

## 선반 기어박스의 기어열 - 축계 진동 해석 및 저감에 관한 연구

최영휴\*, 박선균\*\*, 배병태\*\*, 정택수\*\*\*, 김청수\*\*\*

### Vibration Analysis and Reduction of the Geared Transmission System in a Lathe Gear Box

Young-Hyu Choi\*, Seon-Kyun Park\*\*, Byung-Tae Bae\*\*,  
Taek-Soo Jung\*\*\*, and Chung-Soo Kim\*\*\*

\*창원대학교 기계설계공학과, \*\*창원대학교 기계설계공학과 대학원, \*\*\*(주)두산 기계BG

#### Abstract

In this study, torsional and lateral vibrations of a gear box transmission system were analyzed theoretically using some mathematical models and examined to determine the causes of its excessive vibrations. As the results, it was found there exist possibility of resonance between gear mesh frequencies and lateral vibration mode of the transmission shaft during the third shifting mode operation. In order to avoid this resonance, we proposed changing the arrangement of gears on the transmission shaft. The measured vibration levels of the improved gear box were dramatically reduced. These results may be helpful to design a machine tool gear box with low noise and vibration.

Key words : 선반 기어 박스(Lathe gear box), 변속기어-축계(Geared transmission system), 수학적 모델링(Mathematical modeling), 비틀림 진동(Torsional vibration), 횡진동(Lateral vibration), 진동 저감(Vibration reduction)

#### 1. 서론

공작기계의 고속화, 고정도화, 고능률화에 따라 공작기계는 다양한 기능과 여러 변속모드의 운전 조건을 갖는다. 이러한 변속모드를 위하여 공작

기계의 동력 전달계는 기어박스를 포함하고 있다. 기어박스는 내부에 기본적으로 다수의 회전 축계를 포함하고 있으며 각종 기계요소들로 매우 복잡하게 이루어져 있으므로 여러 가지 가진원에 의하여 공진을 일으킬 가능성이 매우 크다. 특히 기어 변속기 형식의 선반 기어박스는 기구 운동학적인 특성상 진동·소음의 발생 가능성이 높으며 그 중에서 기어 맞물림 주파수와 변속기어열-축계의 비틀림 및 횡진동이 공진되는 경우 매우 심각한 진동과 소음이 발생하게 된다.

본 연구에서는 기어 변속기 형식으로 된 선반 기어박스의 진동해석과 저감대책에 관하여 연구하였다. 먼저, 진동원인을 분석하기 위하여 기어박스내의 기어열-축계에 대하여 집중 파라메터 모델링과 유한요소 모델링을 이용하여 비틀림 고유진동해석과 횡방향 고유진동해석을 수행하고 운전속도 범위내에서 공진을 회피하기 위한 변속기어-축계의 경제적인 설계대안을 제시한다. 또한 설계 개선된 기어박스를 장착한 선반의 진동과 초기설계 선반의 진동레벨을 측정하여 비교함으로써 설계개선 대안이 효과적임을 확인하였다.

#### 2. 진동원인 분석

##### 2.1 기어열의 변속모드 및 운전속도 조건

선반의 변속모드는 총 4단의 변속모드로 이루어져 있으며 기어박스의 기어열-축계는 Fig.1과 같다. Fig. 1에서 A축은 구동축을, B축은 전달축을, S축은 주축을 나타내며, 주축의 오른쪽 끝단

에 척(Chuck)이 장착된다. 각 기어열의 변속운전 모드에 따른 축의 회전속도와 기어비는 Fig. 2와 같다.

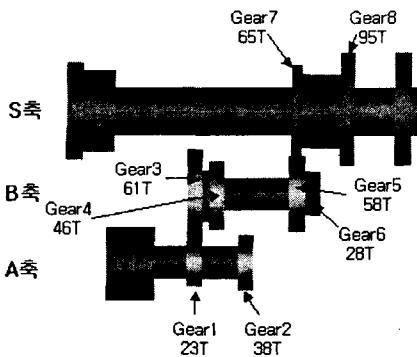


Fig. 1 Rotating shaft apparatus in a gear box.

