

외란을 받는 축-베어링 시스템의 동적 거동에 대한 비선형 해석

노병후 • 김경웅

한국과학기술원 기계공학과

Nonlinear Analysis on Dynamic Behavior of a Rotor-Bearing System Under External Disturbances

Byoung-Hoo Rho and Kyung-Woong Kim

Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract – The nonlinear vibration characteristics of hydrodynamic journal bearings with a circumferentially groove are analyzed numerically when the external sinusoidal disturbances are given to the rotor-bearing system continuously. Also, the cavitation algorithm implementing the Jakobsson-Floberg-Olsson boundary condition is adopted to predict cavitation regions in the fluid film more accurately than conventional analysis which uses the Reynolds condition. It is found that the difference between linear and nonlinear analysis is much more remarkable as the amplitude of external disturbance increases, and it depends upon the excitation frequency of external disturbance. It is also shown that the cavity region in the fluid film is increased as the amplitude or excitation frequency of external disturbance increases. The whirling center of the steady state orbit moves closer to the bearing center as the amplitude or the excitation frequency of the external disturbance increases because of smaller range of full film region.

Key words – hydrodynamic journal bearing, disturbance, nonlinear analysis, vibration

1. 서론

산업 기술의 발달로 인하여, 터빈 및 발전기 등과 같은 회전 기계들이 대형화와 더불어 고속화 되고 있다. 특히, 발전 설비에 서와 같은 회전 기계는 시스템이 보다 안전하게 운전되어지도록 설계하는데 있다. 따라서 회전 기계의 보다 안전한 운전을 위해서는 시스템에 원치 않는 외란이 작용하는 경우에 대하여 회전 기계의 진동 특성을 충분히 이해해야 할 필요가 있다. 이는 베어링과 관련된 문제 해결을 위해서도 필수라 하겠다. 축-베어링 시스템의 동적 거동을 이해하기 위한 연구가 많이 수행되었으며, 이

는 선형 해석에 의한 것이 대부분이다. Lund[1]는 선형 이론에 의하여 축-베어링 시스템의 진동 특성과 외부 충격에 의한 응답 특성을 연구하였다. Adams[2]와 Hori[3]는 지진과 같은 외부 외란에 대하여 시스템이 충분히 안전하게 운전되어질 수 있도록 하는 적절한 시스템 설계의 중요성을 강조하였다. 이러한 관점으로, Hori[4] 등은 시스템에 한 주기의 정현파 외란이 작용하는 경우의 비선형 해석을 수행함으로써, 시스템 고유진동수의 두 배 이상에서 안전하게 운전되어지는 시스템이 불안정 영역으로 천이할 수 있음을 밝히고, 비선형 해석의 중요성을 강조하였다. 이러한 시스템의 비선형 진동 특

성을 이해하기 위하여 Choy[5] 등은 축에 단위 크기의 충격력을 가하여 축의 시간 응답을 주파수 영역에서 해석함으로써, 시스템의 주파수 응답 함수를 구하였다. 그러나 이 응답 함수는 외란의 크기에 대한 시스템의 특성을 파악하는데 어려움이 있다. 실제 축-베어링 시스템에 외란이 작용하는 경우 베어링 내 윤활 막에서의 공동 영역의 변화가 수반된다. 따라서 축-베어링 시스템에 원치 않는 외란이 작용하는 경우에 공동 영역에 대한 타당한 경계조건을 적용한 비선형 해석이 물리적으로 타당하며, 이의 경계조건을 적용한 시스템의 응답 해석이 선행되어야 한다.

따라서 본 연구의 목적은 베어링에 외란이 작용하는 경우에 공동 영역에 대한 타당한 경계조건을 적용하여 시스템의 응답 특성을 해석하는 것이다. 이를 위하여 베어링에 정현파 외란이 연속적으로 작용한다고 가정하였으며, 공동 영역의 예측을 위하여 캐비테이션 알고리즘[6]을 적용하여 선형 해석과 비선형 해석 결과를 비교하였다.

