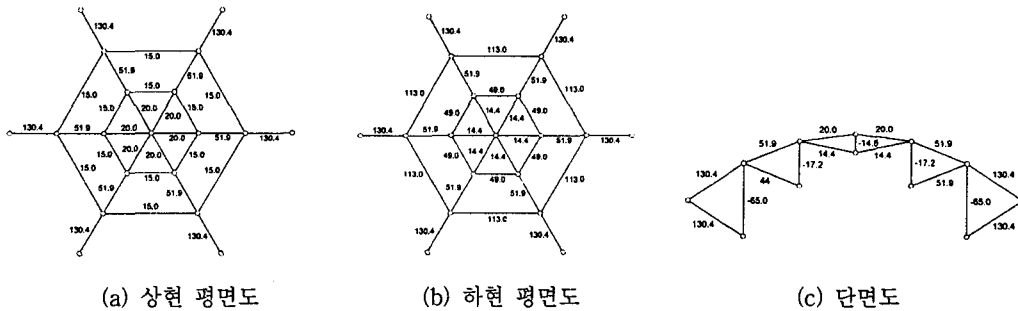


그림 4. 하중모드

하중조건은 그림 4와 같이 절점 전체에 -Z방향으로 동일한 하중이 작용하는 전체 축대칭 하중모드로 가정하였다. 여기서, ●는 하중이 작용되는 절점을, ○는 하중이 작용되지 않는 절점을 각각 나타낸다. 케이블 등 구조물은 초기 불안정 구조물이므로 구조물의 안정화를 위해 초기장력을 도입하여야 한다. 초기장력량을 그림 5에 나타낸다.



(a) 상면 평면도

(b) 하면 평면도

(c) 단면도

그림 5. 초기장력 (단위:kgf)

4. 해석결과 및 고찰

비선형해석의 정적 해석방법으로는, 점선강성방정식을 이용하여 step by step으로 해석을 수행하여 임계하중을 찾는다. 본 연구에서는 1번 절점을 -Z방향으로 0.01cm씩 변위를 증분시켜 각 step에서의 하중계수를 구하는 변위증분법을 이용하였다.

정적 불안정해석에서 분기좌굴(bifurcation)을 파악하기 위해서는 초기형상불완전(initial imperfection)을 도입하여야 한다. 초기형상불완전은 점선강성행렬의 초기증분에 대한 고유치 해석을 수행하여 얻어지는 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상불완전 모드로 한다. 이를 나타내면 그림 6과 같다. 여기서 A-Type은 기본 Geiger 모델이고 B-Type은 브레이싱을 보강한 모델이다. 실선은 상부 부재를, 점선은 하부 부재를 각각 나타낸다.

본 연구에서는 해석 모델의 span을 기준으로 하여, span의 0.01% 및 0.1%를 초기형상불완전량으로 도입하고, 이들 결과를 완전형상 모델의 결과와 비교한다.

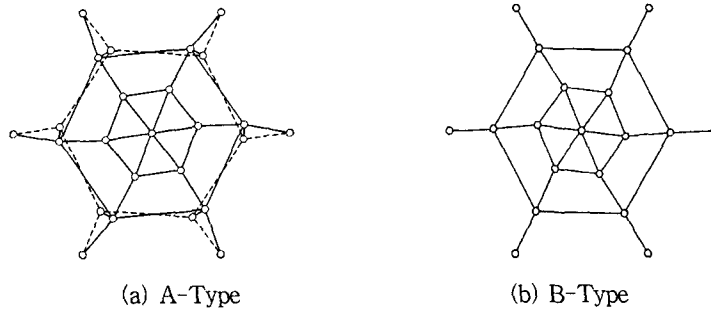
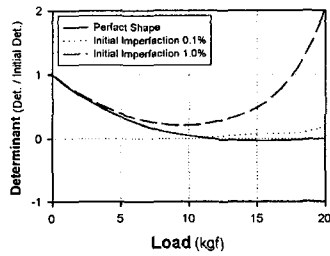


그림 6. 초기형상불완전 모드

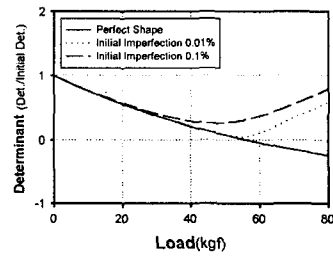
정적 임계하중을 구하기 위해 접선 강성매트릭스의 행렬식(determinant)을 각 증분 구간에서 구해본다. 완전형상일 경우, 행렬식 값이 0을 나타내는 점은, A-Type에서는 절점당 11.9kgf(총하중은 154.7kgf)이고, B-Type에서는 절점당 56.96kgf(총하중은 740.48kgf)이다. 이들 값이 정적 분기 좌굴하중으로 브레이싱 보강 후, 분기 좌굴하중이 약 4.8배 가량 증가함을 알 수 있다.

