

엘보가 있는 배관계의 유동해석

양희천*, 박상규*

Flow Analysis in the Piping System with Elbows

Hei-Cheon Yang, Sang-Kyoo Park

* 여수대학교 기계자동차공학부

Abstract : Although elbows are commonly used in practice, many questions regarding the optimum arrangement still remain unanswered. The effect due to an elbow lasts for a considerable distance downstream of the elbow and is severe when two elbows are in the system. The goal of this study is to provide an effective guide for the optimum arrangement of elbows and the optimum design of the approach piping system.

Key Words : Approach Piping System(접근배관계), Elbow and Bend(엘보 및 벤드), Elbow Effect(엘보효과), FEM(유한요소법), Penalty Function Method(penalty 함수법)

1. 서론

배관계는 이송물체를 사용목적에 맞도록 적절하게 이송시키고 분배할 수 있는 최적의 조건으로 설계되어야 하는데, 실제의 설계에서는 각종 부속 설비와 연결부를 포함하는 복합 구조로 인한 손실 등을 고려해야 하기 때문에 최적 설계조건 설정이 매우 어렵다. 일반적으로 숙련된 설계자가 배관 자료집[1-2]을 이용하여 설계한다. 그러나 화학플랜트내에 그물망처럼 연결되어 각종 부속장치나 저장탱크에 이송물체를 유입, 유출시키는 복합 배관계는 유동특성의 복잡성, 압력분포의 불균일성 등으로 인해 숙련자의 know-how에 의존하는 설계방법에는 한계가 있다. 또한 각종 부속장치나 저장탱크에서의 운동량의 변화, 관마찰과 압력손실의 발생 등으로 유동역학에 의한 해석적 설계도 용이하지 않다. 실험적인 방법은 실제의 자료를 얻을 수 있다는 점에서 가장 신뢰할 수 있지만 시간과 비용 측면에서 비효율적이다. 반면에 3차원 CFD에 의한 방법은 결과를 실제의 배관계 설계에 직접 이용하기에는 문제점이 있지만 상대적으로 시간과 비용측면에서 실험적인 방법보다 유리하므로 실험적인 방법과 병용하여 설계도

구화되고 있는 추세이다.

산업현장에서 많이 응용되고 있는 엘보나 벤드를 갖는 배관계의 유동은 직선 배관부와는 다르게 원심력이 작용하게 되어 배관의 내벽측과 외벽측에 압력차가 존재하게 된다. 이 때문에 축방향에 수직인 단면 내에 2차 유동이 발생하여 새로운 유동현상으로 천이하게 된다. 특히 직선에서 곡선부로 변하는 유동영역에 있어서의 비정상유동은 아주 복잡한 특성을 나타내는데도 불구하고 이러한 영역에서의 유동특성에 대한 연구는 그다지 활발하지 못하다. 배관계의 비정상유동에 대한 해석은 유체기계의 설계에 기초자료가 될 뿐 아니라 공조 덕트설비나 열교환기, 가스터빈, 압축기 등의 유체기계 내부의 유동특성을 이해하는데 필수적이다. 또한 의용생체공학 분야인 혈액순환계내의 혈액 유동에 대한 특성을 규명하는데 있어서도 비정상유동에 대한 연구의 필요성이 요구되고 있다 [3]. 엘보나 벤드를 갖는 배관계에 대한 연구 동향은 엘보나 벤드부에 이송물질이 쌓여서 관로를 좁게 만드는 협착현상, 이송물질이 침전되어 발생하는 부식현상 그리고 두 개 이상의 엘보가 사용되는 경우의 엘보간 배관거리, 배관의 직경, 레이놀드수 등의 변화에 따른 유동현상에

대한 연구로 분류할 수 있다.

