

영상 처리 기법과 B-spline 근사화를 이용한 단면영상의 3차원 형상 재구성

3D Shape Reconstruction of Cross-sectional Images using Image Processing Technology and B-spline Approximation

임오강* 이진식** 김종구***
Lim, O-Kaung Lee, Jin-Sik Kim, Jong-Ku

ABSTRACT

The three dimensional(3D) reconstruction from two dimensional(2D) image data is using in many fields such as RPD(Rapid Product Development) and reverse engineering. In this paper, the main step of 3D reconstruction is comprised of two steps : image processing step and B-spline surface approximation step. In the image processing step, feature points of each cross-section are obtained by means of several image processing technologies. In the B-spline surface approximation step, using the data of feature points obtained in the image processing step, the control points of B-spline surface are obtained, which are used for IGES file of 3D CAD model.

1. 서론

주어진 실물로부터 공학적 개념이나 형상모델을 추출해내는 과정을 역공학(reverse engineering)이라한다. 전통적인 공학이 개념으로부터 실물을 만드는 과정이라 한다면 역공학은 실물로부터 개념을 얻는 과정이라 할 수 있다. 본 논문에서는 특히 의료산업에서 역공학이 적용될 수 있는 단면 의료 영상의 3차원 재구성에 대하여 다루어보았다. 의료 영상의 획득은 MRI(Magnetic Resonance Image), CT(Computer Tomography) 스캐너 등을 이용하여 얻을 수 있으며, 이렇게 얻어진 영상은 3차원 재구성을 위한 기하학적 데이터를 얻기 위해 여러 영상처리 과정을 거치게 된다. 현재의 멀티미디어 환경에서 영상처리는 생물학, 인공위성 분야, 공장 자동화, 문서 처리, 의료진단 영상 시스템 등 다양한 분야에서 중요하게 이용되고 있다.⁽¹⁾

영상처리 과정을 거쳐서 얻어진 기하학적 데이터는 여러 가지 방법에 의해 3차원으로 복원될 수 있다. 본 논문에서는 부드러운 곡면을 얻기 위해 B-spline 곡선 및 곡면을 이용한 방법을 택하였다.

* 정회원 · 부산대학교 기계설계공학과, 교수
** 경기공업대학, 컴퓨터응용설계계열, 교수
*** 부산대학교 기계설계공학과, 석사

특히 least-square 최소화만을 고려한 곡선 보간의 문제점을 해결하기 위해 박형준 등이 제시한 곡선의 에너지와 least-square 최소화를 함께 고려한 방법을 이용하여 곡선의 품질을 보다 향상시키고자 하였다.⁽²⁾⁽³⁾

2장에서는 기하학적 데이터를 얻기 위해 필요한 영상처리 과정에 대해 언급하고, 3장에서는 B-spline 곡선 및 곡면의 정의와 B-spline 근사화에 대하여 논의하였다. 4장과 5장에서는 2장, 3장을 통하여 얻어진 데이터를 이용하여 IGES 파일의 생성과 이를 이용한 적용사례에 대해 설명하고 마지막으로 결론을 맺는다.

2. 영상 처리

단면 영상으로부터 3차원 재구성을 위한 기하학적 데이터 얻기 위해서는 여러 가지 영상 처리 과정이 필요하다. 기하학적 데이터는 이진영상처리, 모폴로지(Morphology), 경계선 추출(Edge Detection), 세선화(Thinning), 라벨링(Labeling), 특징점 추출(feature point detection) 등의 과정으로 얻어지게 된다.

2.1 이진 영상 처리

이진 영상처리는 그레이 레벨의 입력영상의 화소(pixel)값이 어느 임계값(threshold)을 기준으로 이상이 되면 1로, 이하가 되면 0으로 출력하는 영상처리 방법이다.