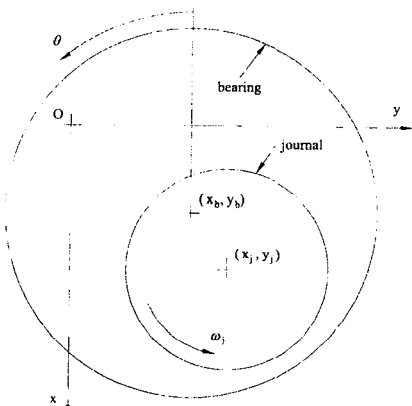


Fig. 1 Coordinate system

2. 지배방정식

원주방향 급유홈 베어링의 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 본 연구에서 채택한 원주방향 급유홈은 급유구 설계가 용이하지 않은 경우에 일반적으로 많이 채택되고 있는

형식이다. 축과 베어링은 진원형이며, 급유홈에서는 일정한 공급 압력의 윤활제로 채워져 있다고 가정하였다. 유체의 압축성 효과를 고려한 이차원 층류 상태의 비정상상태 유니버설 레이놀즈 방정식은 다음과 같다[7].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta, h) + \frac{V_x}{2} \frac{\partial}{\partial x}(\theta, h) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta g_s h^3}{12\mu} \frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta g_s h^3}{12\mu} \frac{\partial \theta_f}{\partial z} \right) \quad (1)$$

여기서 g_s 는 스위치 함수이다. 이는 공동 영역에서 0의 값이 되며, 완전유막영역에서는 1의 값을 갖는다. 그리고 β 는 유체의 체적탄성계수이며, V_x 는 저널면의 원주방향 선속도이다. 유막함유율 θ_f 및 유막함유율과 압력과의 관계식 그리고 유막두께 표현식은 다음과 같다.

$$\theta_f = \rho / \rho_c \quad (2)$$

$$p = p_c + \beta(\theta_f - 1) \quad (3)$$

$$h = C + (x_j - x_b) \cos \theta + (y_j - y_b) \sin \theta \quad (4)$$

여기서 C 는 베어링 간극이며, ρ 는 유체의 밀도이다. ρ_c 는 공동압력 p_c 에서의 유체 밀도이며, x_j, y_j 와 x_b, y_b 는 저널과 베어링 중심 좌표이다. 압력에 대한 경계조건은 기하학적 형상과 급유조건 그리고 주기조건에 의하여 결정되며 다음과 같다.

$$\text{급유홈에서} \quad p = p_c \quad (5a)$$

$$\text{축방향 끝단에서} \quad p = 0 \quad (5b)$$

$$\text{주기성} \quad p(\theta, z) = p(2\pi + \theta, z) \quad (5c)$$

유니버설 레이놀즈 방정식을 수치해석하기 위하여 캐비테이션 알고리즘을 적용하였으며, 유한차분법을 이용한 직접 해법으로 구현하였다. 노드수는 대칭성을 이용하여 베어링 축 방향 반쪽 면에 대하여 원주방향 및 축방향으로 각각 121개와 15개로 균등 분할하였다.

3. 선형 및 비선형 진동 해석

축-베어링 시스템의 선형 해석은 해석의 용이성으로 인하여 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 Lund[8]가 제안한 섭동법을 압축성 유체의 경우로 확장한 이론을 적용하였다. 정적평형위치 근방의 미소 진동을 가정한 섭동된 유막 함유율에 대한 미분방정식으로부터 이를 수치해석함으로써 베어링의 선형화된 강성과 감쇠 계수를 얻었다. 선형화 계수를 이용한 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x}_j \\ \Delta \ddot{y}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x}_j - \Delta \dot{x}_b \\ \Delta \dot{y}_j - \Delta \dot{y}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x_j - \Delta x_b \\ \Delta y_j - \Delta y_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $\Delta x_j, \Delta y_j$ 와 $\Delta x_b, \Delta y_b$ 는 각각 정적 평형위치를 기점으로 하는 저널과 베어링 중심의 변위이다. 이로부터 베어링에 작용하는 외란에 대한 시간 응답을 계산할 수 있으며, 라플라스 변환에 의하여 외란에 대한 응답함수를 계산할 수 있다.