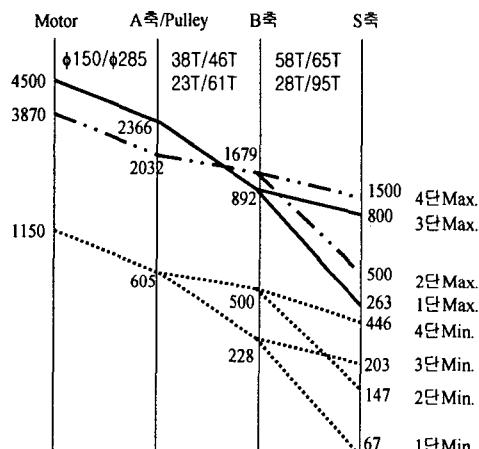


Fig. 2 Shaft speed(rpm) and gear ratios corresponding to the speed shifting modes.

## 2.2 가진력의 종류와 가진 주파수

기어박스에서 발생될 수 있는 가진력은 기어이의 파손이나 기어 편심 등에 의한 기어 맞물림 오차로 인한 가진력과 각 축의 잔류불평형에 의한 불평형력, 축 정렬불량에 의한 가진력 및 벨트 가진력, 그리고 배어링 파손에 의한 가진력 등이 있다.<sup>[1-2]</sup> 그 중에서 기어박스의 진동을 가장 현저히 발생시키는 것은 기어 맞물림 주파수와 불평형력에 의한 가진 주파수, 그리고 축의 회전주파수의 고조파로 나타나는 축정렬 불량에 의한 가진 주파수 등이다.<sup>[1-2]</sup> Table 1은 Fig. 1의 축계가 각각의 변속모드로 운전될 때의 기어 및

몰림 주파수를 나타낸다.

Table 1. Gear meshing frequencies and motor speed corresponding to each shifting mode.

Shift mode	Motor Speed	Gear mesh frequency	
		Shaft A-B[Hz]	Shaft B-S[Hz]
1st step	Max. 4495rpm	906.9	416.3
	Min. 1150rpm	231.9	106.4
2nd step	Max. 3902rpm	1300.7	791.7
	Min. 1150rpm	383.3	233.3
3rd step	Max. 4518rpm	911.5	866.7
	Min. 1150rpm	231.9	220.5
4th step	Max. 3870rpm	1290	1626.5
	Min. 1150rpm	383.3	483.3

## 2.3 기어열-축계의 비틀림 고유진동 해석

Fig. 3은 3단 변속모드의 기어열-축계를 집중 매개변수 질량관성과 강성으로 가정하여 비틀림 진동계<sup>[3]</sup>로 모델링한 것이다.

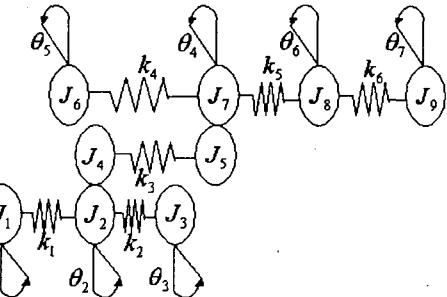


Fig. 3 A mathematical model for shaft-gear train torsional vibration analysis(at the 3rd shifting mode)

$i$ 번째 질량관성모멘트  $J_i$ 는 기어와 보의 관성모멘트로 구성되고,  $i$ 번째 스프링의 강성  $K_i$ 는 다음의 식(1)과 같다.

$$K_i = \frac{G_i I_i}{L_i} \quad (1)$$

여기서,  $G_i$ 와  $I_i$ 는 각각 축의  $i$ 번째 단면의 전단계수와 2차 극관성 모멘트이다.