2.2 모폴로지(Morphology)

모폴로지는 영상 형태처리 연산으로서 물체의 외곽선의 한 픽셀을 빼거나 더하는 작업을 말한다. 이 연산은 주로 한 픽셀의 잡음을 채우거나 제거하는데 사용된다. 모폴로지 기법은 크게 침식(Erosion), 팽창(Dilation), 제거(Opening), 채움(Closing) 연산으로 나뉘어지는데 독립적으로 사용하기보다는 4가지 방법을 적절히 조합하여 사용하여 영상을 향상시키게 된다.⁽¹⁾⁽⁴⁾

2.3 에지 추출(Edge Detection) 과 세선화(Thinning)

에지는 픽셀 밝기의 불연속점으로서 영상 안에서 상당한 밝기의 차이가 있는 곳이고, 이것은 대개 물체의 윤곽선에 해당하게 된다.⁽¹⁾ 이런 특성을 이용한 에지 검출 방법으로 픽셀 밝기의 1차 미분값을 이용하는 방법은 급격한 밝기 변화에 따른 밝기 기울기가 크게 나타나는 곳을 에지로 검출하게 된다. 그라디언트(Gradient)는 함수의 변화를 나타내는데 사용되는 척도로서 그라디언트와 그 크기는 식 (1)와 같으며, 그라디언트의 크기가 큰 곳이 에지라고 할 수 있다.

$$G[f(x, y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial f / \partial x \\ \partial f / \partial y \end{bmatrix} \quad |G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \approx |G_x| + |G_y| \quad (1)$$

이상적인 에지 추출은 1픽셀 두께의 에지를 표시하는 것이지만 일반적으로 에지추출 과정을 거친 영상은 여러 픽셀 두께의 에지를 생성하게 된다. 따라서 이런 영상은 세선화(thinning) 처리를 함으로써 1픽셀 두께의 에지를 추출하게 된다.

2.4 라벨링(Labeling)

이진 영상 중에서 서로 연결되어 있는 픽셀의 집합을 연결 성분(connected component)이라고 하는데 영상의 효과적인 처리를 위해서는 같은 연결성분을 가지고 있는 영상에 같은 라벨(Label)을 할당할 필요가 있다. 이런 과정을 연결 성분 라벨링이라 한다.⁽¹⁾ 연결 성분 라벨링은 영상 처리 과정에서 다소 시간이 걸리는 부분이지만 이후의 알고리즘을 효율적으로 수행하기 위해 꼭 필요한 과정이라고 할 수 있다.

2.5 특징점(feature point) 추출

특징점은 B-spline curve fitting 과정에서 필요한 입력점을 제공한다. 본 논문에서는 많은 수의 특징점이 추출되지만 원 영상을 보다 자세히 표현하기 위해 단순히 곡률이 변하는 부분에서의 픽셀을 특징점으로 추출하는 방법을 택하였다. 그리고 특징점으로 추출된 이웃픽셀의 거리가 너무 길어지는 경우 중간픽셀도 함께 특징점으로 추출하였다.

그림 1은 위의 영상처리 과정을 적용한 예로서 원영상(a), 이진화(b), 모폴로지(c), 에지(d), 세션화(e), 특징점 추출(f)의 과정을 나타낸 것이다.

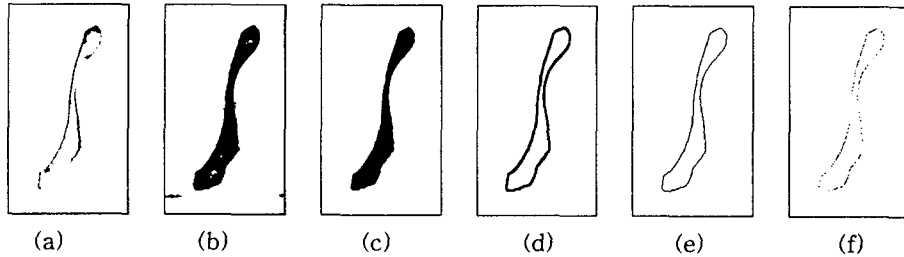


그림 1 영상처리 과정

3. B-spline 곡선과 곡면

B-spline 함수는 매개변수를 이용하여 곡선과 곡면을 표현하는데 많이 이용되는 함수로서 조종점의 수를 n , 차수를 p , knot vector를 $U = \{u_0, u_1, \dots, u_{n+p}, u_{n+p+1}\}$ 라고 했을 때, i 번째 p 차 B-spline basis 함수 $N_{i,p}(u)$ 는 다음과 같이 정의된다.⁽⁵⁾

