

영상의 비정적 상관관계 가정에 근거한 적응적 잡음제거 알고리즘

박성철, 강문기
연세대학교 전기전자공학과
서울특별시 서대문구 신촌동 134

Adaptive Noise Smoothing Algorithm Based on Nonstationary Correlation Assumption

Sung Cheol Park and Moon Gi Kang
Yonsei University, Dept. of Electrical & Electronic Engineering
E-mail: sripscuba@yonsei.ac.kr

요약

영상에 포함된 잡음은 화질 및 영상의 압축효율을 저하시킨다. 최근 들어, 영상의 에지 성분을 효율적으로 고려하면서 잡음을 제거하기 위하여 다양한 비정적(nonstationary) 영상 모델에 근거한 잡음제거 알고리즘이 제안되어 왔다. 하지만, 기존의 비정적 영상 모델에서는 연산량의 부담을 덜기 위하여 각 화소들 사이에 상관관계(correlation)가 없다는 가정을 하고 있어 영상의 미세한 정보들이 필터링에 의하여 훼손된다. 본 논문에서는 영상의 비정적 상관관계를 고려한 적응적 잡음제거 알고리즘을 제시한다. 영상신호는 비정적 평균을 가진다고 가정되며, 또한 각기 다른 정적(stationary) 상관관계를 가지는 부분 영상으로 분리된다고 가정된다. 제안된 영상 모델에서의 공분산(covariance) 행렬의 특수한 구조를 이용하여 계산적으로 효율적인 FFT에 기반한 선형 minimum mean square error 필터를 유도한다. 제안된 영상 모델의 정당성 및 알고리즘의 효율성을 제시한다.

1. 서론

신호 독립적 혹은 의존적 잡음으로 인한 영상의 열화를 제거하기 위하여 다양한 잡음제거 방법들이 제안되어져 왔다. 잡음제거 알고리즘의 효율성은 적용된 영상모델의 정당성에 의존한다. 비정적(nonstationary) 평균(mean) 가우시안 모델에서는 영상이 비정적 평균에 대해서 정적(stationary)인 변화를 가진다고 모델링 된다 [1]. 비정적 평균 비정적 분산(NMNV) 모델은 비정적 가우시안 모델의 공분산(covariance) 행렬에 영상의 비정적 특성을 반영한 영상모델이다 [2]. 이러한 영상의 비정적 가정은 영상의 정적 가정이 맞지 않는 영상의 에지(edge)와 같은 영역에 적합하게 된다. 하지만, 기존의 알고리즘들은 영상이 백색과정(white process)이라고 가정한다. 다시 말해서, 화소 사이에 상관관계(correlation)가 없다고 가정한다. 일반적으로 영상에 대하여 비정적 상관관계 모델링이 가장

영상에 대하여 비정적 상관관계 모델링이 가장 정확하지만 계산량이 너무 많게 되므로, 비정적 가정 혹은 상관관계 가정 중 한가지 가정은 생략되고 있다.

본 논문에서는 Linear Minimum Mean Square Error(LMMSE) 필터를 바탕으로 영상의 비정적 상관관계 특성을 고려하면서 계산적으로 아주 효율적인 잡음제거 알고리즘을 제안한다. 제안된 영상모델에서는 전체 영상이 국부 통계(local statistics)에 의존하여 부분영상(subimage)으로 분리된다고 가정되며, 각각의 부분영상이 비정적 평균에 대하여 서로 다른 정적 상관관계를 가진다고 가정된다. 제안된 영상모델을 바탕으로 영상 벡터 재정렬(reordering)과 토플리츠(Toeplitz) 행렬의 순환(Circulant) 행렬 근사화를 이용하여, 영상의 비대각(nondiagonal) 공분산 행렬의 역행렬을 효율적으로 계산하는 FFT기반의 잡음제거 알고리즘을 유도한다. 제안된 알고리즘의 결과가 NMNV 모델에 근거한 알고리즘의 결과보다 영상의 세부정보 (detailed information)를 더 잘 보존함을 실험적으로 보인다.

본 논문의 구성은 2장에서 기존의 LMMSE 필터를 간단히 설명하고, 3장에서 새로운 적응적 잡음제거 알고리즘을 유도하고 제안된 영상모델의 정당성을 입증한다. 4장에서 제안된 알고리즘의 실험결과를 보이고, 5장에서 결론을 맺는다.