그러나 선형 해석은 베어링 내 유막에서 발생하는 공동의 변화를 근본적으로 무시하고 있다. 실제 베어링에 외란이 작용하는 경우, 베어링 내 유막에서 발생하는 공동의 변화를 무시할 수 없게 되며, 이는 시스템의 응답 특성에도 영향을 미치게 된다. 베어링 내 유막에서 발생하는 공동의 변화를 고려하기 위한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x}_j = -f_{px} + W \quad (7a)$$

$$m\ddot{y}_j = -f_{py} \quad (7b)$$

여기서 f_{px} 와 f_{py} 는 각 방향으로의 유막 반력이며, 이는 베어링 내 유막에서 발생하는 압력을 적분하여 구해진다.

$$f_{px} = - \int_{A_j} p \cos \theta dA \quad (8a)$$

$$f_{py} = - \int_{A_j} p \sin \theta dA \quad (8b)$$

여기서 A_j 는 완전유막영역을 의미한다. 비선형 해석의 초기조건은 정적평형상태 조건으로 취하였다. 정적평형위치는 이차원 뉴턴-랩슨법을 이용하여 구하였으며, 이 위치로부터 베어링에 가해지는 외란에 대하여 매 시간 구간마다 저널에 작용하는 유막 반력을 계산하여, 저널의 운동 궤적을 구하였다. 비선형 해석의 운동방정식 적분법으로 뉴턴-베타 적분법을 이용하였다. 이러한 축-베어링 시스템의 선형 및 비선형 해석에 의한 응답 특성 해석을 위하여, 정현파 외란이 베어링에 연속적으로 작용한다고 가정하였다.

$$x_b = A_d \sin \omega_d t \cos \phi_d \quad (9a)$$

$$y_b = A_d \sin \omega_d t \sin \phi_d \quad (9b)$$

여기서 A_d 는 외란의 진폭, ω_d 는 외란의 주파수, 그리고 ϕ_d 는 외란이 작용하는 하중 방향에 대한 위상각이다. 비선형 해석에 의한 응답함수는 저널의 정상상태 응답에 대하여 베어링에 대한 저널 응답의 제곱근 평균에 대한 비율로 정의하였다.

$$H_{xx}, H_{yy} = \sqrt{\int_0^{+T} (x_j - x_o)^2 dt / T} / [A_d / \sqrt{2}] \quad (10a)$$

$$H_{yx}, H_{yy} = \sqrt{\int_0^{+T} (y_j - y_o)^2 dt / T} / [A_d / \sqrt{2}] \quad (10b)$$

여기서 T 는 정상상태 응답의 주기이며, x_o, y_o 는 저널 변위의 시간 평균이다. 또한 각 신호의 최대값이 발생하는 시간 간격으로부터 위상차를 계산하였다. 본 해석에서 사용한 베어링 사양과 물성치는 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Specifications and parameter values

$W = 981.0$ (N)	$D = 80$ (mm)
$L/D = 0.5$	$C = D / 1000$
$P_s = p_s LD / W = 0.5$	$\beta = 1.0 \times 10^8$ (Pa)
$\mu = 29$ (cp)	$N = 3960$ rpm

4. 결과 및 고찰

축-베어링 시스템이 정적 평형 위치에서 베어링에 정현파 외란이 작용하게 되면, 초기에 과도 응답을 거쳐 최종적으로 정상상태 응답을 나타낸다. 이러한 정상상태 응답 신호에 대하여 응답 특성에 대한 평가가 이루어졌다.

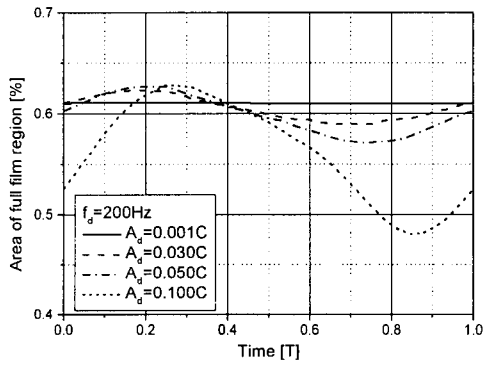


Fig. 2 Variation of full film region in steady state for external disturbance in x-direction