초기형상불완전을 도입한 경우는 행렬식 값이 0을 향해 접근하다 0 근방에서 되돌아가는 것을 알 수 있고, 초기불완전량이 클수록 이러한 현상은 뚜렷이 나타난다. 이는 완전형상 모델에서는 평형 궤도에서 불안정점이 나타나더라도 피할 수 없으므로 0점을 통과하게 되고, 초기형상불완전을 도입하면 불안정점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 되므로 점차 강성이 안정화해 갈 수 있기 때문이다. 또 초기형상불완전량이 클수록 강성의 안정화가 빠르게 진행됨을 알 수 있으며 이러한 현상은 B-Type 보다 A-Type에서 뚜렷하게 나타난다.

따라서, 브레이싱을 보강한 Geiger형 케이블 돔의 불안정 현상은 평형궤도의 분기현상(bifurcation)에 의해 일어남을 알 수 있다.



(a) A-Type



(b) B-Type (bracing 장력 20kgf)

그림 7. 하중증가에 따른 강성변화

다음은 브레이싱의 장력변화에 따른 임계하중의 변화를 살펴본다. 그림 8에서 critical level은 A-Type의 임계하중으로 일반화하여 나타내었다. 즉, bracing level의 0에서의 critical level은 A-Type에서의 임계하중을 나타낸다. 임계하중은 브레이싱을 보강함으로 인해 4.8배 증가함을 알 수 있고, 브레이싱의 장력이 증가할수록 임계하중은 미소하게 감소함을 알 수 있었으나, 거의 변화가 없음을 확인할 수 있다. 따라서, 임계하중은 브레이싱의 초기장력이 클수록 낮게 나타나지만, 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있었다.

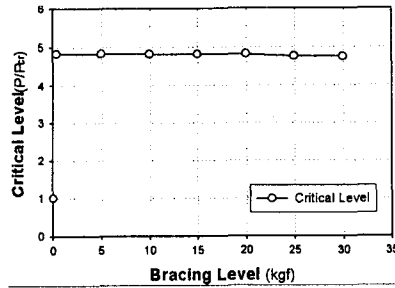
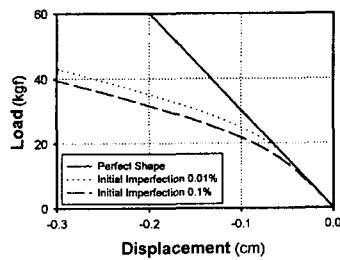
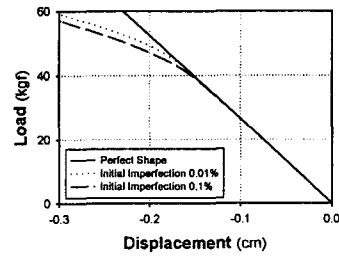


그림 8. 브레이싱의 장력변화에 따른 Critical Level의 변화

다음은 브레이싱을 보강한 모델의 정적 불안정 해석결과를 고찰한다. 돔 상부 절점인 #5의 Z방향 변위를 하중변화에 따라 나타내면 그림 9에서와 같다. 하중의 증가에 따라 수직 변위도 점차 증가하는 것을 알 수 있고, 초기형상불완전을 도입한 경우는 임계하중 부근에서 평형 궤도가 바뀌는 것을 알 수 있다. 또 초기형상불완전량이 클수록 평형궤도도 급격히 바뀌는 softening 현상이 A-Type 보다 적게 나타남을 알 수 있다.

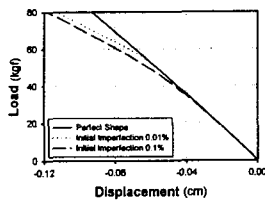


(a) Node-5, Z 방향 (A-Type)

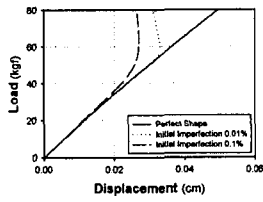


(b) Node-5, Z 방향 (B-Type)

