주제품에 부분 종속인 서비스 부품의 수요예측 모델 개발

구훈영* 홍정식** 이창훈*

* : 서울대학교 산업공학과

** : 서울산업대 산업정보시스템공학과(hong@plaza1.snut.ac.kr)

초 록

서비스 품질의 향상을 기하기 위해서는 제품의 고장에 따른 부품의 적시 공급이 매우 중요하다. 이를 위해서는 항시 서비스 부품의 수요를 어느 정도 정확히 예측해야 한다. 본 논문은 주 제품(prime product)에 부분 의존적인 서비스 부품의 수요 예측 방법을 제시한다. 부분 종속적인 서비스 부품은 특정 부품이 장착되는 주 부품이 여러 개인 경우를 지칭한다. 기존의 방법은 주로 판매되는 부품의 수량에 의거하여 미래의 부품 수요량을 예측하는 단순 시계열이나 수요 확산 및 대체 모형에 근거하고 있는 실정이다. 본 논문은 주 제품의 폐기율과 부품의 고장율의 추정을 통한 부품의 수요 예측 방법을 제시한다. 부품 수요에 대한 다양한 수식 개발을 통해 부품 수요의 구간 추정식이 제시된다. 또한 주 제품에 장착되는 부품의 고장율이 주 제품에 무관하다는 가정하에 부품의 총 수요를 추정하는 절차를 제시하고 시뮬레이션을 통해 이러한 가정의 타당성을 고찰한다.

1. 서론

컴퓨터 산업이나 자동차 산업에 있어서 최근의 두드러진 경향은 모델 교체 시기가 점점 단축되고 있다는 것이다. 이는 시장의 경쟁이 격화되고, 소비자들의 취향이 빠르게 변화하는 현상에 기인한다. 이처럼, 모델의 수명이 점점 짧아져 감에 따라, 필연적으로 등장하는 문제는 다음과 같다. 우선 시장에서 운용되는 제품 모델의 종류는 점점 다양해지고, 이들 중 상당수는 이미 단종된 제품이다. 그러나 주 제품(prime product)은 단종 되었더라도 이들 제품의 핵심 부품에 대한 수요는 주 제품의 단종 시점 이후에도 상당기간 존재한다는 것이다. 이때, 단종된 모델의 부품 수요의 적시 공급은 주 제품의 품질 경쟁력을 높이는 주요한 요인이다. 따라서, 부품의 수요예측은 매우 중요한 문제로 대두된다. 부품의 수요예측은 완제품과는 성격을 달리한다. 무엇보다 부품의 수요는 그것이 장착되는 주 제품이 시장에서 얼마나 많이 운용되고 있는가에 관련을 맺고 있다. 다음으로는 부품의 고장율과, 부품이 고장났을 때 교체율이 부품의 수요에 직접적으로 영향을 끼친다. 부품의 수요예측을 독자적으로 다룬 논문은 많지 않다. [1]은 부품에 대한 수요예측이나, 독자적인 완제품으로 취급될 수 있는 D-RAM을 대상으로 하고 있다 부품수요에 영향을 미치는 중요한 요소인 부품의 고장율 또한, 현장(field)에서 운용될 때의 고장율을 추정하기가 매우 어렵다. 이런 측면이 고려되어, [2]는 부품의 수요를 고장율에 근거하기 보다 다양한 함수 곡선을 토대로 예측하는 방법을 제시하였고, [3]는 지수고장률을 가정하고 부품 수요를 예측하는 단순한 방법을 제시하였다. 부품에 대해 일반 고장분포를 가정하고 부품수요를 추정하는 방법이 [4]에 나와 있다. [4]는 부품 수요에 대한 가장 일반적인 방법을 제시하였지만, 부품이 장착되는 모델이 하나라는 전제를 가지고 있고 - 이 경우를 완전종속부품(fully dependent part)이라 한다- 또한 부품수요를 한가지 값으로 예측하는 한계를 가지고 있다. 따라서, 우리는 본 논문에서 [4]에서의 작업을 두 가지 측면에서 연장하고자 한다. 하나는 부품수요에 대한 구간추정을 가능케 하는 수식의 개발이고 다른 하나는, 부품이 여러 모델에 사용되는 경우 - 이 경우를 부분 종속적인 부품(partly dependent part)이라 한다-를 고려한 모형의 개발이다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2절에서는 완전종속 부품의 수요에 대한 구간추정식이 제시되고 3절에서는 부분 종속부품의 수요에 대한 구간추정식이 제시되며 4절에서는 파라미터의 추정방법이 기술되고 마지막으로 5절에서 시뮬레이션 결과가 소개된다.

