

## 달팽이관내 기저막의 유한요소 모델링

### Finite Element Modeling of The Basilar Membrane in Cochlea

강희용 · 김봉철 · 양성모

전북대학교 공과대학 기계공학부 자동차 신기술 연구소

임재중

전북대학교 공과대학 전자정보공학부

#### ABSTRACT

Cochlea is well known to have the ability to analyze a wide frequency and this ability seems to be caused to the Basilar Membrane(BM) configuration. However, the relationship between the Cochlea frequency-position map is not clear.

In this paper, the three-dimensional BM Model was made using the Finite Element method. Then, an attempt was made to examine the influence of the BM configuration on the Cochlea frequency-position map.

Theoretical consideration reveals that the wide frequency-position of Cochlea is achieved by not only the BM configuration change along the length of the Cochlea but also the change of the Young's module of the BM along the length of the Cochlea.

Key words : Basilar Membrane(기저막), Finite Element Method(유한요소), Cochlea(달팽이관)

#### 1. 서론

인간의 청각시스템은 크게 소리를 모으는 역할을 하는 외이, 소리 에너지를 기계적 에너지로 전환하는 중이, 기계적 에너지를 전기, 생체적 에너지로 전환하는 내이로 나눌수 있다. 이러한 청각기

관에서 소리가 전달되어지는 과정에 대한 정량화된 이론적 모델이 정립된다면 청각시스템의 다양한 특성해석은 물론 청각계통과 관련된 질병의 현상규명 및 치료에도 기여할수 있을 것으로 본다.

최근까지 달팽이관의 내부 특성을 구현하기 위해 여러 가지 방법들이 제시되어 왔으며 그 주된 목적은 기저막의 기계적 응답이 어떻게 청각신호 자극으로 변환되는가에 초점이 맞춰져 있었다. Allen과 Sondhi는 달팽이관의 역할을 규명하기 위해 기저막을 중심으로 달팽이관의 2차원 유체 모델[1][2] 을 제시하였고, Zwieg는 Time Delayed Stiffness를 이용한 일차원Macromechanical Model 을 제시하였으며[3], Talmadge와 Tubis는 이음향 방사 현상을 분석하기 위해 수직적 모델[4]을 구성하였다. 또한 Cochlea의 물성치를 구하기 위해 Rohde 는 Mossbauer Technique을 이용하여 squirrel monkeys 의 기저막 특성을 측정하였으며[5], Wada는 컴퓨터를 이용한 3차원 재구성 시스템을 이용하여 Guinea pig의 기저막 특성을 구하였다[8]. 그러나 대부분의 기저막의 해석적 모델링은 에너지 전달이 기저막을 따라 일,이차원적으만 전달되도록한 전기, 수치 해석적 모델이었다. 이러한 방법들은 달팽이관 내의 각 기관들의 역할과 상관관계를 정확히 분석하고 그 해석의 영역을 확장을 하기가 어려웠다.

본 논문에서는 Corti Organ, Transduction등을 고려한 내이 전체 시스템을 해석하기 위하여 달팽이관내의 에너지 전이를 쉽게 이해하고 여러가

지 입력조건을 변화시켜 다양한 해석결과를 얻을 수 있는 기계적 모델개발을 위해 기저막의 유한요소 모델을 제시하고자 한다. 즉 실제 시스템과 근접한 조건의 모델을 통해 소리가 전달되어 지는 과정에 대한 폭 넓고 정확한 분석과 청각시스템의 변화를 객관적으로 분석할 수 있는 배경을 수립하고자 한다. 모델은 달팽이관을 유체-기계 Coupling 메카니즘으로 간주하여, 기저막의 Motion을 중심으로 상용전산프로그램인 Patran/Nastran을 이용하여 3차원 유한요소모델로 생성한후 주파수 응답을 구하였다.

