복수공장의 최적 생산량 결정에 관한 연구

A Study on the Determination of Optimal Production Level in Multiple Plants

이명철,한주윤,정봉주

연세대학교 산업시스템 공학과

leemc@msa.yonsei.ac.kr

Abstract

주어진 계획량을 최소의 비용으로 생산하는 것이 제조 공장의 최대 관심사이다. 단일 공장의 경우 제품의 종류에 따른 최적의 생산량만을 결정하면 되지만, 복수의 공장의 경우 각 공장에 따라 제품별 생산원가의 차이가 발생하기 때문에 복수의 공장일 경우 단일 공장과 같이 간단하게 제품별 최적 생산량을 결정할 수 없다. 이에 본 연구에서는 몇 가지 현실적인 가정 하에 복수의 공장에서 제품별 최적 생산량을 결정하는 알고리즘을 제안하였다. 즉 현재 생산이 가능하지만 현실적인 조건으로 인하여 생산하지 않는 제품의 생산 원가를 추정하고, 이를 바탕으로 각 공장별로 제품의 최적 생산량을 결정하는 문제에 대한 모델을 제시하였다.

1. 서론

일반적으로 제조공장에서 제품의 생산량은 제품에 대한 수요량, 공장의 생산 능력, 생산원가 등에 의해 결정된다. 대부분의 경우 제품의 수요량은 과거 데이터를 활용하여 예측하고, 공장의 생산능력은 일정 수준으로 한정되어 있다. 또한 생산원가는 생산량이 증가함에 따라서 가격이 감소한다. 단일 공장 환경에서는 앞에서 언급한 요소들만 고려하게 되지만, 동일한 생산라인이 설치되어 있는 2개 이상의 복수 공장 환경 하에서는 이 외에도 제품 수요지에 대한 수송비가 중요한 요소로서 작용을 한다. 따라서 본 연구에서는 복수 공장 환경 내에서 제품의 생산원가를 추정하고, 추정된 생산원가에 수송비를 추가했을 때 제품의 수요를 충족시키기 위한 생산량을 어떻게 각 공장별로 분배하는가에 중점을 두고 연구하였다.

본 연구의 특징은 크게 두 가지로 요약할 수 있다. 첫째는 생산이 가능한 공장에서 현재 생산하고 있지 않는 제품에 대한 생산원가를 추정하는 방법을 제시한 것이고, 두 번째는 제품 생산원가에 수송비를 포함하였을 때 생산비용의 변화에 따른 각 공장별 최적 생산량을 어떻게 분배할 것인가에 대한 방법을 제시한 것이다.

2. 기존 연구 현황

본 연구에서는 제조원가에 대한 연구고찰을 통해 생산원가를 추정하고 그 결과를 가지고 생산량 분배를 하는데 중점을 두었다. 현재까지 연구 된 현황으로는 개별적인 제조 원가를 분석하는 모델이 주로 제시되었고, 생산량 분배 문제에 대한 연구로는 생산라인의 스케쥴링을 통해 생산량을 증가 시켜 전체 이익을 증대시키는데 많은 연구가 이루어졌다.

제조 원가 분석에서는 주로 특정 제품의 가격 결정에 대한 각각의 단계별로 가격을 산출하여 가격 함수를 최소화하는 모델을 제시하고 있다.

Wei(2000)[3]는 "AND OR"라는 프레임웍을 제안하였는데 이는 최소 제조 원가를 측정하는 모델로써 이 프레임웍은 프로세스와 원자재 가격 관점으로 분석하여 생산 고정비용, 원자재 가격, 인건비 등과 같은 다른 직접 제조원가는 고려하지 않았다.

