

유체 윤활 베어링의 비례 및 미분 제어에 관한 연구

노병후 • 김경웅

한국과학기술원 기계공학과

A Study on Proportional and Derivative Control of Fluid Film Journal Bearings

Byoung-Hoo Rho and Kyung-Woong Kim

Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract - This paper presents the stability characteristics of a rotor-bearing system supported by actively controlled hydrodynamic journal bearing. The proportional and derivative controls including coupled motion are adopted for the control algorithm to control the hydrodynamic journal bearing with a circumferentially groove. Also, the cavitation algorithm implementing the Jakobsson-Floberg-Olsson boundary condition is adopted to predict cavitation regions in the fluid film more accurately than conventional analysis which uses the Reynolds condition. The stability characteristics are investigated with the Routh-Hurwitz criteria using the linear dynamic coefficients which are obtained from the perturbation method. The stability characteristics of the rotor-bearing system supported by active controlled hydrodynamic journal bearing are investigated for various control gain. It is found that the speed at onset of instability is increased for both proportional and derivative control of the bearing, and the proportional and derivative control of coupled motion is more effective than proportional and derivative control of uncoupled motion.

Key words – hydrodynamic journal bearing, active control, stability

1. 서론

산업 기술의 발달로 발전기 및 터빈 등과 같은 회전 기계들이 대형화와 더불어 고속화 되고 있다. 그러나 이러한 회전 기계를 지지하는 베어링은 “유헤 불안정성”이라는 불안정 현상이 존재하며, 이 불안정 개시 속도가 축-베어링 시스템의 고속화에 대한 한계로 작용하고 있다. 특히, 틸팅-패드 혹은 플로팅링, 그리고 비지원형 베어링 등은 진원형 베어링에 비하여 보다 효율적이며, 시스템의 운전 영역을 확장시킬 수 있다[1-3]. Burrows[4] 등은 회전 기계의 진동을 억제하

기 위한 수단으로 공급구에서의 압력을 능동 제어하였으며, Hathout[5] 등은 축의 진동을 능동 제어하기 위하여 하이브리드 스퀴즈 필름 댐퍼를 이용한 능동 제어에 대하여 연구하였다. 그러나 이러한 형식들은 진원형 베어링에 비하여 성능이 우수하나, 설계가 복잡하고 제작 비용이 많이 드는 단점을 갖는다. 최근 Lee[6] 등은 외부가압 공기베어링으로 지지된 회전축 시스템에 대하여 베어링을 능동 제어함으로써 시스템의 안정성이 향상된다고 보고하였다. 그러나 발전기 등의 회전 기계들은 대부분 동압 베어링으로 지지되고 있다. 따라서 동압 베어링으

로 지지된 회전 기계의 동특성 향상을 위한 능동 제어가 현실적으로 요구되고 있는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 능동 제어되는 베어링으로 지지된 축-베어링 시스템에 대한 동특성에 대하여 연구하였으며, 베어링의 제어 알고리즘으로써 연성항을 포함한 비례 및 미분 제어를 채택하였다. 또한 베어링 내 해석을 어렵게 하는 공동 현상을 보다 정확하게 예측하기 위하여 엘로드 알고리즘을 이용하여 해석하였다.

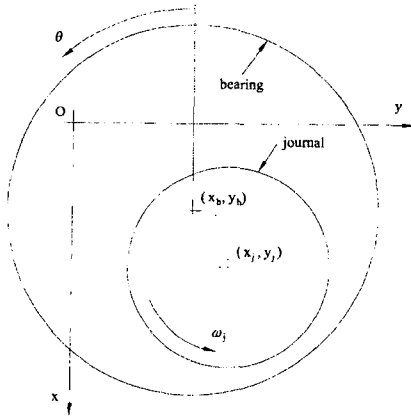


Fig. 1 Coordinate system

2. 이론해석

원주방향 급유홈 베어링의 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 본 연구에서 채택한 원주방향 급유홈은 급유구 설계가 용이하지 않은 경우에 일반적으로 많이 채택되고 있는 형식이다. 축과 베어링은 진원형이며, 급유홈에서는 일정한 공급 압력의 윤활제로 채워져 있다고 가정하였다. 유체의 압축성 효과를 고려한 이차원 층류 상태의 비정상상태 유니버설 레이놀즈 방정식은 다음과 같다[7].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta, h) + \frac{V_x}{2} \frac{\partial}{\partial x}(\theta, h) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta g_s h^3}{12\mu} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\beta g_s h^3}{12\mu} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (1)$$