## 2. 달팽이관의 구성 및 모델

Fig.1 은 실제 내이의 형상을 나타낸 그림이며, 이중 나선형의 달팽이관(Cochlea)을 Fig. 2와 같이 직선의 3차원 사각박스의 형태로 나타내었다.

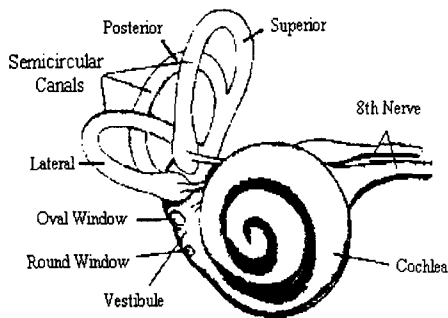


Fig. 1 Figurer of Inner Ear

Uncoiled Rectangular Box로 된 3차원 Cochlea 유체 모델을 살펴보면 Stapes(oval window)는 상부 Rectangular 영역의 좌측에 연결되어 있으며 Round Window는 하부 Rectangular 영역의 좌측에 연결되어 있어 상부 피스톤이 이동해 들어오면 하부 피스톤은 이동해 나가도록 가정되어 있다. Cochlea 내부의 유체가 비압축성, 비점성이라고 가정하면 Stapes의 Motion에 의해 발생하는 Upper Chamber의 유체체적 변화량은 BM의 변위와 선형적인 관계가 있으며 Oval Window Membrane는 Round Window Membrane의 변형량과 같은 양의 팽창을 한게 되어있다. 즉 Stapes의 Sinusoidal Movement에 의해 발생된

Wave는 유체와 Membrane로 전파되어 지는데, 이 파동은 유체와 Membrane의 합성운동에 의해 전파된다. 3차원 적으로 기저막의 특징을 살펴보면 Fig.1에서와 같이 BM은 기저측에서 폭이 좁고 두꺼우며, 매우 큰 Stiffness를 가진다. 이러한 특성으로 기저측에서 Membrane의 변위파동은 긴 파장으로 빠르게 전파되어진다. 첨부쪽으로 갈수록 폭이 넓고 두께가 얇아지며 Stiffness가 감소한다. 즉 첨부로 갈수록 파동의 속도가 감소하고 짧아지게 되며 진폭은 증가하는 특성을 가지고 있다.

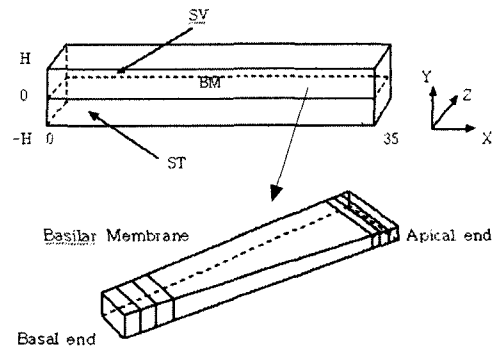


Fig. 2 Uncoiled Rectangular Cochlea Model

가해진 주파수에 대해 Best Place라 불리는 지점에서 기저막은 최대 진폭으로 진동하게 되며, 이 Best Place를 지나면 BM의 Flexibility와 High Damping으로 인해 이 파동의 에너지는 급격히 사라지게 된다(Cut-off region). 기저막의 최대 변위의 위치는 가진 주파수에 따라 1 KHz 이상에서는 대략 Log 함수적으로 변화되며 그 이하에서는 Cochlea의 길이를 따라 더 압축되어지는 특성을 가지고 있다.

해석모델의 기저막에 가진된 압력을 구하기 위해 Fig. 3와 같이 Cochlea를 간략하게 나타내었다 [1]. 적용된 Fluid Coupling에 대한 중요한 가정들을 정리하면 선형유체 Motion, 비압축성, 비점성, Rectangular Cochlea, Stapes와 Round Window에서의 Piston Boundary Condition등이다.