Shehab과 Abdalla(2001)[2]는 대부분의 제조 원가가 디자인 단계에서 결정된다는 것을 강조하면서 제품 디자인 초기 단계에서 원가를 산정 하는 것이 최종 판매가를 줄이는 것이라고 제안하였다. 이 연구에서 제안된 새로운 시스템에서는 제조 단계의 각 프로세스를 분석하여 사용되는 기계에 대한 정보를 가격으로 산출한다, 또한 원자재에 대한 규격, 재질 등에 따른 가격 정보를 데이터 베이스화해서 디자인 단계에서 컴퓨터 시스템을 이용하여 디자인하면서 생산될 제품의 제조원가를 추정 가능하도록 하였다. 그러나 이 연구가 가지고 있는 한계는 특정 제품에 맞는 가격 정보 및 일련 프로세스에 대한 내용들을 모두 데이터 베이스화해야 하는 것이다. 따라서 본 연구에서는 이러한 복잡도를 줄이기 위해 가격 결정에 필요한 가격 요소를 4가지로 보았고, 생산하지 않는 공장에서 제품을 생산하게 될 때 생산원가 구성의 4가지 요소들의 상호 연관관계를 통해 생산원가를 추정하였다.

Imman과 Gonsalvez(2001)[4]는 두 개의 서로 다른 공장이 같은 제품을 생산하고 이 중 한 공장이 제 3의 공장과 다른 제품으로 연결이 될 때, 이것을 '체인'이라는 형식을 통해 설명하고 있다. 이 모델이 목표로 하고 있는 것은 판매 손실을 최소화하여 이익을 최대화하는 것이다. 생산량 할당은 제품 라인의 할당과 시간에 대해 각 라인별로 생산량을 결정하는 것이다. 여기에서는 문제를 2단계로 정리를 하여 풀고자 했는데, 먼저 생산량 할당 문제는 각 작업 세트에서의 생산이 전체 가능한 시간에 대해 일정하다고 가정하고 최고의 할당량을 산출하고 여기에서 산출된 결과를 보정함으로써 판매손실을 줄이는 할당 방법으로 개선하였다. 주어진 제품 할당량은 '순서표' 또는 '임무 생성기' 에 의해 먼저 예상되는 판매 손실과 공장 생산성, 공장 링크를 계산한 후 선형 계획법을 사용해 쿼터단위로 판매 손실을 최소화하였는데 이때 체인으로 연결된 제품의 비율을 조정한다.

이와 같이 지금까지의 연구는 생산시스템의 구조와 기능에 대한 분석을 통해 개별 제품에 대한 생산원가를 구하는 모델을 제시하였다.

본 연구에서는 이러한 모델들이 제시하고 있는 생산원가의 측정보다는 공장단위로 생산되는 제품의

수요환경의 변화에 따라 복수 공장환경에서 어떻게 생산량을 새로이 결정하고 결정할 것인지에 대한 연구에 중점을 두었다.

3. 생산량 결정 모델

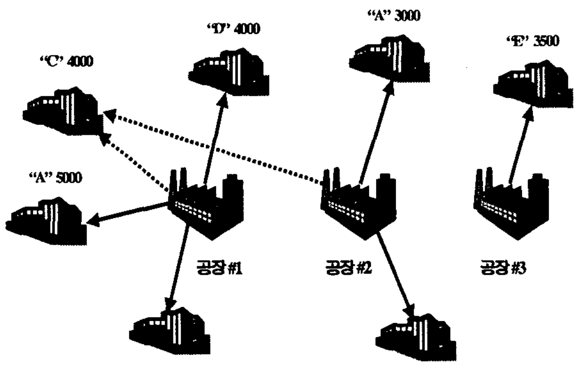
일반적인 생산원가는 다음과 같이 이루어진다.
생산원가= 재료비+ 인건비+ 공정비+ 간접비[1]

-재료비: 원자재 비용(제품 한 단위)
-인건비: 단위 시간당 임금 * 노동시간
-공정비: 제품단위당 공정비
-간접비: 판매비, 광고비 및 기타

3.1 기본 가정

본 연구에서는 생산원가에 위의 4가지 요소만을 고려하고 판매비, 이윤 등은 포함을 시키지 않는다. 생산원가를 측정하기 위한 모델을 다음과 같이 가정하기로 한다.