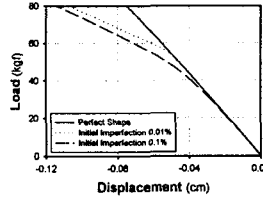
그림 9. 수직 방향 변위-하중 곡선



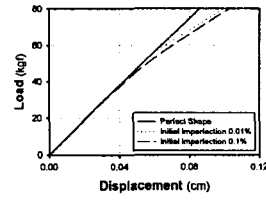
(a) Node-3, X 방향



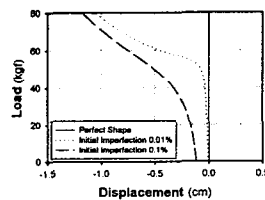
(b) Node-4, X 방향



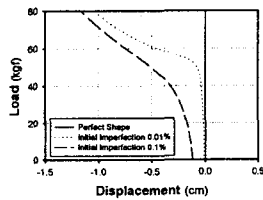
(c) Node-5, X 방향



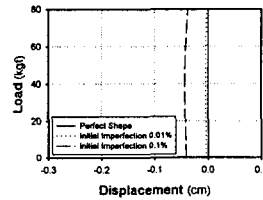
(d) Node-6, X 방향



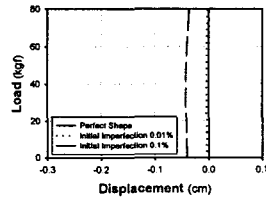
(a) Node-3, Y 방향



(b) Node-4, Y 방향



(c) Node-5, Y 방향



(d) Node-6, Y 방향

그림 10. 수평 방향 변위-하중 곡선 (B-Type)

절점 #3, #4, #5, #6의 X 및 Y 방향의 수평변위를 그림 10에 나타내었다. 절점 #3과 #4의 X 방향 변위는 서로 반대 방향으로 진행하고 있고, Y 방향 변위는 같은 방향으로 진행함을 알 수 있다. 즉, mast #5의 상부는 돔의 중심축 방향으로 기울고, 하부는 바깥 방향으로 기울고 있다. 절점 #5와 #6의 X 방향 변위도 서로 반대 방향으로 진행하고 있으며, Y 방향 변위는 서로 같은 방향으로 진행함을 나타낸다. 즉 mast #5, #10의 상부 및 하부는 hoop방향으로 서로 같은 방향으로 회전하고 있다. 단, mast #5, #10의 hoop방향 회전은 같지만, mast #5의 회전이 더 작게 나타난다. 또 임계하중이 56.96kgf임을 고려하면, 내부 링의 mast #5가 먼저 비틀리며 좌굴을 시작한 후 외부 링인 mast #10이 비틀어지는 것을 알 수 있다.

다음은 케이블의 장력변화를 알아본다. 하중변화에 따라 상현 케이블인 요소 #12와 하현 케이블인 요소 #13의 장력을 그림 11에 각각 나타낸다. 상현 케이블은 -축으로, 하현 케이블은 +축으로 이행하고 있는 것을 알 수 있다.

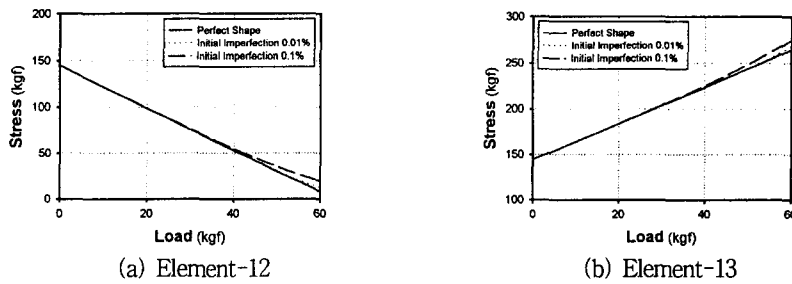


그림 11. 상·하현 케이블의 장력의 변화 (B-Type)

상부 링 케이블인 요소 #9와 하부 링 케이블인 요소 #11의 장력변화를 그림 12에 각각 나타낸다. 상부 링 케이블은 -축으로, 하부 링 케이블은 +축으로 변화하며, 이는 상부 링은 수축하고 하부 링은 늘어나는 것을 의미한다. 그림 10에서 각 절점의 X 방향 변위를 고찰하여도 이러한 현상을 알 수 있다.

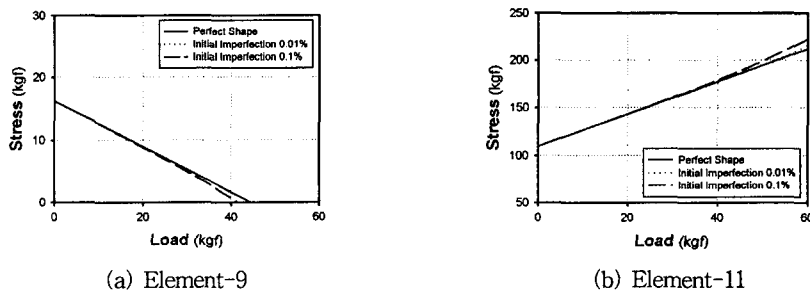


그림 12. 상·하부 링 케이블의 장력의 변화 (B-Type)