여기서 g_s 는 스위치 함수로서 공동영역에서는 0의 값을 갖으며, 완전유막영역에서는 1의 값을 갖는다. 그리고 β 는 유체의 체적탄성계수이며, V_x 는 저널면의 원주방향 선속도이다. 또한 유막함유율 θ_f 및 유막함유율과 압력과의 관계식 그리고 유막두께 표현식은 다음과 같다.

$$\theta_f = \rho / \rho_c \quad (2)$$

$$p = p_c + \beta(\theta_f - 1) \quad (3)$$

$$h = C + (x_j - x_b) \cos \theta + (y_j - y_b) \sin \theta \quad (4)$$

여기서 C 는 베어링 간극이며, ρ 는 유체의 밀도이다. ρ_c 는 공동압력 p_c 에서의 유체 밀도이며, x_j, y_j 와 x_b, y_b 는 저널과 베어링 중심 좌표이다. 압력에 대한 경계조건은 기하학적 형상과 급유조건 그리고 주기조건에 의하여 결정되며 다음과 같다.

$$\text{급유홈에서} \quad p = p_c \quad (5a)$$

$$\text{축방향 끝단에서} \quad p = 0 \quad (5b)$$

$$\text{주기성} \quad p(\theta, z) = p(2\pi + \theta, z) \quad (5c)$$

유니버설 레이놀즈 방정식을 수치해석하기 위하여 엘로드 알고리즘을 적용하였으며, 유한차분법을 이용한 직접 해법으로 구현하였다. 노드수는 대칭성을 이용하여 베어링 축 방향 반쪽 면에 대하여, 원주방향 및 축 방향에 대하여 각각 121개와 15개로 균등분할하였다.

3. 운동방정식

능동 제어 베어링은 시스템의 정적평형위치로부터의 축 중심의 변위 및 속도에 대하여 다음과 같이 제어되도록 하였다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{y}_b \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} \\ P_{yx} & P_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x_j \\ \Delta y_j \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x}_j \\ \Delta \dot{y}_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $\Delta x_j, \Delta y_j$ 는 정적평형위치로부터의 축 중심의 변위이며, P_{ij} 와 D_{ij} 는 각각 베어

링의 비례 및 미분 제어 계인으로써 각 네개의 요소로 구성된다. 시스템의 정적평형 위치 근방에서의 미소 진동에 대하여 베어링 내 유막반력은 선형 이론에 의하여 근사화시킬 수 있으며, 베어링의 선형화된 모델 계수인 강성과 감쇠 계수는 Lund[9]가 제안한 섭동법을 이용하여 구하였다. 이 선형화 계수들을 이용하면 축-베어링 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x}_j \\ \Delta \ddot{y}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x}_j - \dot{x}_b \\ \Delta \dot{y}_j - \dot{y}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x_j - x_b \\ \Delta y_j - y_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{ix} \\ f_{iy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서 m 은 축 질량이며, f_{ix} 와 f_{iy} 는 축에 작용하는 각 방향으로의 외력이다. 그리고 c_{ij} 와 k_{ij} 는 베어링의 감쇠와 강성 계수이다. 식 (6)과 (7)로부터 시스템의 특성방정식을 얻을 수 있으며, Routh-Hurwitz 안정성 판별법을 이용하여 시스템의 안정한계속도와 휠비를 계산하였다.

