

서보 모터의 가감속을 고려한 NURBS 곡선의 실시간 직선 보간

이제필*(전남대학교 산업공학과 대학원)·이철수(전남대학교 산업공학과)

**Real-time Line Interpolation of a NURBS Curve
based on the Acceleration and Deceleration of a Servo Motor**

Je-Phil Lee*(Chonnam Univ., Graduate School)·Cheol-Soo Lee(Chonnam Univ.)

ABSTRACT

In this paper, a new parametric curve interpolator is proposed based on a 3D(3-dimensional) NURBS curve. A free curve is generally divided into small linear segments or circular arcs in CNC machining. The method has caused a command error, the limitation of machining speed, and the irregular machining surface.

The proposed real-time 3D NURBS interpolator continuously generates a linear segment within the range of allowable acceleration/deceleration in the motion controller. Therefore, the algorithm calculates the curvature and the remained distance of a command curve for the smoothing machining. It is expected to attaining high speed and high precision machining in CNC Machine Tool.

Key Words : NURBS Curve(너브 곡선), Real-time Line Interpolation(실시간 직선 보간), Acceleration and Deceleration(가감속), CNC controller(CNC 컨트롤러).

1. 서론

CAD/CAM 시스템은 2 차원 또는 3 차원 자유 곡선과 곡면(free form curve and surface)을 통하여 복잡한 형상으로 이루어진 제품들을 설계한다. 설계된 제품 모델은 직선과 원호를 표현할 수 있는 NC 데이터를 이용하여 최종적으로 CNC 컨트롤러를 장착한 공작 기계에서 가공이 이루어진다. 따라서 3 차원 자유 곡면을 가공하려면 자유 곡면을 설정된 오차를 만족하는 직선 세그먼트나 원호로 나누어 CNC 에 지령하여야 한다. 이때 CNC 컨트롤러의 명령 자체에 제품 모델 형상의 오차를 포함하고 있으며(Fig. 1 의 (a) 참조), 고속가공 기능을 탑재하지 않은 CNC 컨트롤러에서는 단속적인 공구의 움직임으로 가공면의 표면 조도가 떨어진

다. 또 CNC 컨트롤러에 내보내지는 가공 프로그램의 용량이 커지게 되므로 고속의 통신속도가 필요하다.

90년대 중반부터 시작된 곡선 보간기에 대한 연구는 이런 가공을 위한 NC 데이터의 저장 공간의 부족과 CNC 컨트롤러로의 전송 속도의 제한, 직선을 모터 운동으로 효율적으로 변환하기 위한 계산 속도의 떨어짐 등으로 시작되었다⁽¹⁾. 하지만 현재 CNC 컨트롤러의 개방화 시스템의 구현과 새로운 모션 제어 알고리즘으로 인하여 대부분의 문제점들이 해결되었다⁽²⁾.

최근에 곡선 보간기는 고속 가공과 가공 조도의 향상을 위하여 연구되고 있다. 현재의 고속고정도 CNC 컨트롤러들은 고속가공⁽²⁾ 기능을 가지고 있으므로 공구의 단속적인 움직임을 만드는 감

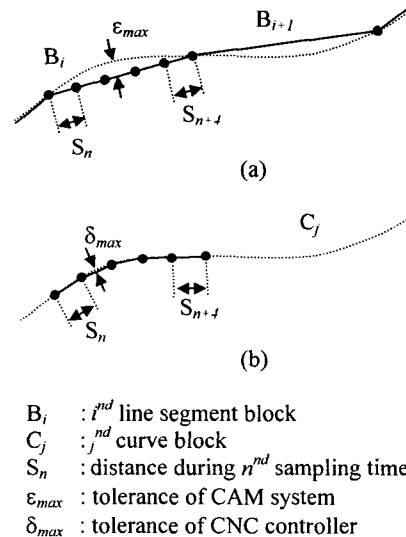


Fig. 1 Comparison between line segments and a curve (a) line segments (b) a curve

속을 제거하여 지령된 이송속도를 추종할 수 있도록 한다. 하지만 CAM 시스템으로부터 보간 허용 오차를 가지고 생성되므로 CNC 컨트롤러에서 곡선 자체를 보간하는 것보다는 근본적인 오차를 내포하고 있으며, 곡선 보간과 같은 정밀도를 가지기 위해서는 더욱더 많은 직선 세그먼트가 필요하다(Fig. 1 참조).