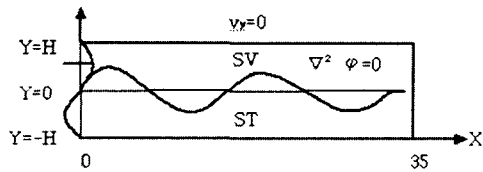


Fig. 3 Simplified Cochlea Model

각주파수  $\omega$ 의 Stapes에 Sinusoidal 한 압력을 가진 시키면 다음과 같은 유체의 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi &= 0 \\ V &= -\nabla \phi \\ P &= i\omega\rho\phi \end{aligned}$$

$y = 0$ 에서의 경계조건은 BM의 속도를  $V_{BM}$  압력을  $P$ , Stiffness를  $K(x)$ , Damping을  $R(x)$ , Mass를  $M$ 이라 할 때 다음과 같다.

$$P / V_{BM} \Big|_{y=0} = K(x) / i\omega + R(x) + i\omega M$$

위 식을 통해 log frequency 와 특정 위치(단일 주파수 가진 에 대해 최대 변위가 일어나는 지점)사이에 비례적 관계가 있음을 알 수 있는데, 주파수에 있어서 1 옥타브는 항상 같은 거리로 교환한다는 것을 알 수 있다. 이러한 관계를 이용하여 하나의 주파수에 대한 거리  $x$ 의 함수로서의 속도를 한 지점에서의 주파수의 함수로서의 속도로 변환시킬 수 있다.

$$f = f_0 e^{\alpha x}$$

그러나 3차원적으로 모델을 해석하기 위해서는 Model Shape, Time Stiffness Delay등을 고려한 훨씬 복잡한 관계식들이 필요하다. 본 논문에서는 유한요소방법을 이용하여 이러한 문제들을 해결하고자 하였다.

### 3. 기저막의 유한요소 모델링

Cochlea를 유체속에 잠겨있는 일종의 유체-기계 Coupling 메카니즘으로 간주하여, 기저막의 Motion

을 중심으로 상용전산프로그램인 Patran/Nastran을 이용하여 3차원 유한요소모델로 생성하여 주파수 응답을 구하였다.

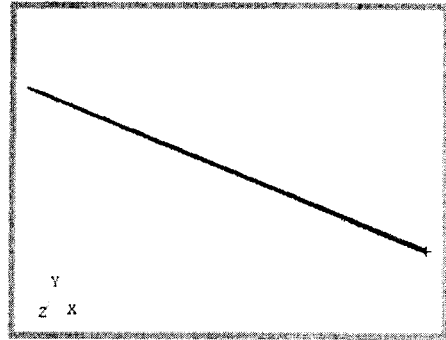


Fig. 4 Finite Element Model of BM

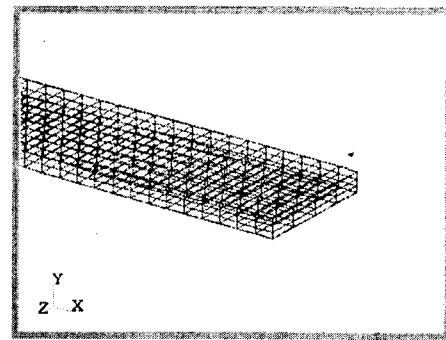


Fig. 5 Apical End Model of BM

모델은 기저부에서 폭이 좁고 두께가 크며 큰 탄성을 가지도록 하였으며 침부쪽으로 갈수록 탄성은 감소하고 폭이 넓어지며 두께가 적도록 모델링 하였다[7][8]. 기저막만의 주파수 응답을 구하기 위해 중이로부터의 연결을 제외시키고 양 끝단을 고정하였다. Fig. 4는 기저막 전체, Fig. 5는 기저막 침부의 유한요소모델을 나타낸 그림으로 모델링 및 해석에 사용된 Parameter들은 Wada[8], Rohde[5], Allen[1][2] 등의 자료들을 참고로 하여 다음과 같이 적용하였다.