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

3.1 B-spline 곡선과 곡면

p차 B-spline 곡선 $C(u)$ 는 다음과 같이 B-spline 함수들의 선형 결합으로 표현된다.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)B_i$$

$\{B_i\}$ 는 조종점 벡터이며, p차 B-spline basis 함수 $\{N_{i,p}(u)\}$ 는 knot vector U 상에서 정의된다.

B-spline 곡면의 u와 v 방향의 조종점의 수가 각각 n, m이고 knot vector U, V 가 결정되었을 때, $p \times q$ 차 B-spline 곡면 $S(u, v)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)Q_{i,j}$$

조종점 $Q_{i,j}$ 는 3차원 상에서 조종망(control net)을 이루며, $N_{i,p}(u)$ 와 $N_{j,q}(v)$ 는 각각 knot vector U 와 V 상에서 정의되는 B-spline basis 함수들이다.

3.3 B-spline curve fitting

B-spline curve fitting은 주어진 입력점 $P_i (i=0, \dots, n_{pt})$ 를 지나거나 근사하는 B-spline 곡선 $C(u)$ 의 조종점을 구하는 과정이다.

3.3.1 Least-square 오차 최소화 방법

입력점 P_i , B-spline 함수의 차수 p, 입력점 P_i 에 대한 매개변수 \bar{u}_i , knot vector U 가 주어졌다면 구하고자 하는 B-spline 곡선 $C(u)$ 와 입력점 P_i 의 관계는 식 (2)와 같이 나타내지며, 행렬식은 식 (3)과 같다.

$$P_i = C(\bar{u}_i) = \sum_{j=0}^n B_j N_{j,p}(\bar{u}_i) \quad (i=0, \dots, n_{pt}) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} N_{0,p}(\bar{u}_0) & \cdots & N_{n,p}(\bar{u}_0) \\ \vdots & & \vdots \\ N_{0,p}(\bar{u}_{n_{pt}}) & \cdots & N_{n,p}(\bar{u}_{n_{pt}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ \vdots \\ P_{n_{pt}} \end{bmatrix}$$

$$S X = P \quad (3)$$

여기서 S 는 $(n_{pt}+1)(n+1)$ 시스템 행렬이고, $X=[B_0 \dots B_n]^T$ 는 조종점 벡터이며, $P=[P_0 \dots P_{n_{pt}}]^T$ 는 입력점 벡터이다. B-spline basis 함수가 정의되는 knot vector를 구하기 위해서 먼저 주어진 입력점 P_i 로부터 parameter \bar{u}_k 를 구하게 된다. Parameter 값을 구하는 방법에는 equally

spaced, chord length, centripetal method 등 이 사용된다. 본 논문에서는 다음과 같은 centripetal method를 사용하였으며 이 방법은 주어진 입력점의 곡률이 급격히 변화할 때 유용하게 이용된다.⁽⁵⁾

$$\bar{u}_k = \begin{pmatrix} 0 & k=0 \\ \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|P_k - P_{k-1}|}}{d} & k=1, \dots, n-1 \\ 1 & k=n \end{pmatrix}, \quad d = \sum_{k=1}^n \sqrt{|P_k - P_{k-1}|}$$