상대적으로 곡선 보간은 서보 시스템에 지령할 때 발생하는 지령오차를 현저히 줄일 수 있고, C^2 연속인 부드러운 이송속도의 제어로 가공물의 표면 조도를 더욱 향상시킬 수 있다. CNC 컨트롤러로 입력된 곡선은 지정한 허용 오차를 유지하면서 가감속을 고려한 이송속도를 제어하기 위하여 매 실행주기마다 적절한 이송 거리로 보간되어야 한다. 주어진 매개변수형 곡선식으로 이를 정확하게 계산하기는 그리 간단하지 않기 때문에 주어진 곡선에서 근사적인 이송 거리 계산법을 사용하는데, 이로 인하여 부적절한 가감속 제어가 될 수 있다. 가속 시에 지령된 이송 속도에 충분히 추종할 수 없고, 감속 시에는 감속 가속도를 넘어 가거나 곡선의 종로점에서 정확히 정지하지 않을 수도 있다(1, 3, 4).

본 논문에서는 곡선 보간의 이와 같은 문제점들을 해결하기 위하여 서보 모터의 가감속을 고려하며 실시간 처리(real-time processing)가 가능한 새로운 곡선 보간 방법을 제시한다.

2. NURBS 곡선의 표현

2.1 곡선의 표현 및 직선 보간

곡선의 형상을 표현하는 수학적 방법은 크게 2가지로 나눌 수 있다. 첫째는 비매개 변수식(nonparametric equation)의 형태이고, 둘째는 매개 변수식(parametric equation)의 형태이다.

비매개 변수식은 직관적인 해석이 편리하다는 장점이 있지만, 좌표계의 종속성과 형상 경계 표현의 어려움, 3차원 공간 상의 제약성 등으로 인하여 곡선의 표현에는 잘 사용되지 않는다⁽⁵⁾. 매개 변수식은 이와 같은 문제점들을 해결할 수 있으며, 각 축의 운동을 독립적으로 계산할 수 있기 때문에 공작기계나 로봇의 제어에 많이 적용된다⁽³⁾.

식 (1)은 곡선에 대한 매개변수식의 표현이다. 각각의 축은 모두 매개변수 u 에 대한 식으로 표현되며, u 는 $[0, 1]$ 사이의 범위를 가지는 임의의 변수이다. 따라서 곡선 $R(u)$ 를 직선 보간하기 위해서는 매개변수 u 를 일정량 만큼씩 증가시켜 가면 곡선 $R(u)$ 에 근사한 직선 세그먼트의 데이터를 얻을 수 있다. 하지만 곡선의 곡률(curvature)을 전혀 고려하지 않았으므로 곡률이 작은 부분과 큰 부분에서 곡선과의 오차가 다를 수 있다.

$$R(u) = [x(u), y(u), z(u)], \quad u \in [0, 1] \quad (1)$$

2.2 NURBS 곡선의 정의 및 예

곡선을 표현하는 방법은 여러 가지가 있지만, 그 중 NURBS 곡선은 복잡한 형상의 정의가 간편하고 적은 데이터로 매우 복잡한 형상의 표현이 가능하며, 매개변수의 변화에 따라 매우 다양한 형상의 표현이 가능하다. NURBS는 Non-Uniform Rational B-spline의 약자로 규칙적이지 않는 유리 다항식의 B-스플라인 곡선이라는 뜻이다. 곡선을 표현하는데 주어지는 너트(knot) 간의 간격을 불규칙적으로 조종함으로써 각 조종점(control point)이 곡선에 영향을 미치는 범위를 결정하고, 각 조종점에 주어지는 가중치를 다르게 함으로써 각 조종점이 곡선에 미치는 양을 조종할 수 있다. 그리고 가장 중요한 B-스플라인은 차수(order)에 따라 결정되는 곡선의 조종점들이 위치가 바뀌더라도 전체적인 곡선의 연결성(continuity)이 보장된다는 것이다⁽⁵⁾.

