

가변 동력전달 장치에서의 타원 형상 점접촉 탄성유체윤활 연구

Study on the Elliptical Elastohydrodynamic Lubrication in the Toroidal Continuously Variable Transmission

장 시 열

Siyoul Jang

School of Mechanical and Automotive Engineering
Kookmin University

ABSTRACT

The most general feature of contact zone among the mechanical components is elliptical circle. In particular, continuously variable transmission (CVT) of toroidal type has elliptical shape of contact zone under the elastohydrodynamic lubrication condition, where the power is transmitted by the shearing the efluid. Due to the traction of the shear behaviors of lubricant over the small elliptical contact zone, high power of torque is transmitted. During the power transmission, many kinds of mechanical movements occur such as squeezing, sliding, rolling and spinning. The spinning effect that is not common contact behavior in tribological components frequently makes significant abnormal wear damage. In this work, the analysis of elliptical contact of elastohydrodynamic lubrication with spin effect is performed, which will give very useful information to understand the traction behaviors in toroidal type of CVT system.

Key Words : elastohydrodynamic lubrication, elliptical contact, spin effect

기호설명

A matrix containing the discrete operator
 a minor radius of elliptical Hertzian contact
 b major radius of elliptical Hertzian contact
 E' reduced modulus of elasticity
 h grid mesh size, film thickness
 h^* dimensionless film thickness (hR_x/a^2)
 k ellipticity ration
 L differential operator
 p pressure
 p_H Hertzian pressure
 p^* dimensionless film pressure (p/p_H)
 R Curvature of contact radius
 r^h discrete residual
 t time
 U^* dimensionless speed

Ω dimensionless spin parameter ($\omega a/u_s$)
 W^* dimensionless load
 η viscosity
 x, y, z coordinates
 ω relaxation factor
 ρ density
 δ change due to relaxation

1. 서론

접촉 현상을 일으키는 많은 기계 부품에서 접촉 부분의 형상은 타원형의 점접촉 형태를 갖는 경우가 많다. 그 이유는 접촉 부품들의 기하학적 형태는 원만한 접촉 압력을 위하여 곡률을 갖는 형태로 설계되어

지기 때문이다. 그리고 각각의 부품들은 똑같은 크기의 곡률 반경을 갖는 경우가 드물기 때문에 타원형태의 접촉 면적을 갖는 경우가 매우 많다.

토로이달 타입의 가변변속기 (Toroidal Type Continuously Variable Transmission)의 경우 접촉 부분의 형태는 각기 다른 곡률 반경의 디스크의 접촉으로 타원형태의 접촉점을 갖게되는데, 동력은 이러한 접촉점에서의 오일의 순수한 전단 저항력에 의하여 가변적으로 전달된다. 더구나 접촉 운동 특성은 미끄럼운동과 굴림운동 뿐만 아니라 회전 운동까지 부가되는 현상이 있어서 이러한 운동 조건에서의 탄성유체유행현상의 이해가 가변동력전달장치의 운전효율과 내구성 증진의 이해에 필요하다.

이러한 동력전달장치는 접촉 부분에 상대적으로 고하중(1.0GPa 이상)과 고속(24m/s)의 접촉 조건을 갖고 있으며, 접촉 형태도 타원 형상을 갖고 있다. 이러한 접촉 조건은 탄성유체유행의 수치해석에서 안정된 수렴해를 얻기 어려운 조건이다.

최근에 비선형 편미분 방정식의 해법으로 다중격자 다중차원법 (multigrid multilevel method) 이 많이 적용 되고 있는데, 고하중의 탄성유체유행해석에서도 이러한 수치해석법을 성공적으로 적용할 수 있게 되었다.[1] 타원 접촉의 탄성유체유행에서와 같이 상대적으로 짧은 단축 방향으로 유체의 유입이 이루어지면 압력의 변화가 급격하게 일어나기 때문에 시스템의 비선형성 증가가 두드러지는데, 이완법 (relaxation method)의 선택적 적용으로 수렴해를 안정적으로 얻을 수 있다.

본 연구는 토로이달 타입의 가변변속기 (Toroidal Type Continuously Variable Transmission)의 접촉에서 일어나는 회전 현상(spin)을 고려하여 뉴턴 유체의 유행유 조건에서 타원형 탄성유체유행의 유막 두께와 압력 형성에 대하여 연구하였다.