Knot vector U 는 앞에서 구한 매개변수를 이용하여 결정하게 되는데, 입력점의 수 n_{pt} 와, 조종점의 수 n 의 크기에 따라 다른 방법에 의해 구하게된다. $n_{pt} = n$ 인 경우에는 평균법에 의거하여 다음과 같이 knot vector U를 구한다.⁽⁶⁾

$$u_j = \begin{pmatrix} 0 & j=0, \dots, p \\ \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i & j=p+1, \dots, n \\ 1 & j=n+1, \dots, n-p \end{pmatrix}$$

$n_{pt} > n$ 인 경우에는 PiegI과 Tiller가 제시한 방법에 의거하여 다음과 같이 구하게된다.⁽⁶⁾

$$u_j = \begin{pmatrix} 0 & j=0, \dots, p \\ (1-\alpha) \bar{u}_{i-1} + \alpha \bar{u}_i & j=p+1, \dots, n \\ 1 & j=n+1, \dots, n-p \end{pmatrix}, \quad i = \text{int}(j \times d), \quad \alpha = j \times d - i$$

식 (2)(3)으로부터 Least-square 오차로 표현되는 에너지 함수는 식 (4)와 같이 표현되며, 이를 이용하여 조종점 벡터 X는 식 (5)와 같이 에너지 함수를 최소화하기 위한 선형시스템의 해를 구함으로써 얻어진다.

$$\min E(X) = \sum_{i=0}^n \|P_i - C(\bar{u}_i)\|^2 = (SX - P)^T (SX - P) \quad (4)$$

$$\partial E(X) / \partial X = S^T SX - S^T P = 0, \quad X = (S^T S)^{-1} S^T P \quad (5)$$

$n_{pt} = n$ 인 경우에는 곡선 보간(curve interpolation)문제로서 입력점들을 정확히 지나는 B-spline 곡선을 구할 수 있으며, $n_{pt} > n$ 인 경우에는 곡선 근사(curve approximation)문제로서 입력점들을 근사적으로 지나는 곡선을 구할 수 있다. Least-square 최소화에 의한 curve fitting 방법은 입력점의 수와 조종점의 수가 비슷한 경우 ($n_{pt} \approx n$) 입력점의 분포나 곡선의 매개변수의 영향을 많이 받기 때문에 곡선이 진동하는 불안정한 해를 나타내는 문제점을 나타내기 때문에 결과적으로 곡선의 품질뿐만 아니라 생성되는 곡면의 품질도 나빠지게 된다.⁽²⁾

3.3.2 곡선의 에너지 함수 최소화 방법

곡선의 에너지 함수(energy functional)를 최소화하는 방법을 도입하여 Least-square 최소화를 이용한 곡

선 보간의 문제점을 해결할 수 있다. Celniker와 Gossard는 곡선의 stretching 계수와 bending 계수의 가중치의 합으로 표현되는 곡선의 에너지 함수를 최소화하는 곡선을 제시하였다.⁽⁶⁾ 박형준 등은 곡선의 에너지 함수와 Least-square 오차의 합으로 표현되는 에너지 함수를 이용한 곡선모델을 제시하였다.⁽²⁾ 본 논문에서는 박형준 등이 제시한 방법을 이용하여 B-spline 곡선에 대한 조종점을 구하였다. 곡선의 에너지 함수가 추가된 새로운 에너지 함수는 식 (6)과 같이 표현되며, 에너지 함수를 최소화하기 위한 조종점벡터 X 를 구하기 위해 식 (7)과 같은 선형 시스템의 해를 구하게 된다.

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_u (a \|\dot{C}(u)\|^2 + \beta \|\ddot{C}(u)\|^2) du + \gamma \sum_{i=0}^{n_{sec}} \|P_i - C(\bar{u}_i)\|^2 \\ &= \int_u [\alpha (\dot{N}^T X)^2 + \beta (\ddot{N}^T X)^2] du + \gamma \|SX - P\|^2 \\ &= X^T KX + \gamma (SX - P)^T (SX - P) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\partial E(X)/\partial X = (K + \gamma S^T S)X - \gamma S^T P = 0, \quad X = \gamma (K + \gamma S^T S)^{-1} S^T P \quad (7)$$