2. 이론적 배경

이번 장에서는 제안하는 알고리즘의 기본이 되는 LLMMSE 필터[2]를 간단히 설명한다. 잡음에 의해서만 열화된 영상의 복원을 고려하면 영상의 열화 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g = f + n, \quad (1)$$

여기서 g , f , 그리고 n 은 각각 사전배열식(lexicographically)으로 정렬된 열화된 영상, 원래 영상, 그리고 평균이 0인 잡음을 나타낸다. 본 논문에서는 신호 독립

적인 가산 잡음만을 고려하기로 한다. 원래 신호 f 에 대한 Minimum mean square error(MMSE) 추정치(estimate)는 잘 알려진 바와 같이 조건부 평균 $E[f|g]$ 이지만, 일반적으로 비선형이며 f 와 n 의 확률밀도함수에 의존한다. 여기에 $E[n|f]=0$ 이라는 가정과 선형 속박(constraint)을 가하면 다음과 같은 linear minimum mean square error(LMMSE) 추정치를 얻을 수 있다.

$$\hat{f}_{LMMSE} = E(f) + C_f C_g^{-1} (g - E(g)), \quad (2)$$

여기서, $E(f)$, $E(g)$ 는 f 와 g 의 앙상블(ensemble) 평균이며 C_f 와 C_g 는 각각 f 와 g 의 공분산 행렬을 나타낸다. 일반적으로 공분산 행렬은 비정적이므로 이것의 역행렬을 계산할 때 FFT기법을 사용할 수 없다. NMNV와 더불어 영상의 백색과정을 가정하면 다음과 같이 화소 단위의 연산인 local linear minimum mean square error(LLMMSE) 필터를 얻을 수 있다.

$$\hat{f}_{LLMMSE}(i, j) = E(f(i, j)) + \frac{\sigma_f^2(i, j)}{\sigma_f^2(i, j) + \sigma_n^2(i, j)} \times (g(i, j) - E(g(i, j))) \quad (3)$$

여기서, σ_f^2 과 σ_n^2 는 각각 f 와 n 의 비정적 분산이다. 앙상블 통계치(ensemble statistics)들은 영상의 열화 모델에 근거하여 열화된 영상으로부터 국부 공간 통계치(local spatial statistics)로 대체되어야 하므로, 적응적 잡음제거 필터의 성능은 국부 공간 통계치의 계산에 사용된 방법에 크게 의존하게 된다. 국부 공간 통계치를 추정하기 위한 가장 간단한 방법은 다음과 같이 샘플(sample) 평균 및 분산을 정방향 창(window)으로부터 취하는 것이다.

$$\bar{g}(i, j) = \frac{1}{h} \sum_{k, j \in h} g(k, l), \quad (4)$$

$$\sigma_g^2(i, j) = \frac{1}{h} \sum_{k, j \in h} [g(k, l) - \bar{g}(i, j)]^2, \quad (5)$$

여기서, h 는 국부 창의 영역이며 $\bar{g}(i, j)$, $\sigma_g^2(i, j)$ 는 각각 $g(i, j)$ 의 국부공간평균 및 분산이다. 이러한 샘플 통계치는 영상의 평탄한(flat) 영역에서는 결과가 좋지만 영상의 에지를 심하게 번지게하는 단점이 있다. 이러한 점을 극복하기 위하여 다양한 에지 적응적 국부 공간 평균 추정 방법이 제안되어져 왔다[3,4]. 에지 적응적 국부 공간 평균 추정 방법의 바탕이 되는 아이디어는 국부 공간 평균값이 에지의 한쪽 영역에서만 추정되어야 된다는 점이다. 에지를 가로질러 국부 공간 평균값을 계산하지 않도록 본 논문에서는 다음과 같이 추정 구조에 간단히 이진 가중치(weight) 함수를 적용한다.

$$\bar{g}(i, j) = \frac{1}{\sum_{k, l} w_{k, l}} \sum_{k, l \in h} w_{k, l} [g(i, j) - g(k, l)] g(k, l), \quad (6)$$

여기서, 이진 가중치 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$w_{k, l}(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{if } \eta < T \\ 0 & \text{if } \eta \geq T \end{cases} \quad (7)$$