Table 1 Specifications and parameter values

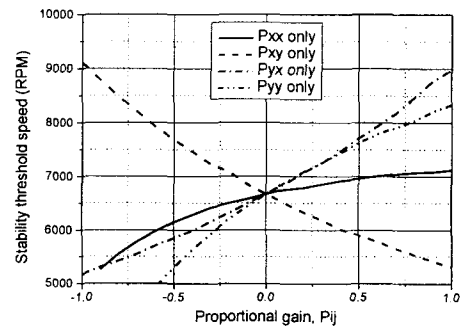
$W = 981.0$ (N)	$D = 80$ (mm)
$L/D = 0.5$	$C = D / 1000$
$P_s = p_s LD/W = 0.5$	$\beta = 1.0 \times 10^8$ (Pa)
$\mu = 29$ (cp)	

4. 결과 및 고찰

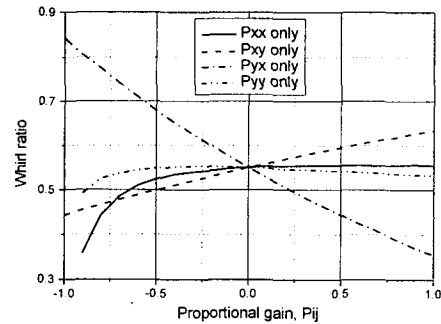
주어진 외부 하중과 속도에 대하여, 베어링 내 발생하는 유막력이 외부 하중과 같게 되는 저널 중심의 정적평형위치를 이차원 뉴턴-랩슨법을 이용하여 구하였다. 이 위치로부터 섭동법을 이용하여 계산된 베어링의 선형화 모델 계수를 이용하여 시스템의 특성방정식을 구하고, 이로부터 Routh-Hurwitz 안정성 판별법을 이용하여 시스템의 안정성을 판별하였다. 본 해석에서 사용한 시스템 변수들은 Table 1에 나타내었다.

비례 제어에 의한 시스템의 안정성 변화를 Fig. 2에 나타내었다. P_{xx} 나 P_{yy} 가 증가할

수록 안정한계속도는 향상된다. 연성항의 제어 계인 P_{xy} 는 음수 값으로 제어할 때, 시스템의 안정한계속도가 향상되며, 동일 크기의 P_{xx} 나 P_{yy} 보다 그 효과가 크게 나타나고 있다. 시스템의 안정한계속도를 향상시키는 $+P_{xx}$ 와 $+P_{yy}$ 에 대해서는 휠비의 변화는 없으나, 연성항인 $-P_{xy}$ 와 $+P_{yx}$ 에 대해서는 제어 계인에 따라서 휠비는 선형적으로 감소한다.



(a) Stability threshold speed

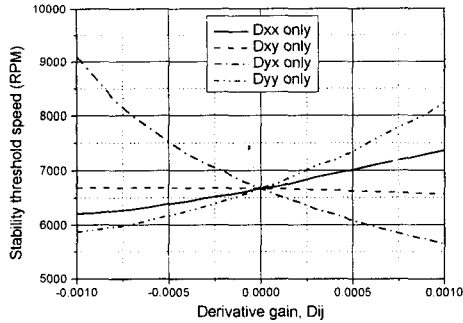


(b) Whirl ratio

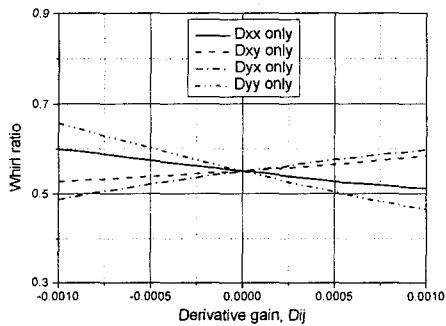
Fig. 2 Stability characteristics of P-control

미분 제어에 의한 시스템의 안정성 변화를 Fig. 3에 나타내었다. D_{xx} 와 D_{yy} 의 경우, 제어 계인의 증가에 따라서 시스템의 안정한계속도가 향상되고 있으며, D_{xx} 보다는 D_{yy} 의 경우가 보다 효과가 크다. 연성항인 D_{yx} 는 음수의 값으로 제어할 때, 안정한계속도가 향상되며, 그 효과가 제일 크다. 그러나 D_{xy} 의 효과는 적다. 안정한계속도가 향상되는 $+D_{xx}$, $+D_{yy}$, $-D_{yx}$ 와 $-D_{xy}$ 에 대해서 휠비는 선

형적으로 감소한다.