여기서 α, β, γ 는 각각 음이 아닌 실수로서 stretching 계수, bending 계수, fitting 계수라고 한다. stretching 계수와 bending 계수는 곡선의 길이를 최소화하며 국부적인 bending 현상을 넓은 영역으로 분포시키는 역할을 한다. fitting 계수를 작게하면 곡선이 smooth 해지는 반면 입력점과의 오차가 증가하게 된다.⁽²⁾⁽⁶⁾

\dot{N}, \ddot{N} 는 각각 B-spline basis 함수의 1차 및 2차 미분이다. $K = \alpha \int_u \dot{N} \dot{N}^T du + \beta \int_u \ddot{N} \ddot{N}^T du$ 는 B-spline 곡선 $C(u)$ 에 대한 $(n+1) \times (n+1)$ stiffness 행렬을 나타낸다.

3.4 공통 knot vector 생성

B-spline 곡면을 생성하기 위해서는 각 단면에서 입력점 P_i 로 이루어지는 다각형은 하나의 knot vector U^{com} 에서 정의되는 B-spline으로 curve fitting 해야한다. 공통 knot vector는 다음과 같이 $(n_{sec} + 1)$ 개의 각 단면에서 정의되는 knot vector U^i 를 평균하여 구한다.

$$\begin{aligned} U^{com} &= \frac{1}{n_{sec} + 1} \sum_{i=0}^{n_{sec}} U^i \\ &= \frac{1}{n_{sec} + 1} \left[\sum_{i=0}^{n_{sec}} \bar{u}_0^i, \sum_{i=0}^{n_{sec}} \bar{u}_1^i, \dots, \sum_{i=0}^{n_{sec}} \bar{u}_{n+p}^i, \sum_{i=0}^{n_{sec}} \bar{u}_{n+p+1}^i \right] \end{aligned}$$

3.5 B-spline 곡면의 조종점

곡면 $S(u, v)$ 는 각 단면의 곡선 $C_k(u)$ 를 iso-curve로 갖게되며, $N_{i,p}(u)$ 와 $N_{j,q}(v)$ 는 각각 공통 knot vector U^{com} 와 V^{com} 상에서 정의된다. $S(u, v)$ 의 조종점을 구하는 과정은 위의 curve fitting 단계에서 생

성된 각 단면의 조종점 $B_{k,i}(i=0, \dots, n)$ 의 각 열을 지나는 B-spline 곡선을 구하는 것으로 이루어진다. k 번째 단면에서 정의되는 B-spline 곡선은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_k(u) = S(u, \bar{v}_k) = \sum_{i=0}^n \left[\sum_{j=0}^m Q_{i,j} N_{j,q}(\bar{v}_k) \right] N_{i,p}(u) = \sum_{i=0}^n B_{k,i} N_{i,p}(u) \quad (k=0, \dots, m) \quad (8)$$

식(8)로부터 B-spline 곡면의 조종망 $Q_{i,j}$ 과 i 번째 B-spline 곡선의 조종점 $B_{k,i}$ 의 관계는 식 (9)와 같다.

$$\sum_{j=0}^m Q_{i,j} N_{j,q}(\bar{v}_k) = B_{k,i} \quad (i=0, \dots, n) \quad (9)$$

마찬가지로 식 (6)(7)을 이용하여 식 (9)에서 구하고자 하는 B-spline 곡면의 조종망 $Q_{i,j}$ 를 구하게 된다.

4. IGES 파일 생성

IGES(Initial Graphic Exchange Specification)는 제품정의 데이터의 수치적 표현 및 교환을 위한 중간 데이터 형식(Neutral Data Format)의 일종으로 미국 상무성 국가표준국(National Bureau of Standards, NBS)의 ANS Y14 위원회에 의해서 개발되었다. IGES형식으로 B-spline surface를 표현하는데 필요한 정보는 u 와 v 방향의 조종점 수, B-spline 함수의 차수, knot vector, 조종점의 weight, 조종점의 위치정보 등이다. 생성된 IGES 파일은 CAD 시스템으로 import하여 재구성된 모델을 확인한다.