물질전달과 유체수송의 통로가 되는 배관계 시스템은 수많은 분기관과 곡관으로 구성된다. 이러한 배관계에서 발생하는 협착(stenosis)현상은 배관의 단면과 형상이 급격히 변하는 지점인 분기부와 같이 유동박리에 의해 재순환 영역이 발생하는 곳에서 주로 형성되는 것으로 알려져 있다[4-5]. 서상호 등[6-7]은 뉴턴유체와 비뉴턴 유체를 이용하여 협착관내 유동특성의 이해를 목적으로 점진축소-점진확대 및 급격축소-급격확대 형상의 협착관의 압력손실계수를 결정하기 위한 실험 및 수치적 연구를 수행하였다. 배관계내의 피팅(fittings)이나 용접부 주위와 같이 유동의 박리와 재부착에 의해 야기되는 높은 난류강도가 유지되는 곳에서 부식 및 침식이 심하게 발생된다고 보고되고 있다[8-9]. 따라서 부식 및 침식은 유동의 난류와 밀접한 관계를 갖고 있으며, 이에 대한 상관관계의 규명은 부식 및 침식 문제의 해결을 위한 첫 단계라 할 수 있다. Wang[10]은 장·단 곡률의 엘보, 리듀서, 익스팬더(expander) 등과 같은 곡관피팅내의 유동장을 해석할 수 있는 CFD 프로그램을 개발하였으며, Shirazi 등[11]이 개발한 부식 및 침식 예측모델인 SPPS를 확장시키기 위해 위의 유동 모델과 입자추적(particle trackin)모델, 부식 및 침식 거동모델을 결합시키는 연구를 수행하였다. 또한 그는 직관에 대한 부식 및 침식 예측 모델인 SPPS-CO₂를 장·단 곡률의 엘보에 적용할 수 있도록 하기 위해 위의 유동모델과 물질 전달모델을 결합시키는 연구를 수행하였다. 분배관(headbox)이나 저장용기(storage tank)의 성능 최적화를 위해서는 접근 배관계(approach piping system)의 최적설계가 요구된다. 최적의 배관길이 보다 긴 배관계는 제작비용을 증가시킬 뿐만 아니라 마찰손실의 증대로 보다 많은 펌핑 에너지를 필요로 하게 된다. 반면에 엘보 하류의 배관이 최적의 길이 보다 짧은 접근 배관계는 분배관이나 저장탱크내 유동의 불안정성을 야기하여 제품의 질을 저하시킬 수 있고, 저장물의 손상을 초래할 수 있다. Ramanathan[12]은 엘보를 갖는 접근 배관계의 유동특성을 규명하고자 하는 수치적 연구를 수행하였다. 그는 하나의 엘보를 갖는 배관계에서 엘보 효과가 완전히 소멸되는 최적의 배관길이에 대한 정보를 제공하였다. 또한 두 개의 엘보를 갖는 배관계에 대해서는 첫 번째 엘보의 효과가 소멸되는

두 엘보 사이의 최소거리와 두 번째 엘보의 하류에서 엘보 효과가 완전히 소멸되어 유동이 완전 발달유동으로 천이할 수 있는 최적의 배관길이에 대한 자료를 제공하였다.

화학플랜트 설비내의 배관계가 최적 조건으로 설계되지 못하면 배관계내에 국부적으로 고온부가 발생되거나 전열계수가 저감될 수 있고, 분배관이나 저장탱크내로 유입, 유출되는 유동의 불안정성으로 인해 제품에 결함을 초래할 수 있다. 본 연구는 분배관이나 저장용기로의 접근 배관계에서 엘보의 갯수와 엘보의 설계조건에 따른 비정상 유동특성에 대해 유한요소법을 이용하여 수치적으로 해석하여 엘보를 갖는 배관계의 최적설계에 필요한 정성적, 정량적 자료 제공을 목적으로 한다.

2. 유한요소법 이론

2.1 지배방정식

비압축성 유체의 비정상 유동에 대한 운동량 방정식과 연속방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) - \nabla \cdot \sigma = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

여기서 ρ , u 는 밀도와 속도를 나타내며, 응력 텐서 σ 는 다음과 같다.

$$\sigma = -P \delta_{ij} + 2\mu \epsilon(u) \quad (3)$$

$$\epsilon(u) = \frac{1}{2} (\nabla u + (\nabla u)^T) \quad (4)$$

여기서 P 는 압력, μ 는 점성계수 그리고 δ_{ij} 는 kronecker 델타를 나타낸다. 연속방정식과 뉴턴 유체에 대한 (3)식 및 (4)식을 이용하여 운동량 방정식을 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) - \mu \nabla^2 u + \nabla P = 0 \quad (5)$$