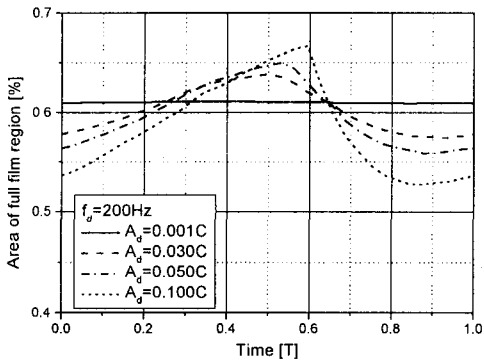


Fig. 3 Variation of full film region in steady state for external disturbance in y-direction

외란의 주파수가 200 Hz인 경우에 대하여, 하중방향 및 이에 수직인 방향으로 외란이 작용할 때, 정상상태 응답에서의 완전유막영역이 차지하는 비율을 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. 정상상태에서의 완전유막영역은 저널의 응답과 마찬가지로 동일한 주기를 가지고 변화한다. 외란의 크기가 클수록 그 변화폭은 커진다. 정상상태 응답에서 완전

유막영역이 차지하는 비율의 평균값을 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 외란의 크기가 증가할수록 이 평균값은 감소한다. 바꾸어 말하면, 이는 외란의 크기가 증가할수록 베어링 내 발생하는 공동 영역이 증대됨을 의미한다. 완전유막영역의 평균값은 하중방향으로 외란이 작용하는 경우가 하중에 수직인 방향으로 작용하는 경우에 비해 보다 크게 감소한다.

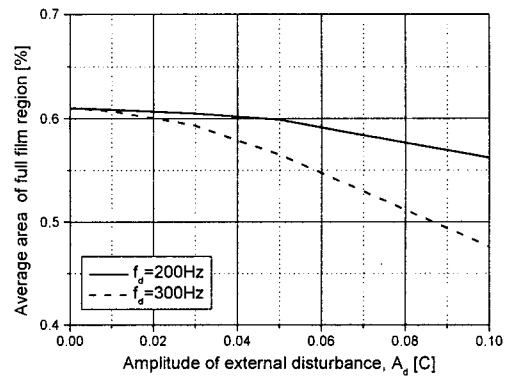


Fig. 4 Average area of full film region in steady state for external disturbance in x-direction

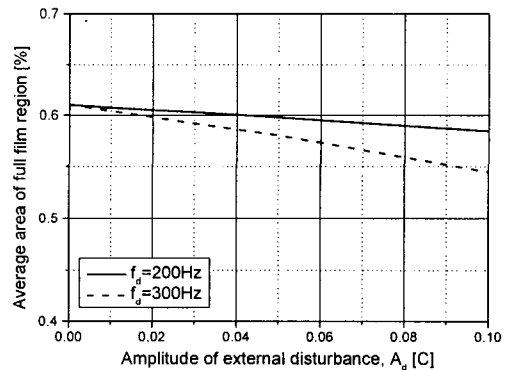


Fig. 5 Average area of full film region in steady state for external disturbance in y-direction

베어링에 정현파 외란이 하중 방향으로 작용하는 경우의 정상상태 저널 궤적을 Fig. 6에 나타내었다. 이는 시스템의 정적평형 위치를 원점으로 하고 베어링에 가해지는 외란의 크기로 무차원시킨 궤적이다. 외란의 크기가 작은 경우, 선형 해석과 비선형 해

석의 결과는 거의 같다. 그러나 외란의 크기가 큰 경우, 선형과 비선형 해석 결과의 차이는 커진다. 또한 저널의 선회 중심이 시스템의 정적평형위치를 벗어나 베어링 하중 방향의 중심선 쪽으로 이동하고 있음을 볼 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 외란의 크기가 증대되면 공동 영역의 증대로 인하여 베어링 하중을 지지하는 압력 발생 영역이 감소하게 된다. 따라서 저널의 선회 중심이 이동하는 것으로 판단된다.