기어열-축계 비틀림 진동의 Lagrange 운동방정식을 구하면 식(2)와 같이 표현할 수 있다.

$$[J] \{ \ddot{\theta} \} + [K] \{ \dot{\theta} \} = 0 \quad (2)$$

여기서,  $[J]$ 는 시스템의 질량관성행렬,  $[K]$ 는 비틀림 강성행렬을 나타낸다. 3단 변속모드의 모델에 대한 강성행렬과 질량관성행렬은 축계의 설계원으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$[J] = \begin{bmatrix} 0.54 & & & 0 \\ & 1.25 & & \\ & & 0.024 & 0.798 \\ & & & 0.743 \\ 0 & & & & 1.167 \\ & & & & 0.197 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0.81 & -0.81 & & & 0 \\ -0.81 & 13.28 & -2.47 & 3.77 & \\ & -2.47 & 2.47 & & \\ & 3.77 & & 260 & 18.9 \\ & & 18.9 & 16.89 & 211.8 \\ 0 & & 211.8 & 234.0 & -45.05 \\ & & & -45.05 & 45.05 \end{bmatrix} \times 10^6$$

위의 식(2)의 운동방정식으로부터 비틀림 진동 계의 고유진동수를 QR법을 이용하여 구하였다. 각각의 변속모드별 비틀림 고유진동수 해석결과는 Table 2와 같다.

Table 2. Calculated natural frequencies of the torsional shaft-gear train vibration model.

shift natural freq.	speed shifting mode			
	1st step	2nd step	3rd step	4th step
1st	166.524	195.501	179.253	195.528
2nd	421.212	735.121	525.969	622.572
3rd	735.122	2.167k	687.774	834.829
4th	1.630k	2.424k	830.364	2.421k
5th	2.168k	2.686k	1.630k	2.579k

#### 2.4 축계의 횡진동 해석

기어박스 내에 있는 3개의 축계인 A축, B축, S축의 횡진동 해석을 위해 유한요소법을 이용하였으며 축계를 집중질량과 중간탄성 구속조건을 갖는 Timoshenko보로 가정하여 본 대상계를 감쇠-자이로스코프 시스템으로 간주하였다.<sup>[3]</sup> 전달축인 B축의 경우 운전모드별로 기어가 4개의 위치로 이동하므로 모드별로 총 4개의 유한요소모델을 설정하였으며 각각의 모델에 대해 횡진동을 해석하였다. A축, S축 및 B축 3단 변속모드에 대한 축계별 유한요소모델은 Fig. 4와 같다.

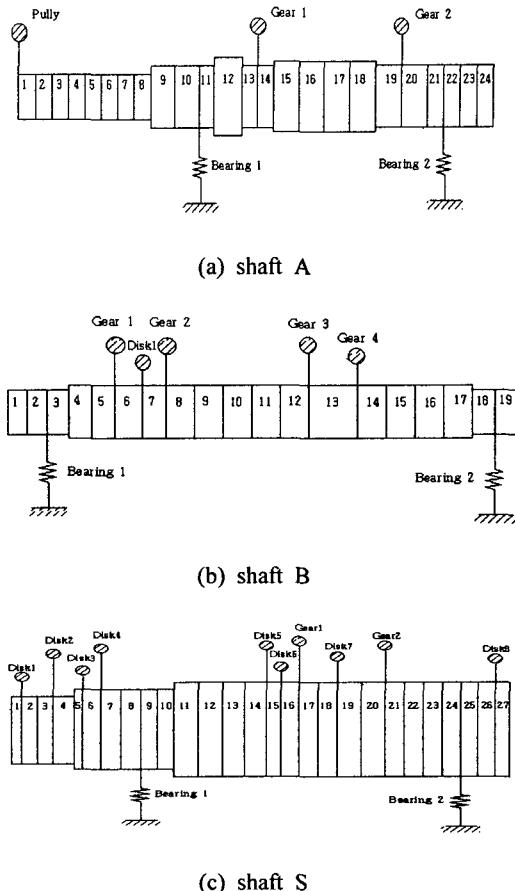


Fig. 4 Finite element models for the lateral shaft vibration analysis at the 3rd step shifting mode.

Table 3. Material properties and bearing stiffness.

Material properties	Elasticity, E [ N/m <sup>2</sup> ]	203 × 10 <sup>9</sup>
	Poisson's ratio, ν	0.3
	Density, ρ [ kg/m <sup>3</sup> ]	7850
Bearing coefficients	Shaft A	Bearing 1 176.847 × 10 <sup>6</sup> Bearing 2 179.606 × 10 <sup>6</sup>
	Shaft B	Bearing 1 183.708 × 10 <sup>6</sup> Bearing 2 1.624 × 10 <sup>9</sup>
	Shaft S	Bearing 1 6.265 × 10 <sup>9</sup> Bearing 2 6.999 × 10 <sup>9</sup>

축의 재료 물성치와 베어링의 강성계수는 Table 3에 정리하였다. 베어링은 일반적인 구름베어링이므로 베어링의 감쇠는 무시하였으며 x, y방향

의 스프링요소로 모델링하였다.