2.2 Penalty 함수법

유한요소법을 이용한 유동해석 방법중에서 원시변수법(primitive variables formulation)은 경

계조건의 처리가 비교적 쉽고 속도와 압력을 직접 구할 수 있는 방법이다. 원시변수법중에서 (6)식과 같이 비압축성 제어조건(incompressibility constraint)에 penalty 매개변수를 도입하여 압력 항을 소거시키는 방법을 penalty 함수법[13]이라 한다. 이 방법은 속도와 압력에 대해 동시에 해를 구하기 때문에 계산시간과 컴퓨터 용량을 많이 필요로 하는 속도-압력 통합방법(velocity-pressure integrated method)[14] 보다는 계산시간과 컴퓨터 용량면에서는 유리하지만, 연속방정식을 근사적으로 만족시키는 단점이 있다.

$$P = -\lambda \nabla \cdot u \quad (6)$$

본 연구에서는 Penalty 매개변수 λ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda = 10^7 \times \max(\mu, \beta \times \rho \times l \times v) \quad (7)$$

여기서 μ 는 점성계수, β 는 load factor, l 는 최대 특성길이 그리고 v 는 경계면에서의 속도를 나타낸다.

2.3 이산화방정식

식(5)의 비정상 N-S 방정식에 penalty 함수법을 적용하고 해석공간에 대해 이산화하면 다음과 같은 상미분방정식을 얻을 수 있다.

$$M\dot{D} + KD + GD + N(D) = F \quad (8)$$

여기서 \dot{D} 와 D 는 절점에서의 미지의 가속도 성분과 속도성분, M 은 비정상항의 질량행렬(mass matrix), K 는 점성항의 강성행렬(stiffness matrix), G 는 압력항의 Penalty 행렬, N 는 대류항의 비선형 벡터 그리고 F 는 경계조건을 포함하는 힘계를 나타낸다. 상미분방정식(8)의 1단계 시간 이산화방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} + KD^{n+1} + GD^{n+1} + \alpha N(D^{n+1}) + (1 - \alpha)N(D^n) = F^{n+1} \quad (9)$$

여기서 α 는 오일러 적분변수(Euler integration

parameter)이며, n 은 시간단계를 나타낸다. (9)식을 미지수 D 에 대한 비선형방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[M + \Delta t(K + G)]D^{n+1} + \Delta t\alpha N(D^{n+1}) = \Delta tF^{n+1} + MD^n + \Delta t(1 - \alpha)N(D^n) \quad (10)$$

위의 방정식은 Newton-Raphson법을 이용하여 풀게 되는데, 중분형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\left[M + \Delta t \left(K + G + \alpha \frac{\partial N}{\partial D} \right) \right] \Delta D = R \quad (11)$$

여기서 R 는 잔류치(residual) 그리고 ΔD 는 증분 보정벡터(incremental correction vector)를 나타낸다. 시간증분 Δt 는 해의 안정성과 정확성을 고려하여 선택되어야 하는데, 본 연구에서는 다음과 같이 처리된다.

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{h^2 \times \rho}{2 \times \mu}, \frac{h}{v} \right) \quad (12)$$

여기서 h 는 요소(element)의 최소길이를 나타낸다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 Fig.1에 나타낸 것과 같이 저장 용기에 연결된 엘보가 한 개인 배관계를 설정하고 Re수의 변화에 따라 엘보에 기인한 유동 특성에 대해 해석하였다. Fig.2는 엘보 하류의 약 5D 부근까지의 격자계를 나타내는데, 엘보의 내외벽에서 발생하는 박리 및 재순환 유동에 의한 난류특성을 체크할 수 있도록 하기 위해 상대적으로 조밀하게 격자계를 구성하였다.