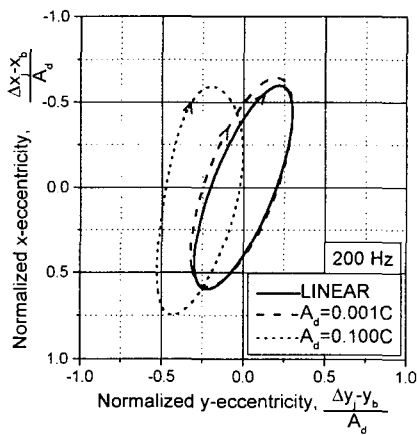


Fig. 6 Loci of journal center

이러한 정상상태 응답에 대한 저널의 선회 중심 변화를 Fig. 7과 Fig. 8에 나타내었다. 하중 방향에 수직인 방향에 대하여 선회 중심의 위치가 감소하고 있다. 이는 저널의 선회 중심이 하중 방향의 베어링 중심선에 가까워짐을 의미한다. 외란의 크기가 베어링 강극의 0.1배인 경우에 대하여, 외란의 주파수 증가에 따른 저널의 선회 중심 이동을 Fig. 9에 나타내었다. 하중 방향에 수직인 방향으로의 외란이 작용하는 경우 보다 빨리 베어링의 하중방향 중심선 쪽으로 이동되고 있음을 볼 수 있다.

이러한 축-베어링 시스템의 주파수 응답 함수를 Fig. 10과 Fig. 11에 나타내었다. 외란의 크기가 충분히 작은 경우에 선형과 비선형 해석 결과는 잘 일치하나, 외란의 크기가 크고 주파수가 클수록 그 차이가 커진다. 특히 위상 지연 응답은 더욱 커진다. 외란

의 크기나 주파수가 클수록 공동 영역의 변화로 인한 현상으로 설명되며, 선형과 비선형 해석 결과의 차이는 외란의 크기 뿐만 아니라 주파수에도 상관있음을 알 수 있다.