여기서, T 는 미리 정해진 문턱치(threshold)이며 본 논문에서는 경험적으로 결정한다. 이러한 에지적응적 국부공간평균 추정 방법을 통하여 차영상 $f - \bar{f}$ 는 샘플 평균치를 사용했을 때보다 더욱 백색잡음에 가까워지며 NMNV 모델은 필터링된 영상에서 에지의 선명도를 잘 유지하게된다. 하지만, NMNV 모델은 근본적으로 화소 사이에 상관관계가 없다고 가정하므로 영상의 세부 정보들을 잃게 된다. 이러한 점을 극복하기 위하여 다음 장에서 영상의 비정적 모델에 상관관계 가정을 포함시키는 방법을 소개한다.

3. 상관관계를 고려한 잡음제거 필터

식 (2)의 공분산 행렬의 역행렬을 계산량의 부담 없이 효율적으로 구하기 위해서 본 논문에서는 영상이 비정적 평균을 가지고 화소들 간의 상관관계가 오직 이웃한 영역(부분영상)에서만 정적으로 존재하며, 각각의 부분영상들은 서로 다른 상관관계 구조를 가진다고 가정한다. 이런 가정을 바탕으로 영상 벡터 재정렬 및 토플리츠 행렬의 순환 행렬 근사화를 이용하여 공분산 행렬의 특수한 구조를 이용한다.

편의상 영상 X 의 크기가 $MN \times MN$ ($N \ll M$)이라고 가정하면 영상 X 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_M \\ X_{M+1} & X_{M+2} & \dots & X_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{M^2-M+1} & X_{M^2-M+2} & \dots & X_{M^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서, 부분영상 X_k ($k=1,2,\dots,M^2$)의 크기는 $N \times N$ 이다. 재정렬된 벡터 x 는 $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{M^2}]^T$ 로 정의되며 여기서 x_k ($k=1,2,\dots,M^2$)는 해당하는 부분영상 X_k 의 사전배열식으로 정렬된 벡터이다. 화소의 상관관계가 오직 정해진 부분영상 내에서만 존재한다는 가정 아래, 재정렬된 벡터 x 의 공분산 행렬은 다음과 같이 블록 대각 형태가 된다.

$$C_x = \begin{bmatrix} C_x^{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_x^{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_x^{M^2 M^2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, C_x^{ii} ($i=1,2,\dots,M^2$)는 i 번째 부분영상의 공분산 행렬이며, 각 부분영상 내에서의 정적 상관관계 가정에 의해 C_x^{ii} ($i=1,2,\dots,M^2$)는 토폴리츠 형태가 된다.

FFT 기반의 잡음제거 알고리즘을 유도하기 위하여 다음과 같이 $M^2N^2 \times M^2N^2$ 변환 행렬 \bar{W} 를 정의한다.

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} W & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서, W 는 크기가 $N^2 \times N^2$ 이며 i, j 번째 원소는 다음과 같다.

$$W(k,i) = \exp[j\frac{2\pi}{N}ki], \text{ for } k,i=0,1,\dots,N-1 \quad (11)$$

W 의 역행렬은 다음과 같다.

$$\bar{W}^{-1} = \begin{bmatrix} W^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W^{-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서, W^{-1} 는 크기가 $N^2 \times N^2$ 이며 k, j 번째 원소는 다음과 같다

$$W^{-1}(k,i) = \exp[-j\frac{2\pi}{N}ki], \text{ for } k,i=0,1,\dots,N-1 \quad (13)$$

크기 $N \times N$ 인 순환행렬 H 는 식(11)과 (13)에 의하여 다음과 같이 대각화될 수 있다.[5]

$$D = W^{-1}HW \quad (14)$$

여기서, D 는 H 의 고유치(eigenvalue)를 원소로 가지는 대각행렬이다. 다시 말해서, 식 (14)는 1차원 DFT를 통한 순환행렬의 대각화를 나타낸다.