식 (2)는 NURBS 곡선의 일반식이다^(5, 6, 7). u 는 NURBS 곡선의 매개 변수이고, Q_i 는 i 번째의 조종점, h_i 는 Q_i 조종점의 가중치, $N_{i,k}(u)$ 는 i 번째의 기저 함수(basic function)이며, k 는 기저 함수의 차수(order)이다.

$$R(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i Q_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)} \quad (2)$$

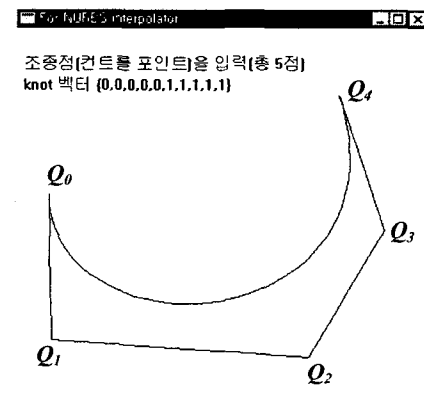


Fig. 1 Example of a NURBS curve

$$N_{i,l}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } (t_i \leq u < t_{i+1}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k-1} + t_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{t_{i+k} - u}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u)$$

$$T = \{t_0, \dots, t_{k-1}, t_k, \dots, t_{m-k}, t_{m-k+1}, \dots, t_m\} \quad (4)$$

$$t_0 = \dots = t_{k-1} = a$$

$$t_{m-k+1} = \dots = t_m = b$$

$$m = n + k$$

NURBS 곡선을 이루는 기저 함수는 식 (3)과 같다. k 가 1인 경우에 너트 벡터 상의 한 구간에서만 1을 갖기 때문에 NURBS 곡선은 국소적인 곡선의 변형이 가능하다. 즉, k 개의 조종점들만이 곡선에 영향을 미치는 것이다.

너트 값 t_i 들은 너트 벡터 T 를 이루는데, 본문에서 사용되는 NURBS 곡선은 반드시 시작점과 종료점을 조종점으로 사용해야 함으로 너트 벡터 T 의 시작과 끝에서 차수(order) 개수 만큼 반복되어야 한다. 식에서는 너트 벡터 T 가 a 와 b 의 값으로 차수 개수 만큼 반복된다^(6,7).

3. NURBS 곡선 보간기의 구현 방법

곡선 보간기를 구현하는 방법에는 크게 2가지로 나누어 살펴볼 수 있다. 첫째는 CNC 컨트롤러에 주어진 곡선을 CAM 시스템에서와 마찬가지로 설정된 허용오차를 이용하여 직선 세그먼트로 나눈 후, 고속가공 알고리즘에 적용하는 것이다. 둘째는 주어진 곡선 상에서 가감속을 고려한 직선 보간점을 직접 얻는 것이다.

첫째는 고속가공 알고리즘이 구현되어 있다면 간단히 수행할 수 있다. 곡선을 분할하는 부분과 모터의 가감속을 고려하는 모션 제어 부분을 별도로 분리하여 처리하기 때문이다. 단지 문제가 된다면 CNC 컨트롤러의 성능이 좋아야 한다는 것과 설정된 허용오차를 얼마로 주어지느냐 하는 것이다. 허용오차에 따라 CNC 컨트롤러의 높은 성능을 요구하기 때문이다.

둘째는 주어진 곡선의 분할과 모터의 가감속을 고려하는 것을 동시에 수행한다. 즉, 현재 시점에서 가속을 해야 하는지, 감속을 해야 하는지, 아니면 등속 운동을 해야 하는지를 결정하여야 한다. 이는 곡선의 곡률과 더 가공해야 할 거리량에 따라 결정이 된다. 따라서 모션 제어기에서 2가지를 항상 정확하게 파악하고 있어야 한다.

3.1 직선 보간과 고속가공 알고리즘을 통한 NURBS 보간

고속가공은 선독(lookahead) 기능과 보간전 가감속을 이용하여 구현할 수 있다⁽²⁾. 따라서 이 절에서는 NURBS 곡선의 직선 세그먼트의 생성에 대해서만 살펴본다.