(a) Stability threshold speed



(b) Whirl ratio

Fig. 3 Stability characteristics of D-control

연성항의 제어 게인이 없는 경우의 비례-미분 제어에 따른 안정성 변화를 Fig. 4에 나타내었으며, 연성항의 제어 게인만 고려하는 경우의 비례-미분 제어에 따른 안정성 변화를 Fig. 5에 나타내었다. 비례 게인 P_{xx} 와 P_{yy} 를 같은 값으로 취하였으며, 미분 게인 D_{xx} 와 D_{yy} 를 같은 값으로 취한 경우의 해석 결과이다. 시스템의 안정한계속도가 제어 게인 증가와 더불어 선형적으로 증가하고 있음을 알 수 있다.

연성항의 제어 게인만 고려한 경우의 비례-미분 제어에 따른 안정성 변화를 Fig. 5에 나타내었다. 비례 게인 $-P_{xy}$ 와 $+P_{yx}$ 가 같은 값을 갖도록 취하였으며, 미분 게인 $-D_{xx}$ 와 $-D_{yy}$ 가 같은 값을 갖도록 취하였다. 시스템의 안정성에 있어서, 연성항의 제어 특성이 연성항이 없는 경우에 의한 제어 특성보다

우수함을 알 수 있다.

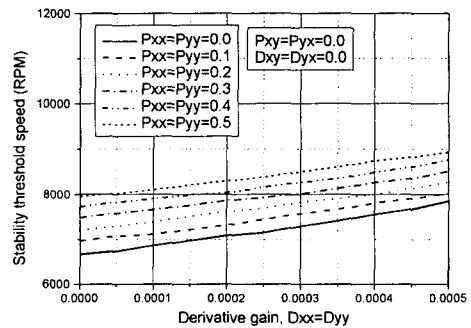
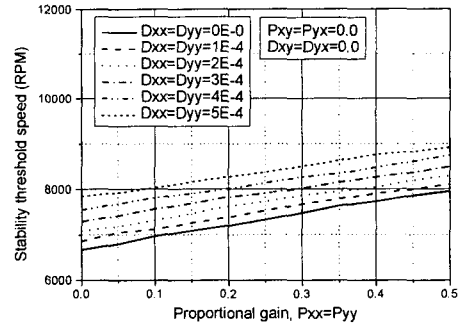


Fig. 4 PD-control for uncoupled control gain

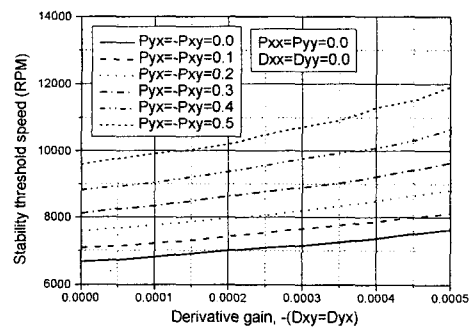
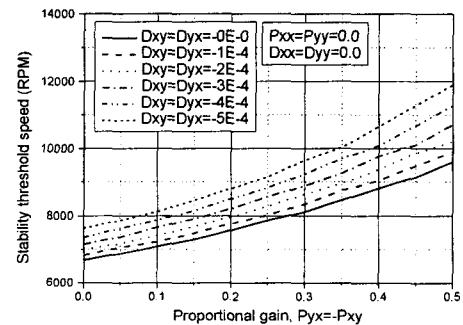