토폴리츠 행렬의 순환 행렬 근사화는 영상복원에서 영상입력 시스템 행렬의 역행렬을 DFT를 이용하여 구하는데 사용되어져 왔다. 토폴리츠 행렬의 순환 행렬 근사화의 정당성은 [6]에서 입증된 바 있다. 토폴리츠 행렬의 순환 행렬 근사화 [6]와 식 (14)에서 정의된 대각화를 이용하면, 식 (9)의 C_x 는 다음과 같이 대각화될 수 있다.

$$\bar{W}^{-1}C_x\bar{W} = \begin{bmatrix} W^{-1}C_x^{11}W & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & W^{-1}C_x^{MM}W \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, $W^{-1}C_x^{ii}W$ 의 대각 성분들은 i 번째 부분영상의

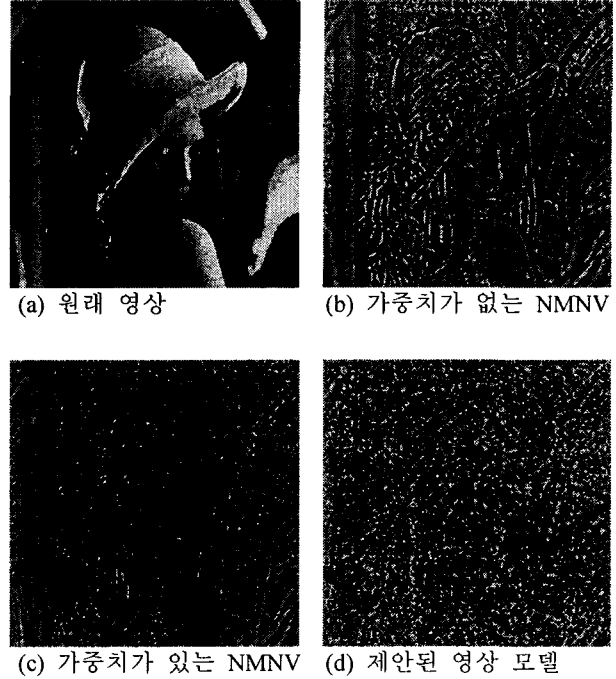


그림 1: 정규화된 차영상 (Normalized residual image)

공분산 행렬을 1차원 DFT를 통하여 대각화한 것이다. 영상 열화 과정 (1)을 재정렬된 g, f, n 으로 정의한 후, 식 (2)의 양변에 W^{-1} 을 곱하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\bar{W}^{-1}\hat{f} = \bar{W}^{-1}\bar{f} + (\bar{W}^{-1}C_f\bar{W})(\bar{W}^{-1}C_g\bar{W})^{-1} \times \bar{W}^{-1}(g - \bar{g}) \quad (16)$$

C_g 는 $g - \bar{g}$ 의 자기상관관계(autocorrelation) 행렬이고, 평균이 0인 잡음에 대하여 $E(f) = E(g)$ 이므로 식 (16)을 i 번째 부분영상에 대하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{f}_i(w) = \bar{g}_i(w) + \frac{S_{g_i - \bar{g}_i}(w) - S_{n_i}(w)}{S_{g_i - \bar{g}_i}(w)} \times (g_i(w) - \bar{g}_i(w)) \quad (17)$$

여기서, $\hat{f}_i(w), g_i(w), \bar{g}_i(w)$ 는 각각 $\hat{f}_i, g_i, \bar{g}_i$ 의 DFT이고, $S_{g_i - \bar{g}_i}(w), S_{n_i}(w)$ 는 각각 $g_i - \bar{g}_i$ 과 n_i 의 파워 스펙트럼(power spectrum)이다. 신호 독립적인 가산 잡음을 고려할 때, 영상입력시스템에서 $S_{n_i}(w)$ 는 측정할 수 있다고 가정한다. 식 (17)의 필터링된 결과 $\hat{f}_i(w)$ 는 다음과 같이 해석될 수 있다. $S_{g_i - \bar{g}_i}(w)$ 는 신호의 고주파 성분의 파워를 나타낸다. 영상의 평탄한 영역에서는 $S_{g_i - \bar{g}_i}(w) \approx S_{n_i}(w)$ 이므로 결과는 잡음이 낀 영상의 국부 가중치 평균값이 된다. 영상의 에지 영역에서는 $S_{g_i - \bar{g}_i}(w) \gg S_{n_i}(w)$ 이므로, 결과는 국부 가중치

평균값에 신호의 고주파 성분을 더 더해진 결과가 된다. 다시 말해서, 영상의 평탄한 영역에서는 잡음이 잘 제거되고, 반면에 영상의 에지 영역에서는 선명도가 잘 보존되게 된다.