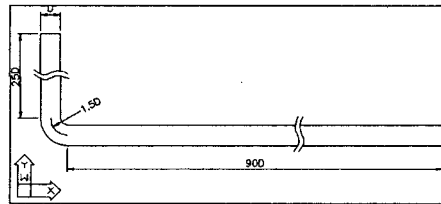


Fig. 1 Geometry of the piping system with single elbow

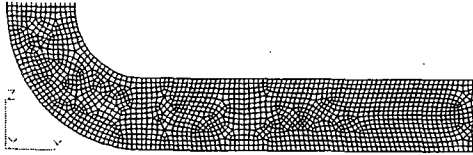
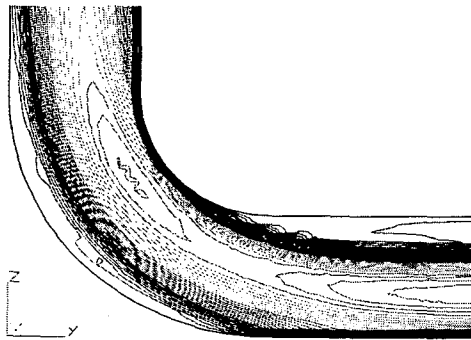


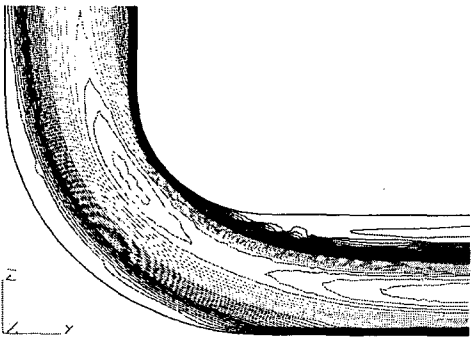
Fig. 2 Computational grid nearby the elbow

Fig. 3은 엘보 부근의 내외벽에 발생하는 재순환 유동의 유선분포를 나타낸다. Re 수가 10^5 인 경우의 재순환 영역이 상대적으로 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 한편 Re 수가 10^6 인 경우는 10^5 인 경우와 거의 같은 특성을 나타냈다.

Fig. 4는 Re 수가 10^5 인 경우에 엘보 하류 1.5D, 5D 그리고 22D의 Z방향 위치에서 입구속



(a) $Re=10^4$



(b) $Re=10^5$

Fig. 3 Stream line nearby the elbow

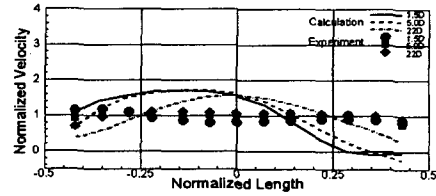
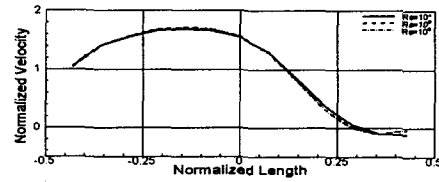
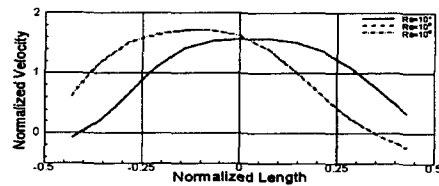


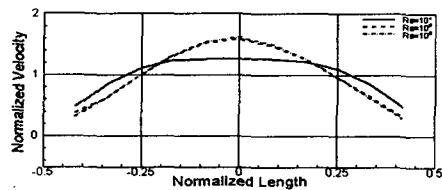
Fig. 4 Comparison of Experimental[12] and calculated axial velocity



(a) $X=1.5D$



(b) $X=5D$



(c) $X=22D$

Fig. 5 Calculated axial velocity profile at different distance downstream of the single elbow

도로 무차원화 한 축방향 속도분포를 나타낸다. 본 연구의 결과에서는 엘보의 내벽측 하류에 발생한 재순환 유동이 점차 하류로 진행되면서 완전발달유동으로 천이해가는 것을 알 수 있으나, Ramanathan[12]의 결과에서는 내벽측의 재순환유동의 발생이 명확치 않다.

Fig. 5는 엘보 하류 1.5D, 5D 그리고 22D의 Z방향 위치에서의 축방향 속도분포를 나타낸다.

X=1.5D에서는 세 경우 모두 거의 동일한 특성을 나타내지만 5D에서는 Re수가 10^4 인 경우가 먼저 완전발달 유동으로 천이하는 것을 알 수 있다. 반면에 Re수가 10^5 인 경우와 10^6 인 경우에는 거의 동일한 특성을 나타내는데, 5D위치까지도 내벽측에 재순환 유동이 나타나는 것을 알 수 있다. X=22D에서는 세 경우 모두 완전발달유동으로 변한 것을 알 수 있다.