2. 회전운동의 타원형 탄성유체유행

미끄럼운동과 회전운동하는 두곡면의 접촉에서 틈새내의 유체거동에 대한 서술은 다음의 레이놀즈 방정식에 의해 설명된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - (u_s - \omega y) \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} - \omega x \frac{\partial(\rho h)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

접촉 부분에서의 유막 압력에 의한 접촉 표면의 탄성 변형은 다음의 식으로 표현될 수 있다.

$$h(x, y) = h_0(t) + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + \frac{2}{\pi E'} \int_{-x}^x \int_{-y}^y \frac{\rho(x', y') dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad (2)$$

다음의 무차원 변수를 이용하여 식(1) 과 (2)를 무차원 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{a}, \quad y^* = \frac{y}{a}, \quad p^* = \frac{p}{p_H}, \quad h^* = \frac{hR_x}{a^2}, \\ \eta^* &= \frac{\eta}{\eta_0}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \Omega = \frac{\omega a}{u_s} \end{aligned} \quad (3)$$

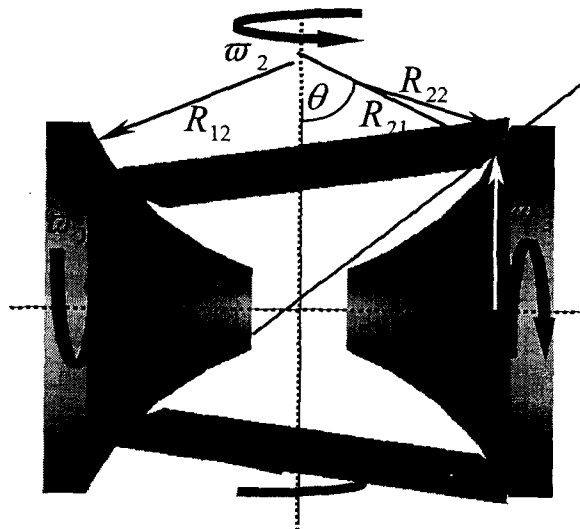


Figure 1 Schematic diagram of toroidal type continuously variable transmission

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(\xi \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\xi \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \right) - (1 - \Omega y^*) \frac{\partial (\rho^* h^*)}{\partial x^*} - \Omega x^* \frac{\partial (\rho^* h^*)}{\partial y^*} = 0 \quad (4)$$

여기서

$$\xi = \frac{\rho^* h^{*3}}{\eta^* \lambda} \quad \text{이며} \quad \lambda = \frac{12u_s \eta_0 R_x^2}{a^3 p_H} \quad \text{이다.}$$

유막압력과 작용하중과의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p^*(x^*, y^*) dx^* dy^* - \frac{2\pi k}{3} = 0 \quad (5)$$

계산영역은 접촉 부분의 타원정도에 따라서 x^* 방향과 y^* 방향에 따라 크기를 적절히 변화시킨다.

Hertz 접촉이외 부분에서는 식(4)에서 ξ 의 값은 상대적으로 크게 나타난다. 이러한 경우 유막압력을 구하기 위한 방법으로 Gauss-Seidel 이완법을 적용하는데 그 절차는 다음과 같다.

$$\bar{p}_{i,j}^{*h} = \tilde{p}_{i,j}^{*h} + \omega_{gs} \delta_{i,j}^h \quad (7)$$

$$\delta_{i,j}^h = r_{i,j}^h \left(\frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{i,j}^{*h}} \right)^{-1} \quad (8)$$

$$r_{i,j}^h = -\xi \frac{\bar{p}_{i-1,j}^{*h} - 2\bar{p}_{i,j}^{*h} + \bar{p}_{i+1,j}^{*h}}{h^2} - \xi \frac{\bar{p}_{i,j-1}^{*h} - 2\bar{p}_{i,j}^{*h} + \bar{p}_{i,j+1}^{*h}}{h^2} + \frac{1.5h_{i,j}^{*h} - 2h_{i-1,j}^{*h} + 0.5h_{i-2,j}^{*h}}{h} \quad (9)$$

이러한 Gauss-Seidel 이완법을 적용하여 유막 압력을 계산하기 위한 레이블즈 방정식의 이산화 시스템은 다음과 같다.