CAD/CAM 시스템에서 설계된 제품 모델로부터 NURBS 곡선을 생성할 때, 대부분은 공구의 반경을 고려하여 오프셋(offset)된 경로를 NURBS 곡선화 하기 때문에 생성된 NURBS 곡선은 설계된 완벽한 NURBS 곡선이 아니라 근사화된 NURBS 곡선이다. 이렇게 NURBS 곡선으로 근사화하는 과정에서 많은 CAD/CAM 시스템들이 Bezier 곡선으로 근사화한 후, NURBS 곡선으로 변환하는 방법을 사용한다⁽⁷⁾. 따라서 본 논문에서는 NURBS 곡선으로 주어진 곡선 요소들을 직선, 원호, Bezier 곡선, NURBS 곡선으로 분리하여 각기 다른 과정을 통하여 직선 세그먼트를 생성한다.

NURBS 곡선을 직선 세그먼트로 분할하는 절차는 다음과 같다.

- Step 1.** 주어진 NURBS 곡선이 1차식, 2차식, 3차식인지 구분한다. 1차식인 경우는 주어진 조종점을 직선 세그먼트로 사용한다.
- Step 2.** 주어진 NURBS 곡선을 직선, 원호, Bezier 곡선, NURBS 곡선으로 나눈다.
- Step 3.** NURBS 곡선이 직선인 경우는 마지막 조종점을 직선 세그먼트로 사용한다.
- Step 4.** NURBS 곡선이 원호인 경우에는 원호의 가공 방향과 중심점을 구하여 원호의 직선 보간을 수행한다.
- Step 5.** Bezier 곡선과 NURBS 곡선인 경우는 가공하고자 하는 곡선의 현재 위치에서 곡률 반경(radius of curvature)을 구하여 설정된 허용오차를 만족하는 다음 곡선 상의 한 점을 위한 매개 변수 값을 구한다.

3.1.1 NURBS 곡선의 분리

2, 3차의 NURBS 곡선이 직선이기 위한 조건은 간단히 찾을 수 있다. 2차인 경우는 3개의 조종점을 갖으므로 이 점들이 원을 이루지 않을 조건을 만족하는지 확인한다(식 (5) 참조). 3차인 경우는 4개의 조종점을 갖으므로 앞부분의 3개와 뒷부분의 3개의 조종점에 대하여 적용한다(식 (6) 참조).

$$\overline{Q_i Q_{i+1}} \times \overline{Q_{i+1} Q_{i+2}} < TOL \quad (5)$$

$$\overline{Q_i Q_{i+1}} \times \overline{Q_{i+1} Q_{i+2}} < TOL$$

$$\text{and } \overline{Q_{i+1} Q_{i+2}} \times \overline{Q_{i+2} Q_{i+3}} < TOL \quad (6)$$

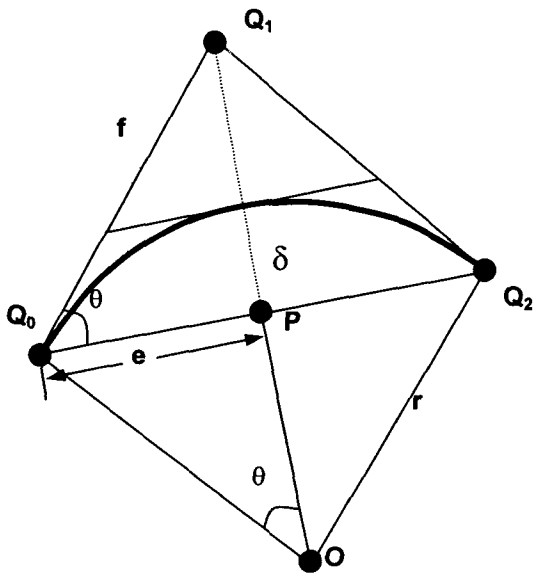


Fig. 2 A NURBS curve representation of a circular arc

$$\overline{Q_i Q_{i+1}} = \overline{Q_{i+1} Q_{i+2}} \quad (7)$$

$$w_i = w_{i+2} = 1 \quad \text{and} \quad w_{i+1} = \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \overline{Q_i Q_{i+1}} \times \overline{Q_{i+1} Q_{i+2}} > 0 & : \text{CCW} \\ \text{or } \overline{Q_i Q_{i+1}} \times \overline{Q_{i+1} Q_{i+2}} < 0 & : \text{CW} \end{aligned} \quad (8)$$