2. 완전종속부품의 수요 추정식

[4]에서는 주 부품의 연도별 운용대수와 부품의 고장율을 바탕으로 다음과 같이 부품의 수요를 예측하였다.

$$W_m = \sum_{n=1}^{m-1} Z_{m,n,0}$$

$$Z_{i,j,k} = Z_{i-1,j-1,k-1} \cdot a_j \cdot f_k \quad \text{if } k \neq 0 \qquad (1)$$

$$\sum Z_{i-1,j-1,k-1} \cdot a_j \cdot (1 - f_{k+1}) \quad \text{if } k = 0$$

여기서 W_m은 기간 $[m-1,m]$ 에 발생한 부품의 총 수요를 가리키며, $Z_{i,j,k}$ 는 기간 i초에 장착된 주 제품의 수령(age)이 j이고 부품의 수령은 k인 주 제품의 총 수를 가리킨다. a_i와 f_i는 각각 수령이 i인 주 제품과 부품의 조건부 생존율을 가리킨다.

(1)과 같은 관계식에 따라, 매년도 주 제품의 출하량이 주어지면, 매년도 $Z_{i,j,k}$ 가 유도되고, 또

한 W_m의 값이 구해진다. 그런데 (1)관계식은 연도별 주 제품의 운용대수와 부품의 수요를 연관시키는 장점이 있지만, 한편으로 조건부 생존율과 그 자체 순환적으로 얻어지는 $Z_{i,j,k}$로 W_m이 표현됨에 따라, W_m의 분산을 구하기가 매우 힘들어진다. 따라서, W_m의 구간추정식을 구하기 위해서는 다른 방식의 접근이 필요하다.
우선 다음과 같은 기호를 정의하자.

- d_m : 하나의 주 제품이 m 기간까지 생존한다는 조건하에서 주 제품에 장착된 하나의 부품이 기간 $[1,m]$ 에서 발생시키는 수요의 총량
- $I(i)$: 특정 부품이 기간 i에서 최초 고장을 일으키면 1값을 갖는 지시 변수(indicator variable)

그러면, d_m은 다음과 같은 순환식으로 표현된다.

$$d_m = \sum_{i=1}^{m} I(i)(1+d_{m-i}) \qquad (2)$$

i 연도에 출시된 차량 수를 x_i라 하면, 이들 각각은 m년도까지 생존할 때, $[i,m]$ 기간동안 d_{m-i+1} 의 수요를 발생시키므로 이들의 총합은 $\sum_{j=1}^{x_i} d_{m-i+1,j}$ 가 된다. 그리고 $[i,m-1]$ 기간동안 발생한 부품의 총 수요는 $\sum_{j=1}^{x_i} d_{m-i,j}$ 이고 따라서 $[m-1,m]$ 기간동안 발생한 부품의 총 수요는 $\sum_{j=1}^{x_i}(d_{m-i+1,j}-d_{m-i,j})$ 가 된다. i연도 출시된 차량이 m기간까지 살게 될 조건부 확률 $A(m-i+1)$ 을 곱해서 총 출시년도에 대해 더하면, W_m의 식이 다음과 같이 나온다.

$$W_m = \sum_{i=1}^{m} A(m-i+1) \sum_{j=1}^{x_i}(d_{m-i+1,j}-d_{m-i,j})$$

여기서 $A(m-i+1)$ 은 주 제품의 수명을 L_1이라고 할 때 $\Pr(L_1 \geq m-i+1)$ 을 의미한다.
각 주 제품에서 발생시키는 부품의 수요는 서로 독립이고 또한 중심극한정리에 따라, $\sum_{j=1}^{x_i} d_{m-i+1,j}$ 는 평균이 $x_i E[d_{m-i+1}]$ 이고 분산이 $x_i Var[d_{m-i+1}]$ 인 근사정규분포를 따르게 된다. 정규분포를 따르는 확률변수들의 합 또한 정규분포를 따르므로, W_m은 다음과 같은 근사정규분포를 따른다.

$$W_m \sim N\Big(\sum_{i=1}^{m} A(m-i+1)\cdot x_i(E[d_{m-i+1}]-E[d_{m-i}]),\ \sum_{i=0}^{m} A(m-i+1)^2\cdot x_i(Var[]+Var[])\Big)$$

W_m 의 이러한 분포를 이용하여 W_m에 대한 구간 추정식은 다음과 같다.

$$CI(W_m) = \sum_{i=1}^{m} A(m-i+1)\cdot x_i(E[d_{m-i+1}]-E[d_{m-i+1}]) \pm z_\alpha \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{m} A(m-i+1)^2 \cdot x_i(Var[d_{m-i+1}]+Var[d_{m-i}])}$$