$$A^j \delta_j^h = r^h \quad (10)$$

여기서

$$A_{i,k}^j = \frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{k,j}^{*h}} \quad \text{이다.} \quad (11)$$

그러나 Hertz 접촉 부분에서는 ξ 값이 상당히 작아 위에서 설명한 방법으로는 안정적인 수렴해를 구할 수 없다. 이러한 경우에 다음의 Jacobi 분배 이완법 (Jacobi distributive relaxation)의 적용으로 안정적인 수렴해를 구할 수 있다.

$$A_{i,k}^j = \frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{k,j}^{*h}} - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{k+1,j}^{*h}} + \frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{k-1,j}^{*h}} + \frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{k,j+1}^{*h}} + \frac{\partial (L^h p^{*h})_{i,j}}{\partial p_{k,j-1}^{*h}} \right) \quad (12)$$

$$\bar{p}_{i,j}^h = \tilde{p}_{i,j}^h + \omega_{ja} (\delta_{i,j}^h - (\delta_{i+1,j}^h + \delta_{i-1,j}^h + \delta_{i,j+1}^h + \delta_{i,j-1}^h)/4) \quad (13)$$

따라서 계산영역에서 ξ 의 값에 따라 유막 압력에 대한 시스템 방정식은 식(11)과 식(12)에 의하여 결정되며 ξ 가 작은 경우 Jacobi 이완법이 적용하게 되어 비교적 고하중과 고속의 접촉 조건에서도 해석이 가능하다.

3. 결과

타원 형태의 점접촉 조건에서 접촉 영역의 단반경 축(minor axis) 방향으로 윤활유의 유입 이루어질 때 실제 가변동력전달 장치에서 일어날 수 있는 하중 크기와 접촉 속도, 그리고 회전 속도의 크기에 따라 유막 압력과 유막 두께 변화량을 계산하였다. 접촉 압력의 최대 크기는 1.89 GPa (작용하중 12,000N)정도이며 접촉 속도는 32.2 m/s 이다. 회전속도는 Hertzian 접촉 부분의 단반경 지점에서의 선속도가 윤활유 유입 속도의 0.302 배 정도이다.

절대 유막 압력과 절대 유막 두께의 크기는 접촉 하중과 회전 속도를 포함한 접촉 속도의 크기에 따라 다르게 나타난다. 그리고 접촉 점의 기하학적 형태(타원정도) 및 크기(곡률반경의 크기)에 따라 같은 무차원량이라 하더라도 절대값은 다르

게 나타난다. 본 연구에서 계산된 유막 두께의 크기는 대개 $0.7\mu\text{m}$ 에서 $1.8\mu\text{m}$ 이며 이때 유막 압력은 1.0GPa 에서 1.88GPa 범위에 있다.

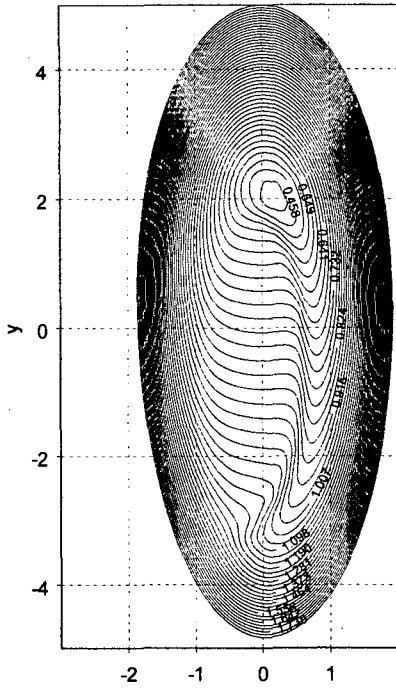


Figure 2 $p_H=1.0 \times 10^9$, $u=24.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=3.25$ 최소유막 두께 $h^*=hR_x/a^2=0.458$, $h=1.346\mu\text{m}$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$