4가지 가격 구성요소들은 별도로 측정하지 않고 주어진 값을 사용하기로 한다.
제품 형태는 연속적으로 제품을 대량생산하는 연속생산 공정이고, 기계나 설비의 초기화는 발생하지 않는 것으로 가정한다. 각 제품에 대한 수요는 일정 지역에 고정적으로 발생하고, 제품이 생산된 후에는 수송비만이 추가적으로 발생한다고 가정한다. 제품의 수송비를 본 연구에서는 생산량에 비례하는 것으로 가정한다. 생산량과 생산원가에 대한 관계는 가격/공정시간 그래프를 따른다고 가정하였다. 각 공장별로 제품을 생산하고 생산된 제품을 공급하는 모습은 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 공장별 수요에 따른 운송모델

복수의 공장이 있고 각 공장에는 특정 생산라인이 있으며 각 생산라인은 복수의 제품을 생산가능하다. 예를 들어 3개의 공장이 있다고 할 때 각 공장 내의 생산환경은 다음과 같다.

공장 #1에는 α, β라는 라인이 있고, 라인 α에는 제품 A, B, C가 생산이 가능하며 라인β에는 제품 D, E가 생산 가능하다. 지역적으로 떨어져 있는 공장 #2에는 라인 α가 설치되어 있으며 제품은 A, B, C가 생산 가능하다. 또 공장 #3에는 라인 β가 설치되어 있으며 제품은 D, E가 생산 가능하다. 현재 각 공장에서는 그 지역의 수요가 발생하고 있지 않거나 원자재의 공급, 수/배송 비용의 발생 등과 같은 여러 가지 제한 사항으로 인해 설치된 라인별로 모두 제품을 생산하는 것이 아니라, 공장 #1에서는 A, B, D 공장 #2에서는 제품 A, C그리고 공장#3에서는 제품 E를 생산하고 있다. 이 때 결정하고자 하는 것은 공장 #1번 지역에 새로운 수요량이 발생하였을 때, 생산이 가능한 공장 #1과 공장 #2에 대하여 생산량을 어떻게 결정할 것인가 하는 것이다.

3.2 생산원가 추정 모델

공장 #1에서 제품 C의 생산가격을 추정하는 방법은 학습 효과 곡선과 생산원가 구성요소 간의 비례식을 통하여 구할 수 있다. 공장 #1에서 현재 생산하고 있지 않는 제품 C의 가격을 추정하는 이유는 다음과 같다. 제품을 생산하는데는 그에 따른 수요가 있어야 하고, 또한 제품 생산비용에 따른 이익이 발생할 때 제품을 생산한다. 따라서 새로운 수요가 공장 #1 지역에서 발생했을 때 기존 공장 #2에서 생산하는 제품을 그대로 생산해서 공급하는 것과 모든 설비가 갖추어진 공장 #1에서 생산하여 공급하는 것 중 어느 쪽이 더 비용이 절감되는 지 분석하는 것은 의미가 있다. 공장 #2에서 추가적으로 발생하는 수송비가 포함되었을 때의 가격과 지역적으로 수송비가 상대적으로 절감되는 공장 #1에서의 가격을 비교하여 각 공장별로 적정 생산량을 결정해 주는 것이 연구의 특징이다.

특정 공장에서 현재 p제품의 생산 원가는 다음 식을 통해 구할 수 있다.

$$C_p = C_q \frac{\sum_{i=1}^{n} C_{q_i}}{\sum_{i=1}^{n} C_{p_i}} \tag{1}$$

C_p: 특정 공장에서의 제품 p의 생산 원가
C_q: 특정 공장에서의 제품 q의 생산 원가
$C_{p,i}$: i 번째 공장에서의 제품 p의 생산원가
$C_{q,i}$: i 번째 공장에서의 제품 q의 생산원가

위 식에서 제품 p와 제품 q를 생산하는 공장의 생산원가에 대한 합을 구해 나눈 이유는 둘 이상의 복수 공장의 가격에 대한 평균값을 적용하고자 한 것이다. 각 공장별로 현재 생산량이 다를 경우에는 그 평균값을 적용하기로 한다. 생산원가는 생산량에 따라 학습효과에 의해 가격이 감소하며 아래 식을 따르게 된다.