$$O = Q_{i+1} + \frac{(\tan \theta + \cot \theta) |Q_i - Q_{i+2}| (Q_i + Q_{i+2} - 2Q_{i+1})}{2(Q_i + Q_{i+2} - 2Q_{i+1})} \quad (9)$$

2차의 NURBS 곡선이 원호이기 위한 조건은 3개의 조중점을 갖으므로 두번째의 조중점이 첫번째와 세번째 조중점의 연결 선분에 수선의 발을 내릴 때 선분의 중심점에 위치해야 한다. 원호를 NURBS 곡선으로 표현하기 위한 조건인 가중치도 첫번째와 세번째에서는 1을 두번째 조중점에서는 $\cos \theta$ 를 가져야 한다(식 (7) 참조).

만약 주어진 NURBS 곡선이 원호인 것이 확인되면, 가공 방향과 원호의 중심점의 좌표값을 구하여야 한다. 가공 방향은 주어진 조중점의 순서대로 두개의 벡터를 만들어 외적이 양수이면 반시계 방향이고, 음수이면 시계 방향으로 설정한다(식 (8) 참조). 원호의 중심점은 식 (9)와 같이 구한다.

2, 3차의 NURBS 곡선이 Bezier 곡선이기 위한 조건은 주어진 k 개의 조중점의 가중치가 모두 동일하고, 처음과 마지막의 너트 값을 제외할 때 $(k-1)$ 개의 너트 값이 연속하여 두번 중복되는 경

우이다. 이런 경우 k 개의 조중점으로 한 개의 2차(식 (10) 참조) 또는 3차(식 (11) 참조)의 단위 Bezier 곡선으로 분리한다.

$$H_i = H_{i+1} = H_{i+2} \quad (10)$$

$$Q_{i+1} = Q_{i+2} = a$$

$$Q_{i+3} = Q_{i+4} = b$$

$$H_i = H_{i+1} = H_{i+2} = H_{i+3} \quad (11)$$

$$Q_{i+1} = Q_{i+2} = Q_{i+3} = a$$

$$Q_{i+4} = Q_{i+5} = Q_{i+6} = b$$

3.1.2 Bezier 곡선의 직선 보간

본 논문에서 Bezier 곡선은 가중치가 없는 곡선만을 다루므로 비교적 곡선의 매개변수 식이 단순하다. Bezier 곡선을 직선 보간하기 위해서는 Bezier 곡선의 매개변수 식⁽⁵⁾과 1차 미분식, 2차 미분식을 알아야 한다⁽⁶⁾. 곡선을 직선 보간하는 방법은 NURBS 곡선과 동일함으로 NURBS 곡선의 직선 보간에서 설명한다.

3.1.3 NURBS 곡선의 직선 보간

NURBS 곡선을 직선 보간할 때에는 Bezier 곡선과 마찬가지로 곡선의 곡률을 고려하여 보간 가능한 매개변수 값을 알아 내야 한다. 즉, 곡률이 급격히 변하는 부분에서는 매개변수의 값을 작게 함으로써 직선 세그먼트의 길이를 짧게하여 주어진 곡선과의 오차를 줄이고, 곡률이 완만한 곳에서는 매개변수의 값을 크게하여 직선 세그먼트의 길이를 길게 한다. 매개변수의 값을 조정하는 곡선의 곡률을 구하기 위해서는 곡선 $R(u)$ 에서의 1차 미분 값과 2차 미분 값을 알아야 한다^(6, 7). 이 식으로 곡률을 구하고 곡률의 역수인 곡률 반경을 구한다.

곡선의 1차 미분 값과 2차 미분 값을 알면, 다음과 같은 절차를 통하여 곡선을 직선 보간할 다음 매개변수 값을 구한다.