5. 적용사례

위에서 제안한 방법은 Microsoft Visual C++ 6.0 언어를 이용하여 구현하였다. 그림 2는 6개의 원이 입력곡선으로 주어진 간단한 예제에 적용한 결과이다.

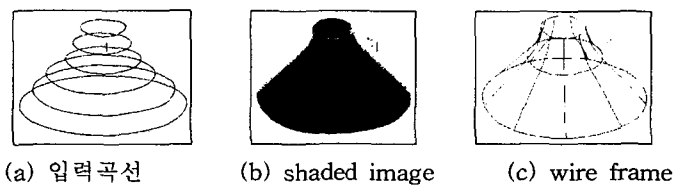


그림 2 6개의 원을 lofting 한 결과

다음으로 그림 3은 (주)칸타바이오에서 제공하는 장골뼈(ilic bone)에 대한 CT영상의 적용 예이다. 전체 260개의 단면 영상으로 이루어져 있다. 각 영상의 크기는 512×512 픽셀크기이며, 영상의 실제 크기는

250mm×250mm이다. 단면간의 높이는 부분에 따라 0.5mm 또는 1mm로 이루어진다.⁽⁷⁾

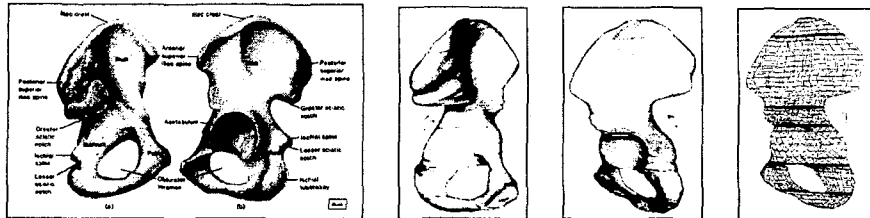


그림 3 장골뼈(iliac bone)의 3차원 재구성 모델

6. 결론

본 논문에서는 역공학(reverse engineering) 분야 중 단면 의료 영상의 3차원 모델 생성에 관해 살펴보았다. 3차원 재구성에 필요한 각 단면의 특징점을 추출하기 위해 여러 단계의 영상처리 과정을 수행하였고, 영상처리 결과 추출된 특징점으로부터 B-spline 곡면의 생성에 필요한 기하학적 데이터를 얻었다. B-spline 곡면의 생성과정에서 기하학적 데이터를 좀더 정확하게 표현하고, 실제 모델에 가까운 부드러운 곡면을 생성하기 위해 곡선의 에너지 함수를 최소화하는 B-spline 곡선을 이용하게 되었다. 본 논문에서 제시하는 방법으로 실제 모델에 근사하는 3차원 CAD data를 제공할 수 있다.

후기

본 연구는 한국과학기술재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원으로 수행되었습니다. 재단의 지원에 감사드립니다.

참고 문헌

1. 천인국, 윤영택, 영상처리 기초편, 도서출판 기한재, 1998
2. 박형준, 김광수, "에너지 최소화에 근거한 B-spline curve fitting을 이용한 근사적 lofting 방법", 한국 CAD/CAM학회 논문집, 제4권 제1호, 1999, pp32-42
3. Park, H. and Kim, K., "Smooth surface approximation to setial corss-sections", Computer-Aided Design, Vol.28, No.12, 1996, pp.995~1005.
4. 장동혁, Visual C++를 이용한 디지털 영상 처리의 구현, PC어드밴스, 1999
5. Piegl, L. and Tiller, W., The NURBS Book, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1995
6. Celniker, G. and Gossard, D.C., "Deformable Cruve and Surface Finite-Elements for Free-Form Shape Design", Computer Graphics, Vol.25, No.4, 1991, pp.257~266.
7. www.cantibio.com, "CANTIBio inc", 2001