$$C_i = K_i \ Q_i^{\ s_i} \tag{2}$$

C_i : i 번째 공장에서의 생산원가
K_i : i 번째 공장에서의 제품 첫 단위 생산할 때의 인건비
Q_i : i 번째 공장에서의 생산량
s_i : i 번째 공장에서의 학습효과를 나타내는 지수

여기서 s의 값은 $s = \frac{\ln(\text{학습율})}{\ln 2}$ 를 통해 구할 수 있고 학습율은 제품을 2배 생산할 때에 필요한 비용에 대한 비율을 나타낸다. 따라서 제품 p의 생산원가는 식 (1)에서 구한 생산원가의 각 구성요소들을 모두 합하면 된다.

3.3 생산량 결정 모델

앞에서 구한 생산원가를 바탕으로 각 공장별로 생산량을 결정하기 위한 수리모델은 다음과 같다.

목적함수

$$Min\{\sum_{i=1,\ j=1}^{n,m} Q_{i,j}(K_i Q_i^{s_i}) + \sum_{i=1,\ j=1}^{n,m} Q_{i,j} T_{i,j}\} \quad (3)$$

제약조건식

$$\sum_{i=1}^{n} Q_{i,j} = D_j \quad \forall_{i,j}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{m} D_j \quad \forall_{i,j}$$

$$\sum_{j=1}^{m} Q_{i,j} \le M_i \ \forall_{i,j}$$

$$Q_{i,j} \ge 0 \quad \forall_{i,j}$$

$$D_j \ge 0 \quad \forall_j$$

$$M_i \ge 0 \quad \forall_i$$

변수 정의

i : 공장 (i=1,2....n)
j : 수요가 발생하는 지역(j=1,2.....m)
$Q_{i,j}$: 공장 i의 지역 j에 대한 생산량
$T_{i,j}$: 공장 i에서 j지역으로 운송하는 수송비
$D_{i,j}$: 지역 j에서의 수요량
M_i : 공장 i의 생산능력

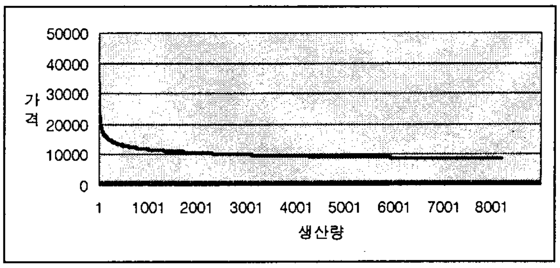
위 모델의 목적함수 식이 의미하는 것은 앞에서 추정한 생산원가를 바탕으로 각 공장별로 제품을 생산했을 때 전체 공장의 생산비용을 최소화하는 생산량을 결정하는 것이다. 생산원가를 구하는 과정에서 생산원가는 생산량의 변화에 따라 학습효과에 의해 가격이 결정되었다. 이 모델의 최적값을 찾기 위해서 지수함수 형태의 문제를 풀어야 하는데 계산과정이 복잡하고 계산시간도 많이 소요된다. 따라서 문제 해결을 쉽게 하기 위해서 지수함수가 포함되어 있는 목적함수를 단순한 형태로 변형을 시킨 것이 아래의 모델이다.

$$Min \sum_{i=1,j=1}^{n,m} Q_{i,j}(a_i Q_i - K_i M_i^{s_i} + a_i M_i) + \sum_{i=1,j=1}^{n,m} Q_{i,j} T_{i,j} \quad (4)$$

위 목적함수 (4)에서 a_i는 공장 i 에서의 생산원가 그래프에서 지수함수 기울기를 선형함수(1차)로 변환시켰을 때의 기울기를 나타낸다. a 값을 구하는 방법은 아래 식과 같다.