Fig. 5 PD-control for coupled control gain

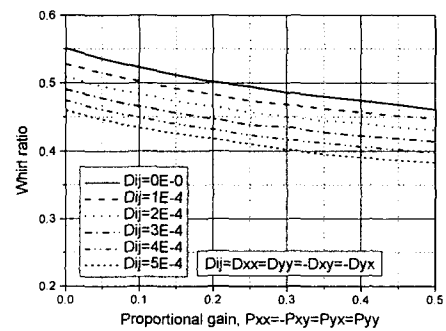
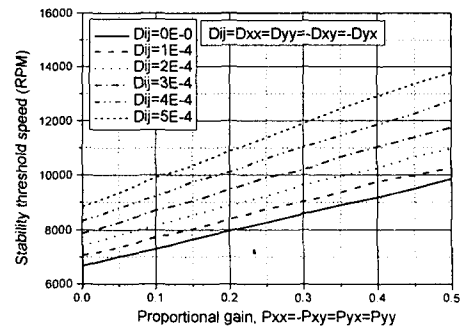
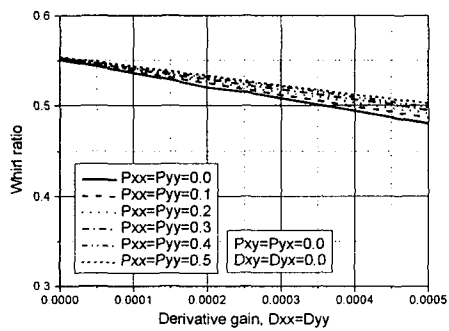
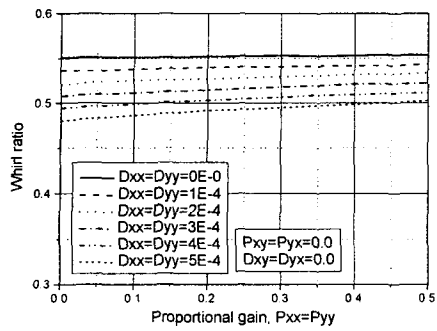


Fig. 6 Whirl ratio for uncoupled PD-control

Fig. 8 PD-control for various P-control gain

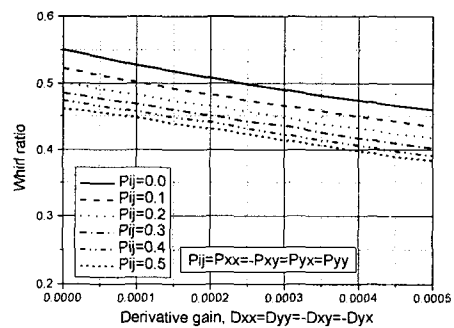
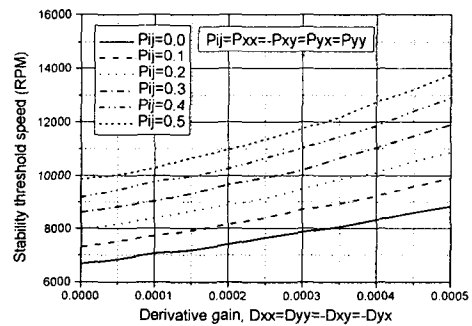
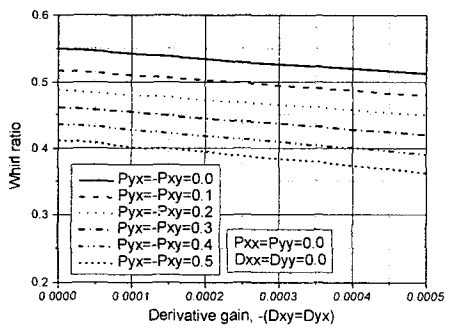
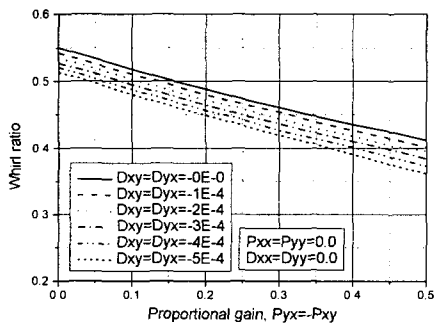


Fig. 7 Whirl ratio of coupled PD-control

Fig. 9 PD-control for various D-control gain

연성향이 없는 경우와 연성항만을 고려하는 경우의 비례-미분 제어에 대한 휠비의 변화를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었다.