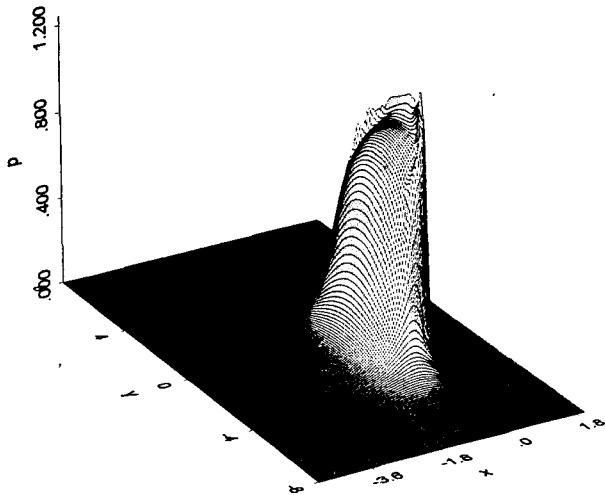


Figure 3 $p_H=1.0 \times 10^9$, $u=24.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=3.25$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$

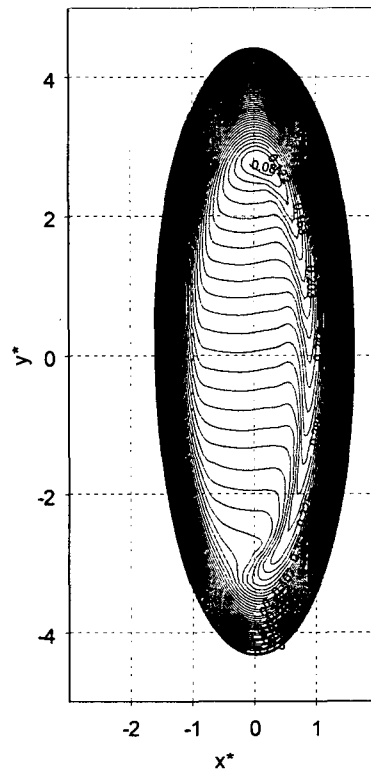


Figure 4 타원형 점접촉 유막 두께, $p_H=1.71 \times 10^9$, $u=24.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=3.25$, 최소 유막 두께 $h^*=hR_x/a^2=0.081$, $h=0.6964\mu\text{m}$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$

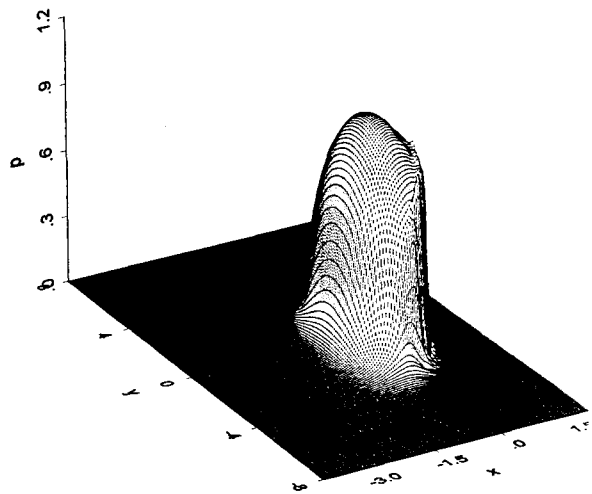


Figure 5 $p_H=1.71 \times 10^9$, $u=24.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=3.25$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$

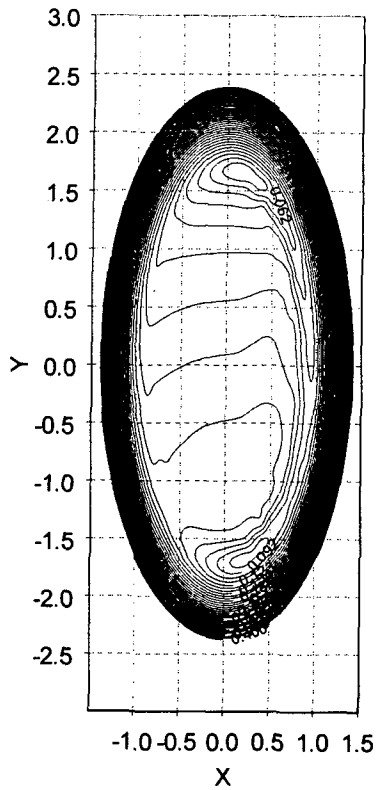


Figure 6 타원형 점접촉 유막 두께, $p_H=1.88 \times 10^9$, $u=32.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=1.839$, 최소 유막 두께 $h^*=hR_x/a^2=0.05$, $h=1.379 \mu\text{m}$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E^*=21.99 \times 10^9$