엘보 하류에서 유동이 완전발달하는 길이는 Re수가 10^4 인 경우에는 약 57D, 10^5 인 경우에는 약 60D 그리고 10^6 인 경우에는 약 61D 정도인 것을 알 수 있었다. 여기서 완전발달 조건은 축방향 속도의 소수점 2째자리의 값까지 비교하여 계산한 결과인데 실제로는 약 40D 이후에는 거의 차이가 나타나지 않았다.

4. 결론

1개의 엘보를 갖는 배관계를 설정하고 Re수의 변화에 따라 엘보에 기인한 유동특성에 대해 유한요소법을 이용하여 해석한 결과는 다음과 같다. 엘보의 내벽측 하류에 발생한 재순환 유동이 점차 하류로 진행되면서 완전발달유동으로 천이해가는 특성은 Re수에 따라 다르게 나타나는데, Re수가 10^4 인 경우에는 약 57D, 10^5 인 경우에는 약 60D 그리고 10^6 인 경우에는 약 61D 정도인 것을 알 수 있었다.

후기

본 연구는 여수대학교 설비자동화 및 정보시스템 연구개발센터의 지원으로 진행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Parsons, R. A, 1989, ASHRAE Handbook Fundamentals, American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, Inc.
- [2] Warring, R. H, 1982, Handbook of Valves, Piping and Pipelines, Gulf Pub. Co.
- [3] 박길문, 조병기, 봉태근, 1998, "정사각단면 180° 곡덕트에서 층류진동유동의 유동 특성에 관한 연구," 대한기계학회논문집 B, Vol. 22, No. 2, pp. 139~152.
- [4] Cho, Y.I., Back, I. and Crawford, D.W., 1985, "Experimental Investigation of Branch Flow Ratio, Angle and Reynolds Number Effects on the Pressure and Flow Fields in Arterial Branch Models," ASME J. Biomech. Eng., Vol. 107, pp. 257~267.
- [5] 서상호, 최을, 노형운, 도덕희, 1999, "입자영상유속계와 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 분기관내 유동해석," 대한기계학회논문집 B권, Vol. 23, No. 1, pp. 123~130.
- [6] 서상호, 유상신, 장남일, 1996, "비뉴턴 유체의 협착관내 압력손실계수에 관한 연구," 대한기계학회논문집(B), Vol. 20, No. 5, pp. 1603~1612.
- [7] 서상호, 유상신, 장남일, 1994, "수정벽법칙 비뉴턴유체의 협착관내 유동장해석," 공기조화냉동공학 논문집, Vol. 6, No. 3, pp. 227~236.
- [8] 양경수, 황중현, 김영완, 2000, "표면에 계단이 부착된 회전하는 실린더 주위 난류유동의 전산해석," 대한기계학회논문집 B권, Vol. 24, No. 8, pp. 1104~1111.
- [9] Postlethwaite, J., Dobbin, M.H. and Bergevin, K., 1986, "The Role of Oxygen Mass Transfer in the Erosion-Corrosion of Slurry Pipelines," Corrosion, Vol. 42, pp. 514~521.
- [10] Wang, J., 1997, "Modeling Flow, Erosion and Mass Transfer in Elbows", Ph.D. Thesis, The University of Tulsa.
- [11] Shirazi, S.A., Shadley, J.R., Mclaury, B.S. and Rybicki, E.F., 1995, "A Procedure to Predict Solid Particle Erosion in Elbows and Tees," Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 117, pp. 45~52.
- [12] Ramanathan, K., 1992, "Computational Simulation of Flow through Elbows in the Approach Piping Systems to a Headbox", M.S. Thesis, Western Michigan University.
- [13] Brooks, A., Hughes, T.J.R. and Liu, W.K., 1979, "Review of Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Flows by the Penalty Function Formulation", Journal of Computational Physics, Vol. 30, pp. 1~60.
- [14] 최종욱, 박찬국, 1999, "피스톤에 의해 유입되는 유동에 대한 유한요소법을 이용한 수치해석", 한국전산유체공학회지, Vol. 4, No. 2, pp. 39~46.