각 네 개의 비례 및 미분 제어 계인 모두를 포함한 비례-미분 제어에 대한 안정성 변화를 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. 이 경우 각 제어 계인이 안정한계속도를 향상시키는 조건으로 취하였다. 즉 $+P_{xx}$, $-P_{xy}$, $+P_{yx}$, $+P_{yy}$ 가 같은 값을 갖도록 취하였으며, $+D_{xx}$, $-D_{xy}$, $-D_{yx}$, $+D_{yy}$ 가 같은 값을 갖도록 취한 해석 결과이다. 연성항을 포함한 비례 및 미분 제어 동작에 의하여, 시스템의 안정한계속도는 더욱 향상되며, 제어되지 않는 시스템에서의 안정한계속도보다 두 배 이상으로 시스템의 안정한계속도를 향상시킬 수 있음을 보여주고 있다. 휠비는 제어 계인의 증가와 더불어 감소한다.

5. 결론

능동 제어 베어링으로 지지된 축-베어링 시스템의 안정성에 대하여 연구하였다. 베어링의 능동 제어 알고리즘으로 연성항을 포함한 비례 및 미분 제어 동작이 채택되었으며, 베어링 내 발생하는 공동에 대한 캐비테이션 알고리즘을 적용하여 수치적으로 해석한 결과 다음의 결론을 얻었다. 첫째, 축-베어링 시스템의 휠 불안정 현상이 능동 제어 베어링에 의하여 효과적으로 억제시킬 수 있다. 둘째, 비례 제어의 경우 $+P_{xx}$, $+P_{yy}$ 에 대하여, 그리고 연성항에 대해서는 $-P_{xy}$, $+P_{yx}$ 에 대하여 시스템의 안정한계속도가 향상되며, 연성항의 제어 동작이 보다 효과적이다. 셋째, 미분 제어의 경우 $+D_{xx}$, $+D_{yy}$ 에 대하여, 그리고 연성항에 대해서는 $-D_{xy}$, $-D_{yx}$ 에 대하여 시스템의 안정한계속도가 향상되며, 연성항인 $-D_{yx}$ 의 제어 동작에 의한 효과가 가장 크다. 넷째, 시스템의 안정성 향상을 위하여 각각의 비례 및 미분 제어 동작을 조합한 비례-미분 제어 동작이 보다 효과적이며, 이 경우 시스템의 안정한계속도를 두 배 이상으로 증가시킬 수 있다.

참고문헌

- [1] M. L. Adams, and S. Payandeh, "Self-Excited Vibration of Statically Unloaded Pads in Tilting-Pad Journal Bearings," ASME J. of Lubri. Technol., Vol. 105, pp. 377-384, 1983.
- [2] Y. M. Cheong, and K. W. Kim, "An Analysis of the Circumferentially Grooved Floating Ring Journal Bearing Considering the Variation of Cavitation Region," JSME International Journal, Vol. 37, No. 4, pp. 804-811, 1994.
- [3] K. Vaidyanathan and T. G. Keith, "Numerical Prediction of Cavitation in Noncircular Journal Bearings," STLE Tribology Transactions, Vol. 32, No. 2, pp. 215-224, 1989.
- [4] C. R. Burrows, M. N. Sahinkaya, and O. S. Turkay, "An Adaptive Squeeze Film Bearing," ASME, 83-Lub-23, 1983.
- [5] J. P. Hathout, A. El-Shafei and R. Youssef, "Active Control of Multi-Mode Rotor-Bearing systems Using HSFDs," ASME J. of Tribology, Vol. 119, pp. 49-56, 1997.
- [6] J. B. Lee, and K. W. Kim, "A Study on Stability Characteristics of Actively Controlled Externally Pressurized Air Journal Bearings," JSME International Journal, Series C, Vol. 42, No. 2, pp. 427-434, 1999.
- [7] D. Vijayaraghavan, and T. G. Keith, "Effect of Cavitation on the Performance of a Grooved Misaligned Journal Bearing," Wear, Vol. 134, pp. 377-397, 1989.
- [8] H. G. Elrod, "A Cavitation Algorithm," ASME J. of Lubri. Technol., Vol. 103, No. 3, pp. 350-354, 1981.
- [9] J. W. Lund, "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings," ASME J. of Tribology, Vol. 109, pp. 37-42, 1987.