A, B축과 S축에 대한 횡진동 해석결과를 Table 4에 정리하였으며, B축의 운전모드별 횡진동 해석결과는 Table 5에 정리하였다.

Table 4. Computed natural frequencies of the lateral shaft-bearing vibration.

Natural frequency	Shaft A[Hz]	Shaft B[Hz]	Shaft S[Hz]
1st	68.85	175	401
2nd	276.5	483	614
3rd	620.8	884	620.8
4th	1.054k	1.364k	1.521k
5th	1.963k	2.664k	1.658k

Table 5. Computed natural frequency of the lateral vibration model for the shaft B. [Hz]

natural freq.	speed shifting mode			
	1st step	2nd step	3rd step	4th step
1st	206.8	179	175	160
2nd	502.18	565	483	590
3rd	620.8	1.026k	884	1.085k
4th	864.3	1.4769k	1.364k	1.670k
5th	1.3706k	2.0355k	2.664k	2.070k

## 2.5 진동원인 분석결과

기어열-축계의 비틀림 진동해석과 축계의 횡진동해석 결과로부터 각각의 변속모드에서 발생할 수 있는 여러 가지 가진력 주파수 특성과의 상관성을 분석해보면 Table 6과 같다. 3단 변속모드의 최고 작동속도에서 기어 맞물림 주파수와 축계 굽힘진동의 고유진동수가 서로 공진 대역에 존재하는 것을 알 수 있다.

Table 6. Comparison of natural frequencies at maximum operating speed in the 3rd shifting mode.

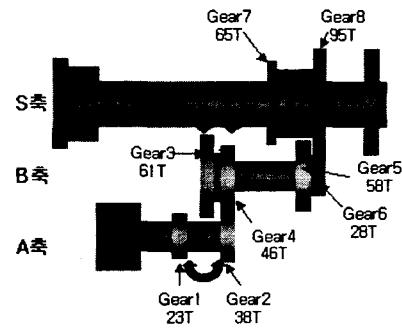
Gear meshing frequency	Gear-train torsional vibration	Shaft lateral vibration
A/B 911(Hz)		
B/S 866(Hz)	830(Hz)	884(Hz)

그러므로 3단 운전 모드에서 기어박스의 기어열-축계는 기어 맞물림 가진력으로 인하여 공진을 일으킬 가능성이 매우 크다.

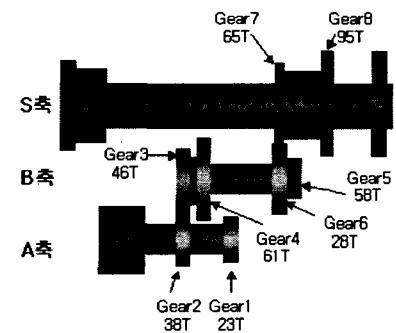
## 3. 진동저감 대책

### 3.1 기어 위치변경

기존의 개발된 모델에 대해 가장 경제적인 설계개선은 기존의 기어와 축계를 그대로 유지하고 주축 동작속도를 그대로 유지하는 것이다. 따라서 본 연구에서는 이러한 설계조건하에서 기어 맞물림 주파수에 의한 기어열-축계 시스템의 비틀림 고유진동수와 횡방향 고유진동수의 공진 문제를 해결하기 위하여 Fig. 5와 같이 A축의 Gear 1과 Gear 2의 위치를 변경하고 그에 따른 운전모드의 유지를 위해 B축의 Gear 3과 Gear 4의 위치를 변경하였다.



(a) the initial design



(b) the improved design

Fig. 5 Gear transmission systems before and after design change

이렇게 설계 개선된 모델에 대하여 비틀림 진동 및 횡진동 해석을 수행하였으며 초기 설계모델과 설계 개선된 모델의 운전모드별 진동을 측정하여 비교하였다.