- 기저막 전체길이 :  $L = 35\text{mm}$
- 기저측 두께 :  $t_1 = 0.1\text{m}$
- 침부측 두께 :  $t_2 = 0.05\text{mm}$
- 기저측 폭 :  $w_1 = 0.17\text{mm}$
- 침부측 폭 :  $w_2 = 0.34\text{mm}$

평균 폭 :  $w_a = 0.29\text{mm}$   
 포아송 비 :  $\nu = 0.3$   
 밀도 :  $\rho = 1.4 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$   
 유체밀도 :  $\rho = 1.2 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$   
 영모듈 :  $E_1 (x=0\sim 7\text{mm}) = 1.9044 \times 10^6 \text{ dyne/mm}^2$   
 $E_2 (x=7\sim 14\text{mm}) = 2.0867 \times 10^5 \text{ dyne/mm}^2$   
 $E_3 (x=14\sim 21\text{mm}) = 1.3154 \times 10^4 \text{ dyne/mm}^2$   
 $E_4 (x=21\sim 28\text{mm}) = 4.7708 \times 10^2 \text{ dyne/mm}^2$   
 $E_5 (x=28\sim 35\text{mm}) = 9.95 \text{ dyne/mm}^2$

전체 Element의 수는 840개이며 Solid Element인 HEX Element를 사용하였다.

#### 4. 해석결과 및 고찰

초기 가진 압력은 Stapes의 팽창변위가 유체에 작용된 압력을 고려하여  $2 \times 10^{-3} \text{ dyne/mm}^2$  으로 하였으며 0 ~ 1800Hz 의 주파수 범위에 대해 응답을 구하였다.

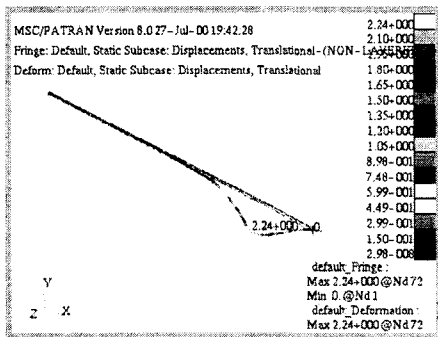


Fig. 6 Static Displacement of BM Model

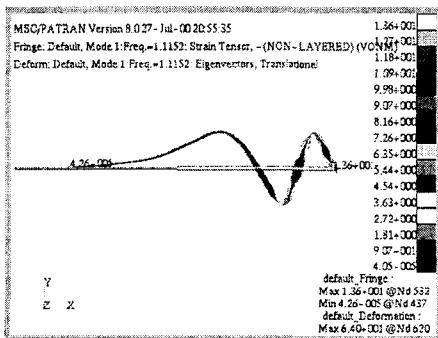


Fig. 7 Stress Distribution in First Mode

Fig. 6은 가진을 받았을 때의 선형 변위를 나타낸 그림이다. 일정압력이 전체에 작용할 때 첨부 쪽에서 큰 변형이 일어남을 보여준다. 적용압력은 기저막 전체에 걸쳐 균일하게 작용하는 것으로 가정하였다.