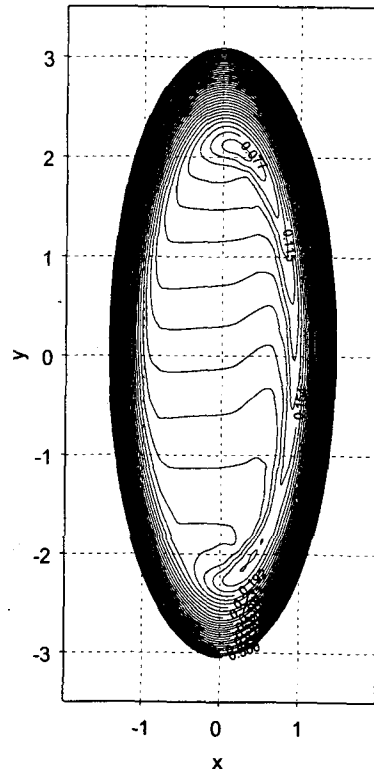


Figure 8 타원형 점접촉 유막 두께, $p_H=1.69 \times 10^9$, $u=32.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=2.378$, 최소유막 두께 $h^*=hR_x/a^2=0.077$, $h=1.828 \mu\text{m}$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E^*=21.99 \times 10^9$

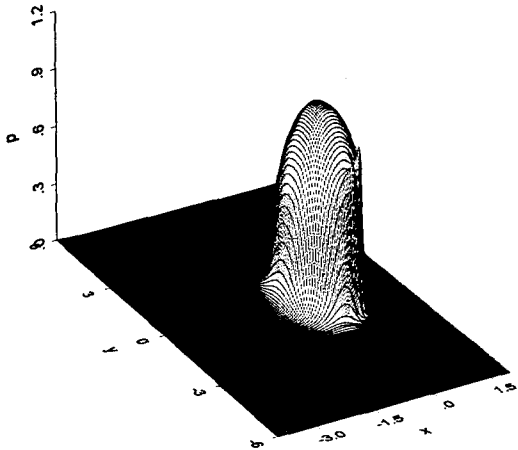


Figure 7 타원형 점접촉 유막 압력, $p_H=1.88 \times 10^9$, $u=32.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=1.839$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E^*=21.99 \times 10^9$

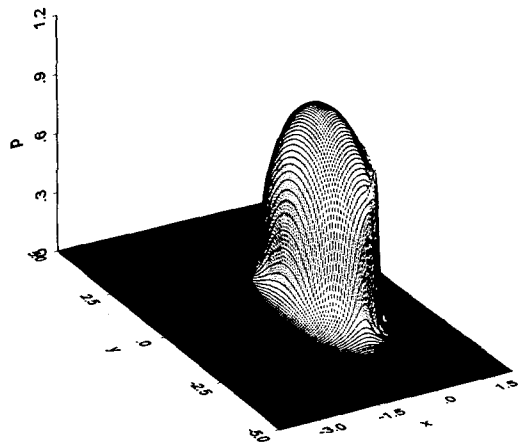


Figure 9 타원형 점접촉 유막 두께, $p_H=1.69 \times 10^9$, $u=32.2 \text{ m/s}$, $\Omega=0.302$, $k=2.378$, $\alpha=2.2 \times 10^{-8}$, $E^*=21.99 \times 10^9$

4. 결 론

본 연구는 가변동력전달장치에서 일어날 수 있는 타원 접촉 탄성유체윤활 조건에서 뉴튼 유체의 가정 조건으로 유막 두께와 유막 압력을 계산하였다. 이때 유막 압력은 $1.0GPa$ 이상 발생되며, 일반적으로 수치해석상 안정된 계산을 할 수 없었던 계산 내용을 분산 이완법의 적용으로 수렴된 계산 값을 얻을 수 있었다. 이러한 수치 알고리즘은 다른 가혹한 조건의 탄성 유체 윤활 해석에 이용될 수 있을 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(2000-1-30400-005-3)지원으로 수행되었음

참고문헌

- (1) Ehret, P., Dowson, D., Taylor, C. M. and Wang, D., "Analysis of Isothermal Elastohydrodynamic Point Contact Lubricated by Newtonian Fluids using Multigrid Methods," *Journal of Engineering Tribology*, Vol. 211, pp493-508