$CI(W_m)$식을 이용하여 부품 수요의 구간 추정치를 얻기 위해서는 $E[d_m]$과 $Var[d_m]$ 이 구해져야 한다.
(2) 식을 이용하면,

$$E[d_m] = \sum_{i=1}^{m-1} g(i)\cdot E[d_{m-i}] + F(m),$$

$$E[d_m^2] = \sum_{i=1}^{m-1} g(i)\cdot E[d^2_{m-i}] + 2E[d_{m-i}] + F(m)$$

여기서 $g(i)$와 $F(m)$은 부품의 수명을 L_2라 할 때, 각각 $\Pr[L_2<i]-\Pr[L_2<i-1]$ 과 $\Pr[L_2<m]$을 의미한다.

3. 부분 종속 부품의 수요 추정식

특정 부품이 K 개의 주 제품에 장착된다고 하자. 각각의 주 제품에서 발생되는 부품의 고장은 서로 독립이므로, k번째 주 제품에서 $[1,m]$ 기간까지 발생되는 부품 수요를 $d_{m,k}$라 하면, 2절에서의 논의와 마찬가지로

$$d_{m,k} = \sum_{i=1}^{m}[I(i)(1+d_{m-i,k})]$$

그러면, 기간 $[m-1,m]$ 에 발생되는 부품의 수요를 $W_{m,k}$라 하면,

$$W_{m,k} = \sum A_k(m-i+1)\sum_{j=1}^{x_{i,k}}(d_{m-i+1,k,j}-d_{m-i,k,j})$$

여기서 $A_k(m-i+1)$ 은 k번째 주 제품에 장착된 부품의 생존율이며, $x_{i,k}$는 k번째 주 제품의 i년도 출하량이며 $d_{i,k,j}$는 기간 $[1,i]$ 동안 k 번째 주 제품 1대에서 발생되는 부품 수요량을 의미한다.

이제 기간 $[m-1,m]$ 동안 부품의 총 수요량을 구해보자. 이 경우 각 주 제품의 출시년도가 다르기 때문에, 연도의 조정이 필요하다. 가장 먼저 출시된 주 제품의 출시년도를 1로 하고 다른 주 제품들의 출시년도를 출시순서대로 $N_2,\cdots,N_k$라 하자.
즉 $N_1=1$ 이다. 그러면,

$$W_{m,1} = \sum A_1(m-i+1)\sum(d_{m-i+1,k,j}-d_{m-i,k,j})$$

일반적인 경우로, r 번째 출시된 주 제품에 대한 W_m은,

$$W_{m,N_r} = \sum_i A_1(m-N_r-i+1)\sum_j(d_{m-N_r-i+1,r,j}-d_{m-N_r-i,r,j})$$

그리고, 부품의 총 수요 W_m은 다음과 같다.

$$W_m = \sum_{r=1}^{K} W_{m,N_r}$$

W_m의 구간 추정식의 표현 역시 비슷한 방법으로 구해진다.

4. 모수 추정 방법

[4]에 주 제품의 폐기율과 부품의 고장율을 추정하는 방법이 나와 있다. 본 논문에서는 하나의

제품이 k개의 주 제품에 사용되고, 부품의 고장율은 부품이 장착되는 제품에 영향을 받으므로, 이들 제품마다 장착된 부품의 고장율을 서로 다른 독립적인 모수로 취급하며, [4]의 방법론을 제품마다 적용함으로써 부품의 고장율을 추정할 수 있다.

그러나, 주 제품의 부품 판매량에 관한 데이터가 작을때에는, 각 주 제품에서의 부품의 고장율이 동일하다는 가정 하에 모든 데이터를 합하여 고장율을 추정할 수 있다. 이 경우 고장율 추정의 원리는 물론 최소자승법이다.

즉 $\sum_{r=1}^{m}(W_i-\widehat{W_i})^2$ 이 최소가 되도록 고장율의 파라미터를 결정하는 것이고, $\widehat{W_i}$는 해당 연도에 부품이 장착되어 출시된 주 제품의 종류에 따라 3절의 방법을 활용하여 구해지고, W_i는 실제의 부품 판매량이다.