**3.2 설계 개선된 모델의 비틀림 진동해석 결과**  
설계 개선된 모델에 대하여 2.3절에 기술한 방법으로 운전모드별 비틀림 진동해석을 수행하였으며 해석결과를 Table 7에 정리하였다. Table 7 과 운전모드별 기어 맞물림 주파수인 Table 1을 비교한 결과 기어 맞물림 주파수의 공진대역에 존재하는 고유진동수는 나타나지 않는 것을 확인하였다.

Table 7. Calculated natural frequencies of the torsional vibration for the modified system.

shift natural freq.	speed shifting mode			
	1st step	2nd step	3rd step	4th step
1st	162.69	140.09	170.141	138.086
2nd	430.187	427.714	751.476	419.496
3rd	872.180	872.030	1.050k	476.416
4th	1.868k	2.514k	1.871k	916.816
5th	2.514k	3.810k	2.491k	2.513k

### 3.3 설계 개선된 모델의 굽힘 진동해석

설계 개선된 모델에 대하여 2.4절에 기술한 방법으로 운전모드별 횡진동 해석을 수행하였으며, 해석결과는 Table 8에 정리하였다. 그리고 B축의 운전모드별 횡진동 해석결과는 Table 9에 정리하였다.

Table 8. Computed natural frequencies of the shaft lateral vibrations for the modified system.

Natural frequency	Shaft A[Hz]	Shaft B[Hz]	Shaft S[Hz]
1st	64.18	154	171.9
2nd	274.60	616.46	526.96
3rd	621.78	1.199k	993.52
4th	1.092k	1.647k	1.549k
5th	1.995k	2.321k	2.032k

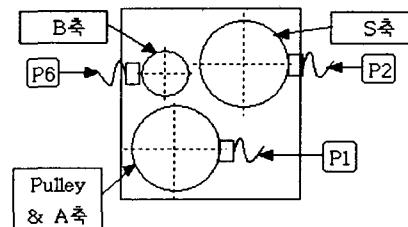
Table 9. Computed natural frequency of the lateral vibration for the modified shaft B. [Hz]

natural freq.	speed shifting mode			
	1st step	2nd step	3rd step	4th step
1st	171.1	196.6	154	171.9
2nd	585.97	515.29	616.46	526.96
3rd	1.098k	949.30	1.199k	993.52
4th	1.521k	1.435k	1.647k	1.549k
5th	1.749k	1.970k	2.321k	2.032k

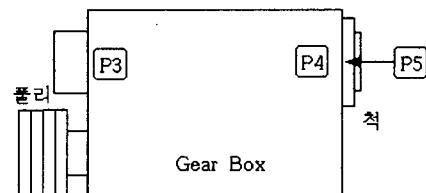
Table 8, 9와 운전모드별 기어 맞물림 주파수를 나타내는 Table 1을 비교한 결과 공진 우려가 있는 B축의 3단 기어 맞물림 주파수에 대한 횡방향 고유진동수(884Hz)가 나타나지 않을 뿐만 아니라 그 외의 모든 횡방향 고유진동수가 운전모드별 기어 맞물림 주파수 공진대역에 존재하지 않음을 확인하였다.

### 3.4 설계 개선된 모델과 초기 설계 모델의 진동 측정결과 비교

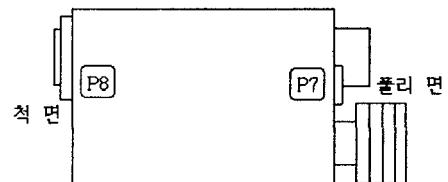
설계 개선 후 기어열-축계의 진동 저감을 확인하기 위하여 초기 설계된 기어박스를 장착한 선반과 설계 개선된 기어박스를 장착한 선반에 대하여 운전모드별로 진동가속도를 측정·비교하였다. 두 선반에서 기어박스의 가속도 측정위치는 Fig. 7과 같이 모두 동일하다.



(a) Pulley side panel



(b) Front panel



(c) Rear panel

Fig. 7 Accelerometer pickup positions.