제안한 영상 모델의 정당성을 입증하기 위하여 다음과 같은 특정 영상의 정규화된 차영상(normalized residual image)을 고려해보자.

$$v = A + B \times C_f^{-1} (f - \bar{f}) \quad (18)$$

여기서, \bar{f} 와 C_f 는 f 의 추정된 국부 평균 및 공분산 행렬이다. A 는 v 의 밝기를 유지하기 위한 상수이고, B 는 명암대비를 조절하기 위한 상수이다. NMNV 영상 모델에서는 식 (18)의 C_f 는 대각 행렬이 된다. 만약 영상모델이 근거있는 가정이라면, v 는 백색 잡음에 가까워져야 한다[2,3]. 그림 1에 이에 대한 실험결과가 $A=128, B=30$ 에 대하여 나타나 있다. 그림 1(a)는 원래 영상을 나타낸다. 그림 1(b)와 1(c)는 NMNV 영상 모델을 바탕으로 식 (18)에 의해 만들어진 영상이다. 그림 1(b)에서는 국부 통계치가 식 (4)와 식(5)에 의해 추정되었다. 그림 1(c)에서는 국부 평균값은 식(6)에 의해, 국부 분산은 해당 가중치에 대하여 다음과 같이 추정되었다.

$$\sigma_g^2(i, j) = \frac{1}{\sum_{k,l} w_{k,l}} \sum_{k,l} w_{k,l} [g(i, j) - g(k, l)] \times (g(k, l) - \bar{g}(i, j))^2 \quad (19)$$

국부 통계치가 에지를 가로질러 계산되지 않으므로 그림 1(c)의 차영상이 그림 1(b)의 차영상보다 에지 주위에 상관관계가 적으며 더욱 백색 잡음에 가까워 보인다. 그러나, 에지 영역에서 여전히 눈에 띄는 상관성을 관찰할 수 있다. 그림 1(d)는 제안된 영상 모델의 정규화된 차영상이다. 상관관계가 가중치 국부 평균과 비대각 공분산 행렬에 동시에 반영되어 있으므로, 그림 1(d)에는 그림 1(b)와 1(c) 보다 현저히 감소된 상관성을 보여준다. 이것은 제안된 영상모델이 영상의 평탄한 영역과 에지 영역에서 모두 합당함을 나타낸다. 이 실험에서는 7x7 2차원 창이 국부 통계치를 추정하는데 사용되었고, 가중치 함수의 문턱치는 30이 사용되었다. 부분영상의 크기는 8x8이 사용되었고, 각 부분영상의 공분산 행렬의 역행렬은 제안된 FFT 방법이 사용되었다.

4. 실험 결과 및 분석

제안된 잡음제거 방식의 성능을 평가하기 위하여 테스트 영상에 백색 잡음을 부가한 후 잡음제거에 대한 주관적 평가와 ISNR 및 MSE 관점에서의 객관적 평가를 수행했다. 제안된 필터는 식 (4)와 (5)의 샘플 평균 및 분산을 이용한 LLMSE 필터와 식 (6)과 (19)의 가중치 평균 및 분산을 이용한 WLLMMSE 필터의 결과와 비교되었다. 이 실험에서는 7X7 2차원 원