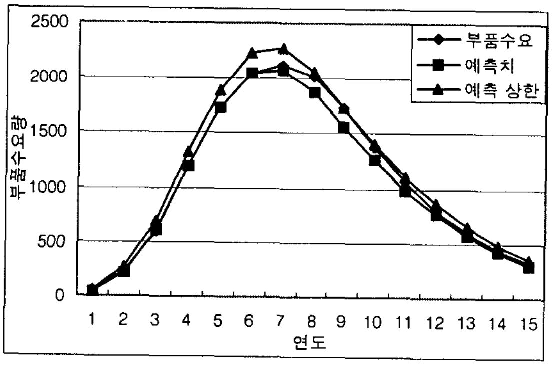
5. 시뮬레이션

본 절에서는 A 제품에만 사용가능한 완전 종속 부품과 B 제품에도 사용되는 부분 종속 부품에 대한 3가지 모의실험 예제를 소개한다. 제품 및 부품의 고장 시간은 와이블 분포로 가정하였으며, 설정된 모수를 적용하여 와이블 사건을 발생시켜 부품 수요량을 구하였다.

<표1> A, B 제품의 판매량

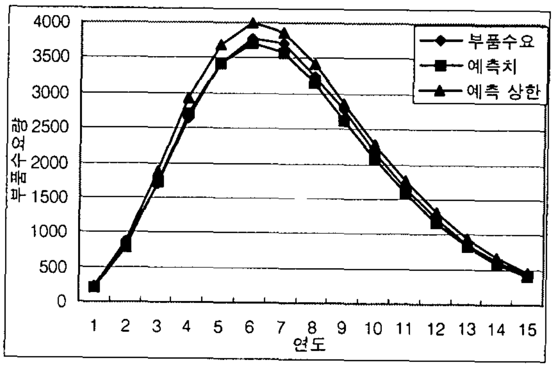
년도	1	2	3	4	5	6
A 판매량	1000	2000	4000	3000	2000	1000
B 판매량	1500	3000	2000	1500	1000	500

먼저, A 제품에 사용되는 완전 종속 부품에 대한 실험은 <표 1>의 제품 판매량과 제품 고장 시간 분포 (Weibull(1.9, 0.127)) 및 부품 고장 시간 분포 (Weibull(2, 0.2))를 적용하여 수행되었으며, MSE를 최소화하는 부품 고장 시간 분포 (Weibull(2.12, 0.24))를 추정하였다. [그림 1]은 모의실험으로 얻어진 부품 수요량과 추정량 및 신뢰구간의 상한 값 (99% 신뢰수준)을 나타내며, 예측치가 실제 부품 수요와 차이가 나는 부분도 예측치 상한에 포함됨을 알 수 있다.

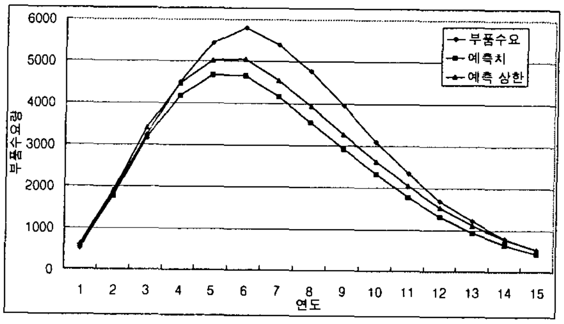


[그림 1] 완전 종속 부품의 수요량

A 및 B 두 제품에 사용되는 부분 종속 부품에 대해서는 부품이 장착되는 제품에 따라 고장 분포가 상이할 것이므로 평균만 동일한 경우([그림 2] (a))와 평균과 분산 모두 다른 경우([그림 2] (b))의 두 가지 경우를 고려하였다. 제품 판매량 및 제품 고장 분포는 완전 종속의 경우와 동일하게 실험하였다. [그림 2]를 보면, 동일한 평균을 갖는 경우 매우 안정된 예측력을 보이는 반면 평균과 분산이 상이한 경우는 실 수요량이 예측 상한을 상당히 벗어나고 있음을 알 수 있다. 따라서, 부분 종속 부품의 경우, 장착되는 제품에 따른 고장 분포의 차이가 결과의 신뢰성에 대한 심각한 요소가 됨을 알 수 있다.



(a) 동일한 부품 고장 평균



(b) 상이한 부품 고장 평균

[그림 2] 부분 종속 부품의 수요량

참고문헌

1. Norton, J. A and F. M. Bass, "A Diffusion Theory Model of Adoption And Substitution for Successive Generations of High-Technology Products", Management Science, Vol. 33, No.9, pp1069-1086, 1987
2. E. Richie, P. wilcox, " Renewal Theory Forecasting for Stock Control", EJOR, pp 90-93, 1977
3. J. R.MOORE, JR. "Forecasting and Scheduling for Past-Model Replacement Parts", Management Science, pp 200-213, 1970
4. 홍정식, 구훈영, 안재경, "자동차 부품 수요예측을 위한 모델 개발", 대한산업공학회지, 2001, 9월호 게재예정