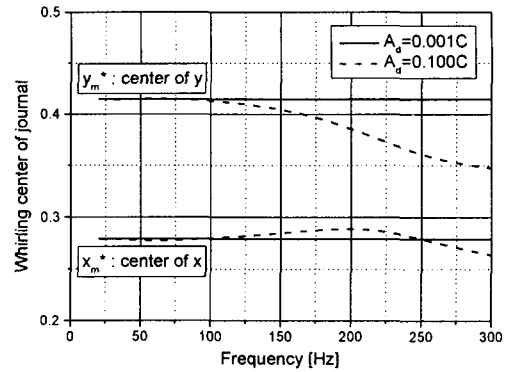


Fig. 7 Whirling center for x-excitation

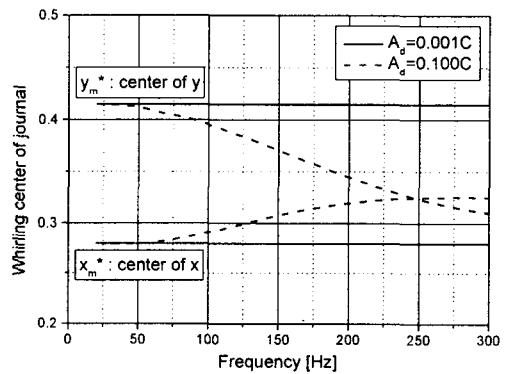


Fig. 8 Whirling center for y-excitation

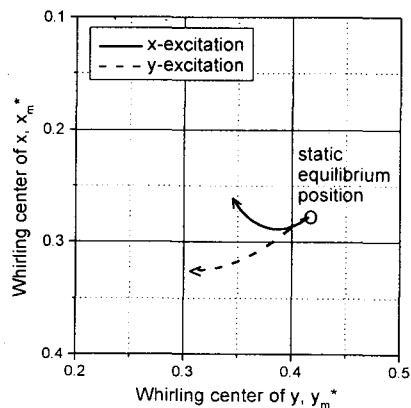


Fig. 9 Variation of whirling center for bearing excitation

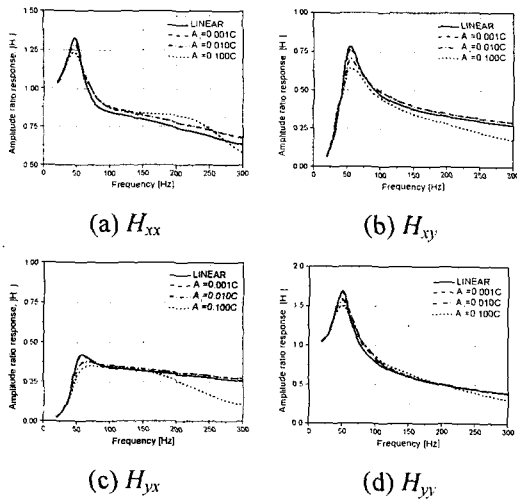


Fig. 10 Amplitude ratio response functions

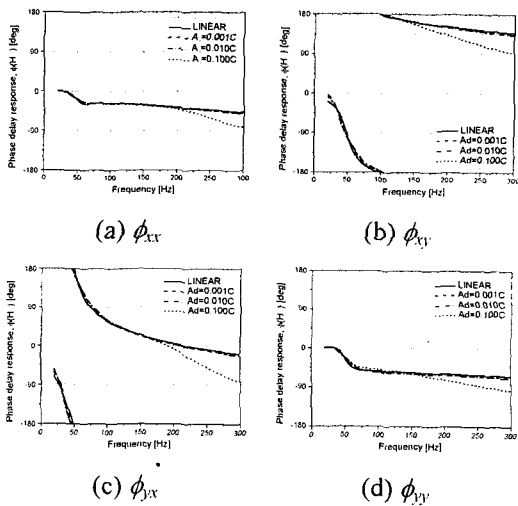


Fig. 11 Phase delay response functions

5. 결론

본 연구에서는 베어링에 정현과 외란이 작용하는 경우에 케비테이션 알고리즘을 적용한 비선형 해석을 수행함으로써 축-베어링 시스템의 응답 특성을 알아보았다. 해석 결과 다음의 결론을 얻었다. 첫째, 베어링에 외란이 작용하는 경우 베어링 내 공동 영역이 증가한다. 둘째, 외란의 크기가 증가하거나 혹은 주파수가 증가할수록 베어링 내 하중을 지지하는 완전유막영역의 감소로 인하여

여 저널의 선회 중심이 베어링 하중 방향의 중심선 쪽으로 이동한다. 셋째, 선형과 비선형 해석 결과는 외란의 크기가 증대될수록 커지며, 이의 차이는 외란의 크기뿐만 아니라 외란의 주파수에도 상관있다.

후기

본 연구는 과학기술부 국제공동연구개발사업(98-I-01-03A-030) 연구 결과의 일부이며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- [1] J. W. Lund, "Response Characteristics of a Rotor with Flexible, Damped Supports," *Dynamics of Rotors*, pp. 391-349, 1975.
- [2] M. L. Adams, "Nonlinear Dynamics of Flexible Multi-Bearing Rotors," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 71, No. 1, pp. 129-144, 1980.
- [3] Y. Hori, "Anti-Earthquake Considerations in Rotordynamics," *Proc. of the 4th ImechE International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, pp. 1-8, 1988.
- [4] Y. Hori, and T. Kato, "Earthquake-Induced Instability of a Rotor Supported by Oil Film Bearings," *ASME J. of Tribology*, Vol. 112, No. 2, pp. 160-165, 1990.
- [5] F. K. Choy, M. J. Braun and Y. Hui, "Nonlinear Transient and Frequency Response Analysis of a Hydrodynamic Journal Bearing," *ASME J. of Tribology*, pp. 448-454, 1992.
- [6] H. G. Elrod, "A Cavitation Algorithm," *ASME J. of Lubri. Technol.*, Vol. 103, No. 3, pp. 350-354, 1981.
- [7] D. Vijayaraghavan, and T. G. Keith, "Effect of Cavitation on the Performance of a Grooved Misaligned Journal Bearing," *Wear*, Vol. 134, pp. 377-397, 1989.
- [8] J. W. Lund, "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings," *ASME J. of Tribology*, Vol. 109, pp. 37-42, 1987.