- Step 1.** 곡선 상의 매개변수 값을 이용하여 곡선의 곡률 반경을 구한다(식 (12) 참조).
- Step 2.** 곡선의 직선 보간 시에 허용되는 오차를 고려하여 사이각을 구한다(식 (13) 참조).
- Step 3.** 곡선을 직선 보간할 다음 매개변수 값을 구한다(식 (14) 참조).
- Step 4.** 매개변수 값을 곡률의 변화를 고려하여 보정한다(식 (15) 참조).

$$x = \frac{|R'(u_n) \times R''(u_n)|}{|R'(u_n)|^3} \quad \text{and} \quad \rho = \frac{l}{x} \quad (12)$$

$$\theta = 2 \cos^{-1} \frac{\rho - \varepsilon}{\rho} \quad (13)$$

$$u_{i+l} = u_n + \Delta u, \quad (14)$$

$$\Delta u = \frac{\rho \theta}{|R'(u_n)|} = \frac{|R'(u_n)|^2 \theta}{|R'(u_n) \times R''(u_n)|}$$

$$\frac{\rho_u - \rho_{u+l}}{\rho_u} > TOL_CURRAD_RATIO \quad (15)$$

곡선 상의 한 점에서 곡선이 부분적으로 구부러진 정도를 나타내는 곡률 반경(ρ)은 곡률(x)의 역수로 구해진다. 곡선 상의 한 점에서의 단위 접선 벡터를 곡선의 길이로 미분하면 단위 접선 벡터의 변화율을 구할 수 있는데, 이 크기가 곡률이다. 곡률을 간단히 구하기 위하여 식 (12)를 사용한다. 그런데 2차 NURBS 곡선은 2차 미분 값이 존재하지 않으므로 접선 벡터의 평균 변화율을 사용하여 구한다. 식 (13)과 같이 곡률 반경을 반지름으로 하는 원에서 허용 오차(ε)를 고려한 최대 사이각(θ)을 구한다. 그리고 곡률 반경과 최대 사이각을 이용하여 직선 보간할 다음 점의 매개 변수 값을 구한다(식 (14) 참조). 매개 변수의 증가치(Δu)는 ρ 의 곡률 반경을 갖고 사이각이 θ 인 원호의 길이를 매개변수 값 u_n 에서 매개 변수 u 에 대한 이송 비율($R'(u_n)$)로 나눈 값이다.

다음 보간점을 위한 매개 변수의 증가치(Δu)는 곡률이 완만하게 변하는 곳에서는 허용 오차를 만족하는 보간점이 되지만, 곡률이 급격하게 변하는 곡선 상에서는 허용 오차를 초과하는 오차가 발생한다. 따라서 보간된 점에서도 곡률 반경을 구하여 곡률 반경의 차의 비율이 설정치를 초과하면 그 비율을 고려한 새로운 보간점을 위한 매개 변수 값을 구한다. 특히 변곡점에서는 무한대의 곡률이 나오므로 이는 2차 미분의 성분을 비교하여 적절한 매개변수 값을 설정한다.

3.2 가감속을 고려한 NURBS 곡선의 직선 보간

NURBS 곡선을 모션 제어기의 각 실행주기마다 직선 보간을 수행하기 위해서는 곡선의 곡률과 이송해야 할 각 축의 이송 거리를 정확히 파악해야 한다. 하지만 이송해야 할 곡선의 곡률과 이송 거리를 정확하게 구하기는 매우 힘들고 시간을 많이 요구하기 때문에 곡선의 직선 분할 방식을 사용하여 이를 대략적으로 계산한다.