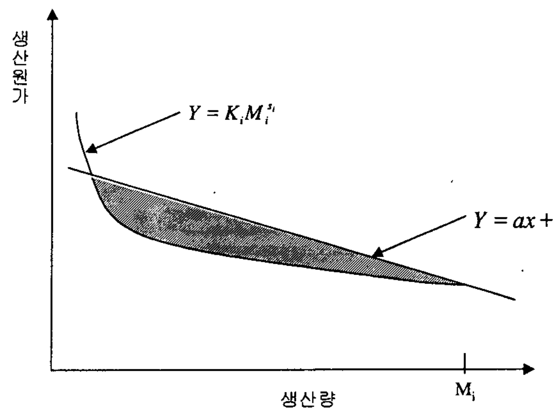
$$\int_1^{M_i} [K_i \ M_i^{s_i} - (ax+b)]dx = 0 \quad (5)$$

학습효과에 의한 생산원가 그래프는 <그림 2>와 같은 형태가 된다. 생산량이 증가함에 따라서 가격이 감소하는 모습을 볼 수가 있다.



<그림 2> 공장 #1의 생산량에 따른 생산원가

지수함수를 1차 선형함수로 변환시키는 과정은 아래 그림을 통해서 쉽게 알 수가 있다.



<그림 3> 학습효과에 의한 그래프의 선형화

위 <그림 3>에서 지수함수에 의한 가격함수가 나타내는 그래프와 공장 i 에서 최대 생산량의 가격을 지나는 직선이 이루는 면적을 이등분하는 직선의 기울기가 바로 구하고자 하는 a값이다. 이런 과정을 통해 현재 생산하지 않고 있는 공장에서의 제품원가를 추정하여 이 추정된 값을 바탕으로 이 공장에서 제품을 생산할 것인지, 그리고 만약 생산한다면 얼마의 양을 생산할 것인지를 결정한다.

일반적으로 공장에서는 생산량이 증가하면 생산가격이 감소한다. 즉 학습효과에 의한 공정 시간이 줄어들게 됨으로써 인건비가 낮아지는데 이 연구에서는 인건비뿐만 아니라 재료비, 공정 비, 간접비 등도 이러한 학습효과에 의해 감소가 이루어진다는 가정 하에 모델을 제시하였다. 각각의 공장에서의 생산량과 생산비용에 대한 그래프를 통해 각 생산량에 해당하는 생산원가를 측정하고 이 결과 값을 수송비까지 포함하여 전체 수요량을 생산했을 때의 생산비용을 구한다.

위 식(4)를 선형계획법으로 풀어 생산량을 결정하고 이 값을 각 공장별로 생산량을 결정한다. 먼저 공장 i에서 생산하게 될 량을 Q_i로 두고 수송비를 포함한 전체가격을 구한다. 마찬가지로 공장 i+1 에서도 기존 생산량과 새로운 수요량을 생산하게 될 때 비용을 구한다. n개 공장에서 전체 생산비용을 모두 합한 것이 최소가 되는 Q_i 값을 통해 구하고자 하는 생산량을 결정하게 된다. 목적함수가 최소가 되는 값을 구하고 아래 제약 조건 식을 모두 만족하는 생산량이 결정하고자 하는 생산량이 되는 것이다.

4. 예제

각 공장별로 생산되는 제품과 가격 구성은 표1과 같다. 각 공장별 제품 가격 구성은 현재 제품 수요량을 생산할 때의 가격 구성을 나타낸 값이다. 비교하고자 하는 제품은 공장 #1에서의 C제품인데 공장 #2에서 제품 A와 제품 C의 생산원가 구성 요소들의 비를 통해서 공장 #1에서의 생산원가를 추정이 가능하다.

표 1. 공장별 제품에 대한 생산원가 구성표

공장	제품	cost/unit	재료비	인건비	공정비	간접비	수요량
#1	A	10,000	3,000	2,000	2,000	3,000	5,000
	B	12,000	5,000	2,500	2,200	2,300	2,000
	D	9,000	4,000	1,800	1,400	1,800	4,000
#2	A	10,000	2,500	2,100	2,800	2,600	3,000
	C	11,000	2,600	2,400	3,200	2,800	4,000
#3	E	8,000	2,200	2,000	1,800	2,000	3,500

위 식(1)을 통해 공장 #1에서의 제품가격을 추정해보면 다음과 같다.