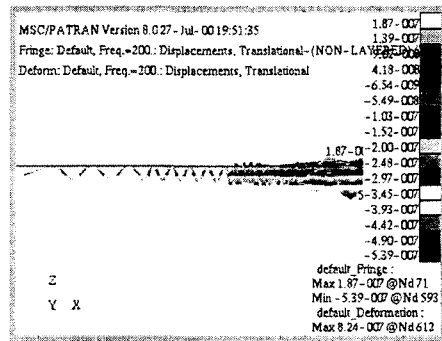


Fig. 8 BM Amplitude of Frequency Response at 200Hz

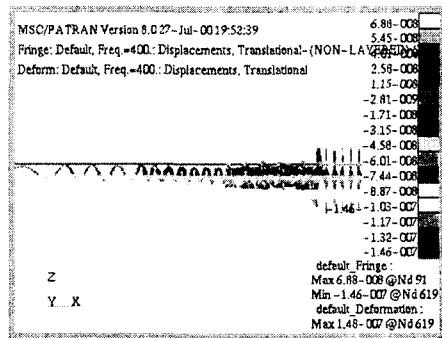


Fig. 9 BM Amplitude of Frequency Response at 400Hz

Fig. 7은 1차Mode에서의 응력분포를 나타내며 Fig. 8-11은 각각 200, 400, 840, 1180Hz의 주파수에 대한 기저막의 변형형태를 나타낸 그림으로 저주파 범위에서는 기저부 근처에서 큰진폭들이 발생하였으나 고주파 쪽으로 갈수록 최대진폭이 첨부쪽으로 이동하여 나타나는 것을 확인할 수 있다.

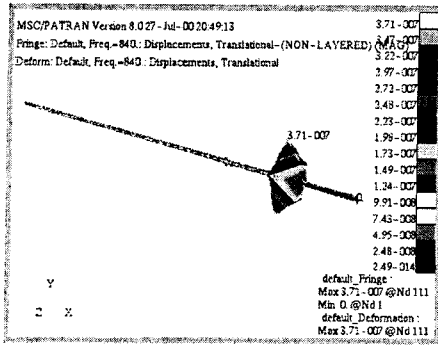


Fig. 10 BM Amplitude of Frequency Response at 840Hz

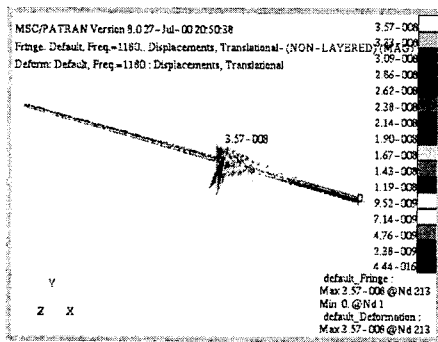


Fig. 11 BM Amplitude of Frequency Response at 1180Hz

이 Simulation을 통해 파동이 기저부에서는 Long Wave로 빠르게 전파되고 첨부 쪽으로 갈수록 Short Wave가 되어 느리게 전파되는 것을 확인할 수 있었으며, 공진을 나타내는 고유진동수들 길이에 따라 구할 수 있었다. 또한 파동이 일정지역을 통과하면 적은 탄성과 큰 댐핑값에 의해 파동이 줄어들드는 현상을 확인하였다.

Fig. 12는 Hubbard & Geisler[9] 의 논문에서 Rhode Data[5]를 근거로 하여 이론적으로 해석된 기저막의 길이에 따른 여러 주파수에 대한 이론적인 응답곡선이며 Fig. 13는 유한요소 해석을 통해 얻은 주파수-진폭곡선으로 각각의 주파수대역에 대한 최대진폭 발생지점들이 비교적 근접한 결과를 보이고 있다. 200Hz 에서는 34mm, 315Hz에서는 32mm, 1000Hz 에서는 21mm, 1180Hz 에서는 19mm 근처지점에서 최대진폭들이 발생함을 확인할 수 있다. 즉 각각의 가진 주

파수에 따라 피크점이 첨부에서 기저로 옮겨가고 있음을 나타내고 있다.