3.2.1 극대·극소점의 계산

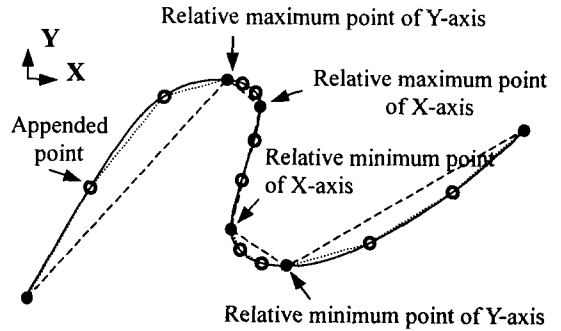


Fig. 3 NURBS curve division for real-time line interpolation

곡선의 직선 분할을 효율적으로 수행하기 위해서 주어진 곡선의 극대·극소점(relative maximum and minimum point)의 매개변수 값을 계산한다. 이는 제어하고자 하는 축들 중에서 한 개의 축이라도 방향이 변하는 지점을 정확히 찾아내기 위함이다. Bezier 곡선은 극대 또는 극소점을 간단히 계산할 수 있지만 NURBS 곡선인 경우에는 매개변수 식의 복잡성으로 인하여 B-스플라인 식을 이용하여 구한다. 극대·극소점은 곡선의 1차 미분 값이 0이 되는 점의 매개변수 값을 구하면 된다.

3.2.2 직선 분할점들의 허용 이송속도

곡선의 극대·극소점들이 구해지면 곡선의 시작점과 종료점, 각 극대·극소점들을 연결한다. 하지만 극대·극소점만을 연결하면 곡선과의 오차가 많이 발생하므로 각 극대·극소점들 사이에 동일한 개수의 점을 더 삽입한다. 삽입하는 점의 개수를 늘리면 늘릴수록 곡선의 이송속도는 향상되지만 모션 제어를 위하여 더 높은 성능이 필요하게 되므로 제어기의 성능에 맞게 적절한 점의 개수를 선택한다.

곡선 상에 결정된 정점들을 가지고 각 점의 통과 시에 허용되는 이송속도를 결정한다. 고속 가공 알고리즘을 적용한다⁽²⁾.

3.2.3 실행주기당 이송 거리 산출

실행주기당 이송 거리를 산출할 때 가장 중요한 것은 가속 또는 감속, 등속 이송을 할 것인지와 그 양을 결정하는 것이다. 지정된 이송 속도를 추종하면서 각 축에 허용된 가감속 내에 들도록 매 실행주기마다 각 축의 이송 거리를 결정해야 한다.

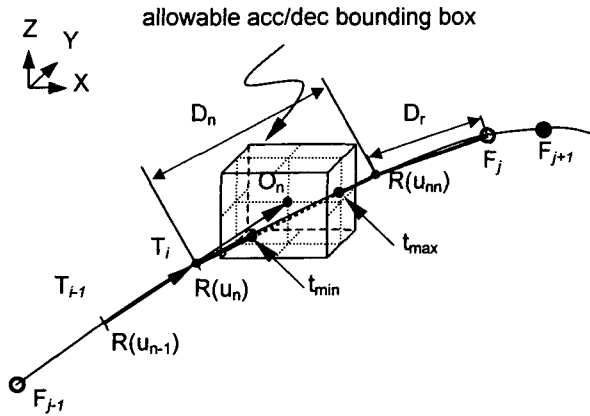


Fig. 4 Calculating the parametric value of a curve for the acceleration/deceleration of servo motors

Fig. 4에서와 같이 가감속을 고려한 직선 보간점의 매개변수 값을 얻기 위하여 먼저 바로 전 실행주기(T_{i-1})에서 지령한 각 축의 이송 거리($R(u_n) - R(u_{n-1})$) 만큼 현재 위치($R(u_n)$)에서 이동(O_n)한 후, 각 축의 가감속을 고려하여 허용 가감속 경계상자(allowable acc/dec bounding box)를 설정하였을 때 주어진 곡선과 반드시 교차하여야 한다. 만약 주어진 곡선과 허용 가감속 경계상자가 만나지 않는다면, 곡선의 곡률과 이송속도를 제대로 고려하지 못한 것이다. 그런데 곡선과 허용 가감속 경계상자와의 교차점을 찾는 것은 시간이 많이 걸리므로, 허용오차를 고려하여 다음 보간점($R(u_{nn})$)을 구하고, 두 보간점($R(u_n), R(u_{nn})$)을 연결한 선분과 허용 가감속 경계상자와의 교차점(t_{min}, t_{max})을 찾는다. 설정된 허용오차(10^{-5} mm 이하)는 매우 작으므로 두 보간점($R(u_n), R(u_{nn})$) 사이의 곡선의 길이와 선분의 길이를 같다고 하면 가감속을 고려한 직선 보간점의 매개변수 값의 범위를 구할 수 있다.