- 재 료 비: $3000\frac{2600}{2500}=3120$
- 공 정 비: $2000\frac{2800}{3200}=2286$
- 간 접 비: $3000\frac{2800}{2600}=3231$
- 인 건 비: $2000\frac{2400}{2100}=2286$

따라서 공장 #1에서의 제품 C의 생산원가는 위의 각 요소를 합한 값인 10923원으로 추정된다.

생산량은 공장#2에서 기존에 생산하는 4000개와 새로운 4000개를 포함하여 8000개로 적용하였다.
공장 #1의 학습율은 85%, 공장 #2는 90%로 가정하였다. 공장별 수송비를 도표로 나타내면 아래 표와 같다.

표 2. 공장별 지역별 수송비

구 분	제품 수송지	수송비(원)
공장 #1	동일지역	100
	타지역	600
공장 #2	동일지역	100
	타지역	1000

공장 #1에서 최고 4000개까지 생산한다고 했을 때 식 (4)을 통해 예제를 풀면 표 3과 같다.
표 3의 결과는 공장 #2의 생산능력에 따라 그 결과 값이 다르게 나타남을 볼 수 있다.

표 3.생산능력에 따른 최적 생산량

공장 #2의 생산능력(K)	공장 #1의 생산량	공장 #2의 생산량	총 비용
K≤7000	4000	4000	88,891,874
K≤8000	0	8000	84,068,040

위 예제는 문제를 단순화시켜 지수함수를 이용한 결과 값을 구해 보았다. 이 목적함수 결과값을 그래프로 나타내면 위로 볼록한 그래프 형태가 되고 최소값은 그래프의 양 끝점이 된다.

4. 결론/향후 연구방향

지금까지 복수 공장 환경에서, 현재는 생산하고 있지 않지만 새로운 수요가 발생했을 경우 제품에 대한 공장내의 각 가격 구성요소의 상관관계를 통해 새로운 공장에서의 생산가격을 추정하고, 또한 그 추정된 가격을 바탕으로 전체 공장의 생산비용이 최소가 되는 생산량을 결정하는 모델을 제시하였다. 그리고 문제해결을 좀 더 쉽게 하기 위한 선형계획법을 통해 풀 수 있는 모델도 제시하였다. 그 결과는 실험을 통해 구체적인 결과값을 구하고 현실적인 적용이 가능한가에 대한 검증이 요구된다. 지금까지의 연구결과를 보면 대개 단일 공장의 단일 제품에 대한 생산 원가 추정 모델이 대부분이었으며, 실제 생산하고 있지 않는 제품에 대한 가격 추정은 깊이 있게 연구된 바가 없다.

이 모델에서 가정하고 있는 조건들이 실질적인 생산라인을 반영하기는 했으나, 되도록 단순화하여 좀 더 현실적인 요소들을 고려해야 하며, 수송비 외의 다른 요소도 고려하여 각 요소간의 연관관계를 알아내어 복수 공장환경 내에서 현실적인 최적 생산량을 결정할 수 있는 모델연구가 필요하다.

5. 참고문헌

[1] 유일근, 원가 측정과 분석, 시그마 프레스,1997.
[2] Shehab. E.M, Abdalla. H.S, "Manufacturing cost modelling for concurrent product development", *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, Vol 17, 2001.
[3] Wei Y. Egbelu P.A "Framework for estimating manufacturing cost from geometric design data", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2000.
[4] Imman, R. ,David. Gonsalvez. J.A.D " A mass production product-to-plant allocation problem", *Computers and Indusrial Engineering*, Vol 39, pp 255-271, 2001.
[5] Lieberman, Hillierman Introduction to Operation Research, McGraw Hill, 2001.
[6] Chang. Y.S., Gjing. C.K, and Besant. C.B., "Cost Analysis for Semiconductor Wafer Fabrication", *Proceeding of the 2nd Annual International Conference on Industrial Engineering*, pp 1113-1118, 1997.