끝으로 mast의 장력변화를 그림 13에 나타낸다. 축대칭 중심축인 mast #1은 +축으로 약간 이행하다가 -축으로 이행하고 나머지는 -축으로 이행함을 알 수 있다. 압축력을 받는 mast #1이 이와 같이 이행하는 것은 절점 #3의 수직변위가 상대적으로 절점 #1 보다 작기 때문에 하현 케이블 요소 #3의 장력의 변화가 거의 없고, 따라서 mast #1의 압축력의 변화가 작은 것으로 판단된다. 또 초기형상불완전을 도입한 경우, mast #5 및 #10의 장력이 임계점을 지나더라도 +축으로 이행하지 않고 서서히 -축으로 이행하며, 특히 이러한 현상이 mast #5에서 더욱 뚜렷이 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 임계하중 점 부근에서 새로운 직교 좌굴모드의

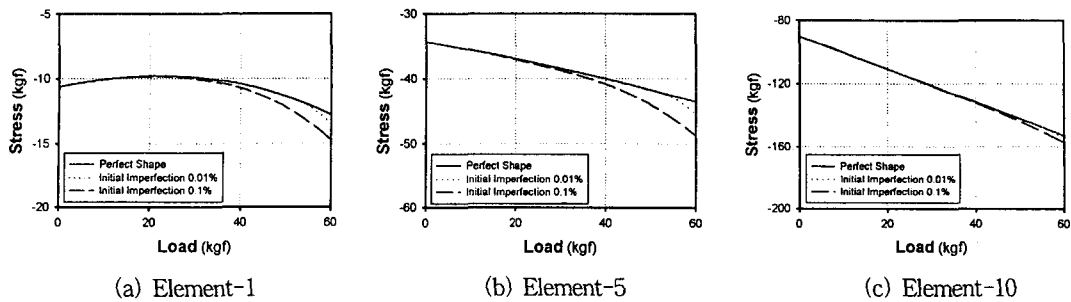


그림 13. Mast의 장력변화(B-Type)

출현과 함께 구조물 전체가 면내 비틀림에 의해 급격히 불안정 상태로 이행하려는 것을 브레이싱이 막아 줌으로 mast내부의 압축력이 증가하기 때문이다.

이상을 정리하면, 본 연구에서 선택한 Geiger 모델의 분기현상은 케이블 돛의 면내 비틀림에 의해 발생함을 알 수 있다. 또한 브레이싱을 보강함에 따라 면내 비틀림에 의한 불안정 상태로의 이행을 막아 주기 때문에 임계하중 값이 증가함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 기본 Geiger 모델에 브레이싱을 보강한 모델을 대상으로 하여 불안정 현상을 규명하고, 브레이싱이 면내비틀림에 의한 불안정 현상에 미치는 영향을 알아보았다. 본 연구에서 얻은 결과는 다음과 같다.

1) 완전형상 모델에서는 평형 궤도에서 불안정점이 나타나더라도 피할 수 없으므로 0점을 통과하게 되고, 초기형상불완전을 도입하면 불안정점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 되므로 점차 강성이 안정화된다. 초기형상불완전량이 클수록 강성의 안정화가 빠르게 진행됨을 알 수 있으며 B-Type보다 A-Type에서 이러한 현상이 뚜렷하게 나타났다.

2) 브레이싱을 보강한 Geiger형 케이블 돛의 불안정 현상은 평형궤도의 분기현상(bifurcation)에 의해 일어남을 알 수 있다.

3) 브레이싱을 보강해 주면 면내 비틀림에 의한 불안정 상태로의 이행을 막아주기 때문에 임계하중 값이 증가함을 알 수 있었다. 또 임계하중은 브레이싱의 초기장력이 클수록 낮게 나타나지만, 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있었다.

참고 문헌

1. Hill, C. D., Blandford, G. E. and Wang, S. T., "Post-buckling analysis of steel space trusses," Journal of structural engineering," Vol. 115, No. 4, April, 1989, pp. 900-919.
2. 林曉光, 複合ケーブル構造の構造安定解析, 修士學位論文, 東京大學, 1990.
3. 金勝德, 偏平構造物の動的安定に関する研究, 博士學位論文, 東京大學, 1990.
4. 김승덕, "얇은 타원포물곡면셀의 동적 불안정 현상의 규명을 위한 비선형 동적 응답의 스펙트럼 분석," 전산구조공학 논문집, 제 8권 2호, 1995, pp.153-161.
5. 김승덕, "Hybrid 케이블 돛 구조물의 비선형 동적 불안정 거동에 관한 연구" 대한건축학회 학술발표논문집, 제21권 제1호, 2001.4, pp.195-198