그리고 전 단계에서 곡선 상의 허용 이송속도(F_{j-1}, F_j, F_{j+1})를 구하였으므로 이를 바탕으로(여기서는 F_j)으로 하여 보간점($R(u_{nn})$)의 허용 이송속도를 구함으로써 매개변수의 범위에서 적절한 매개변수 값을 구할 수 있다. 가감속을 고려한 매개변수 값을 구하는 과정을 정리하면 다음과 같다.

Step 1. 바로 전 실행주기에 결정된 각 축의 이송 거리량을 현재 위치에 더한다.

$$O_n = R(u_n) + R(u_{n-1})R(u_n)$$

Step 2. O_n 을 기준으로 각 축의 가감속을 고려하여 허용 가감속 경계 상자(allowable acc/dec bounding box)를 만든다.

Step 3. $R(u_n)$ 에서 허용 오차를 만족하는 다음 보간점($R(u_{nn})$)을 구한다.

Step 4. 허용 가감속 경계 상자와 $\overline{R(u_n)R(u_{nn})}$

와의 교차점(t_{min}, t_{max})을 계산한다. 교차점은 한 개일 수도 있다.

Step 5. 매개 변수 증가 방향의 가장 가까운 결정된 허용 이송 속도(F_j)를 바탕으로 하여 보간점($R(u_{nn})$)의 허용 이송 속도를 구한다.

Step 6. $R(u_n)$ 과 $R(u_{nn})$ 이 이루는 직선 세그먼트에서 종료점의 허용 이송속도가 결정되었으므로, 허용 이송 속도를 초과하지 않고 전 실행주기에 비하여 각 축의 이송 거리량이 급격히 변하지 않는 적절한 매개변수 값을 결정한다.

5. 결론

본 논문에서는 CAD/CAM 시스템에서 설계된 제품의 형상 데이터를 보다 더 정확하게 CNC 컨트롤러로 가져오기 위하여 NURBS 곡선을 CNC 컨트롤러 시스템의 입력으로 사용하도록 하였다.

주어진 NURBS 곡선을 CNC 컨트롤러에서 가공을 수행하기 위하여 두가지 방법을 제시하였는데, 첫째는 NURBS 곡선을 허용오차를 만족하는 직선 세그먼트로 분할한 후에 고속가공 알고리즘을 적용하는 것이다. 둘째는 모션 제어부에서 실시간으로 NURBS 곡선을 보간하는 방법으로 곡선의 곡률과 각 축의 남은 거리, 각 축의 가감속의 크기 등을 고려하여 실행주기 마다 계속 곡선상의 다음 점을 직선 보간한다.

참고문헌

1. Dimitris Kiritsis, "High precision interpolation algorithm for 3D parametric curve generation", Computer-Aided Design, Volume 26, Number 11, pp.850-856, November, 1994.
2. 이철수, 이제필, "고속가공을 위한 2 단계 모션 제어 루프와 선독 알고리즘의 구현", 한국공작기계학회지, 제 9 권, 제 6 호, pp. 71-81, 12 월, 2000
3. 김민중, 송진일, 권동수, 고속 고정도 가공을 위한 NURBS 보간 알고리즘, 한국정밀공학회지 제 17 권, 제 1 호, pp. 192-197, 1 월, 2000.
4. 홍원표, 양민양, "CNC 공작기계의 NURBS 보간 알고리즘에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제 17 권, 제 12 호, pp. 115-120, 12 월, 2000.
5. 이철수, "CAD/CAM - 형상 모델링에서 NC 가공까지", 터보테크 출판부, 1997.
6. David F. Rogers and J.Alan Adams, Mathematical Elements for Computer Graphics, McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS, 1995.
7. Piegl, L. and Tiller, W., The NURBS Book, Springer, 1995.