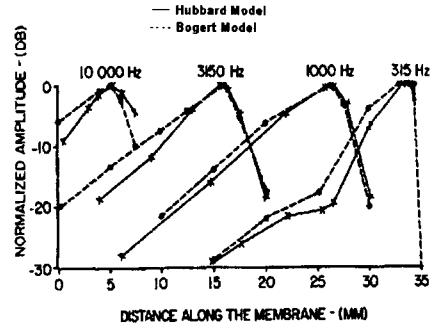


Fig. 12 Amplitude Response Along BM Length in Hubbard&Bogert Model

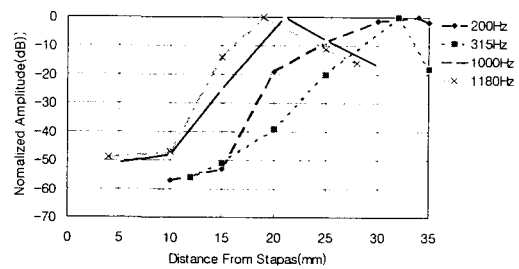


Fig. 13 Amplitude Response along BM Length in Finite Element Model

## 5. 결론

달팽이관 기저막의 3차원 유한요소 모델을 통해 Stapes의 변위에 따른 기저막의 변위, 속도, 가속도, 압력등을 구할 수 있었다. Fig. 13에서와 같이 최대변위를 일으키는 지점들이 가진 주파수가 증가함에 따라 첨부에서 기저로 이동해 가는 현상을 확인할 수 있다. 특히 200~1200Hz 근처에서 최대변위를 일으키는 지점들은 기존의 해석결과와 근접한 결과를 얻을 수 있었다. 이러한 현상은 기저막의 외적형상이 일정한 경우나 영모들이 일정한 경우의 모델해석에서는 미소하게 나타나는 현상으로 기저막의 형상과 영모들이 주파수응답곡선의 특성에 복합적으로 영향을 미치는 것을 확인할 수 있었다. 일, 이차원의 전기, 수치적 모델들이 응력, 변위, 속도등의 동특성을 세부적으

로 구하기가 어렵지만 유한요소 모델은 그러한 특성들을 쉽게 분석하고 각 조직들의 상관관계를 분석하여 해석영역을 쉽게 확장할수 있는 장점이 있다. 그러나 사람을 대상으로한 실제의 실험결과 데이터가 거의 없어 이론적인 모델들과만 비교되는 한계를 가지고 있다. 현재 진행중인 Guinea Pig의 실험 데이터를 바탕으로 모델링 및 해석이 이루어진다면 실제실험데이터와 Simulation간의 결과를 직접 비교하여 모델 및 해석에 있어서의 진전이 있을 것으로 본다. 또한 시간에 따른 유체의 영향과 비선형성, Corti Organ과의 상호작용등을 고려한다면 좀더 정확한 해석이 가능할 것이다.

### Reference

1. J. B. Allen, "Two dimensional cochlea fluid model : New results," JASA, Vol.61, No.1, January, pp. 110-119, 1977.
2. J. B. Allen, and M. M. Sondhi, "Cochlea Macromechanics: Time domain solutions," JASA, Vol.66(1), pp. 123-132, 1979.
3. G. Zweig, "Finding the impedance of the organ of Corti," JASA, Vol.89, pp. 1229-1254, 1991
4. Carrick L. Talmadge., and Arnold Tubis, "Modleing otoacoustic emission and hearing threshold fine structures," JASA. 104(3), 1517-1543, 1998.
5. William S. Rhode, " Observations of the Basilar Membrane in squirrel monkeys using the Mossbauer technique," JASA. Vol.49, No.4 Part2, pp.1218-1231, 1971.
6. M. M. Sondhi, "Method for computing motion in a two-dimensional Cochlea model. JASA. Vol.63, 1468-1477, 1978.
7. Lloyd Watts, "Cochlear mechanics: Analysis and analog VLSI," California Institute of technology pasadena.,California, 1993.
8. Hiroshi Wada, and Toshimitsu Kobayashi, "Measurement of guineapig basilar membrane using computer-aided three-dimensional reconstruction system" Hearing Research 120 1-6, 1998.
9. Allyn E. Hubbard, and C. Daniel Geisler, "A hybrid-computer model of cochlea partition, "JASA, Vol.51, No.6, pp. 1895-1903, 1971.
10. Soon Suck Jarng, "Two-dimensional modeling of the cochlea basilar membrane" J. of KOSOMBE Vol.15, No.4, pp.439--446, 1994.
11. J. B. Allen, "Cochlea modeling," IEEE ASSP MAGAZINE, pp. 3-29, 1985.