공진이 우려되는 3단 변속모드에서의 가속도 측정결과를 Table 10에 비교하여 정리하였다. Table 10으로부터 설계 개선 후 가속도가 최대 99% 이상 저감되었음을 확인할 수 있다. Fig. 8은 가속도 측정결과 중 맥동현상이 가장 현저하게 나타나는 측정점 4에서의 가속도 스펙트럼 비교 결과를 나타낸다.

Table 10. Comparison of the measured vibrations for the 3rd shifting mode operation

측정 점	모델	가속도[g]	주파수[Hz]	감소량[%]
P1	초기모델	92.3m	904	↓ 59.0
	개선모델	37.8m	864	
P2	초기모델	399m	904	↓ 90.37
	개선모델	38.4m	864	
P3	초기모델	74.0m	904	↓ 7.8
	개선모델	68.2m	888	
P4	초기모델	3.07	904	↓ 99.3
	개선모델	21.1m	888	
P5	초기모델	770m	904	↓ 96.4
	개선모델	27.6m	888	
P6	초기모델	62.7m	904	↓ 51.7
	개선모델	30.3m	844	
P7	초기모델	58.9m	904	↓ 15.2
	개선모델	49.9m	844	
P8	초기모델	853m	904	↓ 95.9
	개선모델	34.5m	888	

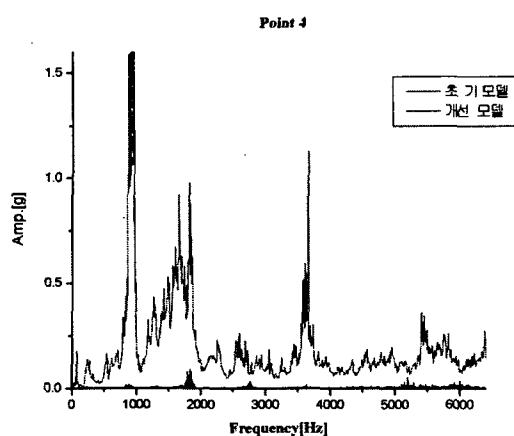


Fig. 8 Comparison of the measured acceleration at position #4 at the 3rd shifting mode

#### 4. 결론

본 연구에서는 선반 기어박스의 기어열-축계의 진동원인 분석을 위하여 비틀림 진동과 횡진동 해석을 수행하였으며, 운전모드별 가진 주파수를 분석하여 고유진동수와의 공진 가능성을 확인하였다. 또한 운전속도 범위내에서 공진을 회피하기 위한 변속 기어열-축계의 경제적인 설계대안을 제시하였다. 또한 설계 개선된 기어박스를 장착한 선반의 변속모드별 진동을 측정한 결과 초기 설계 모델에 비하여 획기적으로 진동수준이 저감됨을 확인하였다.

#### 감사의 글

본 연구는 (주)두산 기계 BG 공작기계BU의 연구비 지원에 의하여, 과학기술부·한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 특별연구과제로 수행된 연구결과의 일부입니다.

#### 참고 문헌

- Victor Work, "Machinery Vibration-Measurement & Analysis," McGraw-Hill, Inc., 1991.
- J. Derek Smith, "Gear Noise and Vibration," Marcel Dekker, Inc., 1999.
- J.S.Rao,"Rotor Dynamics," 3rd ed., New Age Inc. 1996.
- A. D. Dimarogonas, Sam Haddad, "Vibration for Engineers," 2nd ed., Prentice-Hall Inc., Chapter 15, 1996.
- 최영휴, 박선균, 배병태,"NC 선반-S670 기어박스의 소음·진동 분석과 저감대책 연구," 창원대학교 연구보고서, 2000. 7.
- 최영휴, 홍대선, 박선균,"Spindle Unit 구조해석 및 설계해석," 창원대 I.I.T. 연구보고서, 1999. 6.
- 김재실, 최현오, "자동선반 기어박스의 진동방지," 한국공작기계학회지, 제8권 제6호, pp. 119-124, 1999.
- 최영휴, 박선균, 배병태, "NC 선반 기어박스의 기어열-축계 진동해석," 한국공작기계학회 2000년도 춘계학술대회 논문집, pp. 216-221, 2000.