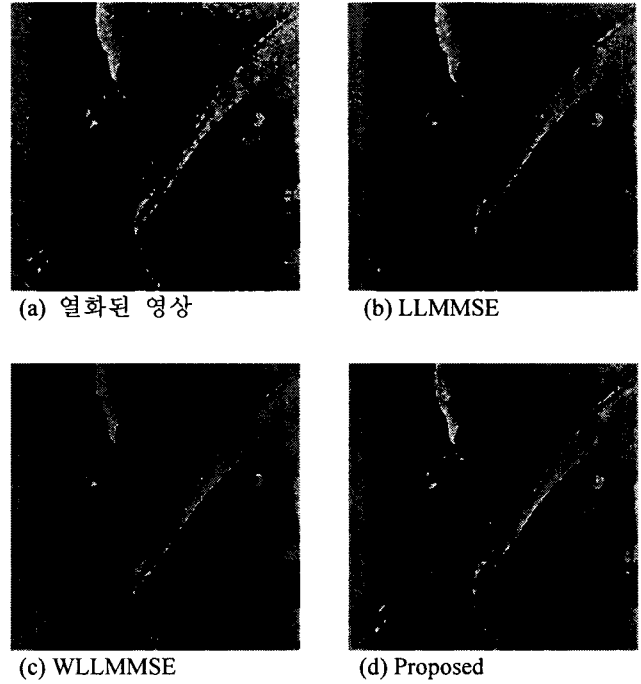


그림 2: 필터링된 결과

Algorithm	LLMMSE	WLLMMSE	Proposed
MSE	94.06	88.54	52.11
ISNR(dB)	4.58	4.84	7.14

표 1: 결과영상에 대한 비교

도우가 사용되었고 가중치 함수의 문턱치는 60이 사용되었으며, 부분영상의 크기는 8x8로 고정되었다. 그림 2는 10dB 가산 가우시안 잡음이 첨가된 영상에 대한 필터링된 결과를 보여준다. 그림 2(b)의 LLMSE의 결과와 비교했을 때, 그림 2(c)의 WLLMMSE의 결과는 국부 통계치가 에지를 가로질러 계산되어지지 않아 시각적으로 더 좋은 결과를 나타낸다. 이러한 결과는 표 1의 ISNR 및 MSE에도 반영되어 WLLMMSE의 객관적 성능이 더 우수함을 알 수 있다. 하지만, 이러한 NMNV 모델에 근거한 필터링의 결과에는 화소간의 상관관계가 없다는 가정으로 인하여 영상의 세부 정보들이 훼손되어 있다. 반면에, 상관관계 가정에 근거한 제안된 필터의 결과에는 영상의 세부 정보들이 보존되어 있음이 그림 2 (d)에서 시각적으로 관찰되어 지며, 이러한 결과는 표 1에 반영되어 제안된 필터의 결과가 높은 ISNR 및 낮은 MSE를 가진다.

5. 결론

본 논문에서는 LMMSE 필터를 바탕으로 영상의 비정적 상관관계 특성을 고려한 계산적으로 효율적인 적응적 잡음제거 알고리즘을 제안하였다. 비대각 공분산 행렬의 역행렬을 계산량의 부담 없이 계산하기 위하여, 본 논문에서는 영상의 평균값이 비정적이고 화소 간의 정적인 상관관계가 오직 이웃하는 부분영상에만 존재한다고 가정한다. 다시 말해서, 각각의 부분영상은 비정적인 평균값에 대하여 서로 다른 정적인

상관관계 구조를 가진다고 가정된다. 제안된 영상 모델의 정당성을 정규화된 차영상을 조사함으로써 규명하였다. 벡터 재정렬과 토폴리츠 행렬의 순환 행렬 근사화를 통하여 공분산 행렬의 특수한 구조를 이용, FFT에 기반한 LMMSE 필터를 유도하였다. 실험 결과, 제안한 필터의 결과가 NMNV 영상모델에 근거한 필터의 결과보다 성능이 더 좋음이 관찰되었다. 영상의 비정적 상관관계 가정을 통하여 개선된 결과가 객관적 평가 및 시각적인 측면에서 확인되었다.

참고 문헌

- [1] B. R. Hunt and T. M. Cannon, "Nonstationary assumptions for Gaussian models of images," *IEEE Trans. Syst., Man., Cybern.*, vol. SMC-6, pp. 876-881, Dec., 1976.
- [2] D. T. Kuan et al, "Adaptive Noise Smoothing Filter for Images with Signal-Dependent Noise," *IEEE Trans. Pattern Anal., Machine., Intell.*, vol. PAMI-7, no. 2, pp. 165-177, 1985.
- [3] S. Jiang and Alexander A. Sawchuk, "Noise Updating repeated Wiener filter and other adaptive noise smoothing filters using local image statistics," *Applied Optics*, vol. 25, no. 14, pp. 2326-2337, July, 1986.
- [4] W. J. Song and William A. Pearlman, "Edge-Preserving Noise Filtering Based on Adaptive Windowing," *IEEE Trans. Circuits and Systems.*, vol. 35, no. 8, pp. 1048-1055, Aug., 1988.
- [5] B. R. Hunt, "The application of constrained least squares estimation to image restoration by digital computer," *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-22, pp. 805-812, 1973.
- [6] R. M. Gray, "On the asymptotic eigenvalue distribution of Toeplitz matrices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-18, pp. 725-730, Nov., 1972.