

원통형 유전체에 대한 전자기파의 새로운 공진산란 이론

정용화^o, 안창희, 최명선*

영남대학교 전자정보공학과, 영남대학교 물리학과*

전화 : 053) 810-1526 / 팩스 : (053) 810-8230

New Resonance Scattering Theory of Electromagnetic Waves for a Homogeneous Dielectric Cylinder

Yonghwa Jung, Chang-Hoi Ahn, Myoungseon Choi*

School of EECS, Department of physics*, Yeungnam University

E-mail : braveshiny@hotmail.com

Abstract

The new RST is recently developed by the product expansion of the scattering functions in the field of acoustics. The new formulation suggests that the scattering coefficients consist of resonance, non-resonance, and their interactional components. In the scattering problems of acoustic waves, the moduli and phase of the resonance coefficient are obtained the appropriate results through the new RST. In our recent works the new RST was successfully applied to the scattering problem of electromagnetic waves for coated conducting cylinder and sphere. In this paper, the new RST is applied to the 2-dimensional scattering problem of electromagnetic waves for a homogeneous dielectric cylinder, and the numerical results are compared with the previous RST.

I. 서론

과거 수십 년 동안 음파, 전자기파, 및 탄성파에 의한 산란장의 예측, 측정 그리고 이를 이용하려는 수많은 이론적, 수치적, 실험적 방법들이 개발되어 왔다. 해석 주파수 영역에 따라 Rayleigh 정규모드, Watson Sommerfeld의 적분법, Keller method의 이론 등이 개발되었다. 또한 내부 공진이 일어나는 주파수 영역에서 산란장은 매우 복잡하기 때문에 이 영역에서 산란장 해석을 위해서 RST(Resonance Scattering Theory)와 SEM(Singularity Expansion Method)등의 방법이 사용되었다. 특히 Uberall등에 의해서 확립된 RST는 물체와 산란장의 상호관계를

물리적으로 정확하게 해석하게 해준다[1]. 물리학의 핵산란이론의 수식체계와 유사한 RST는 산란장이 공진성분과 비공진성분인 배경성분으로 구성되어 있다고 가정하고 수치적으로 적당한 배경성분을 제거하여 공진성분을 추출하였다. 음향학 분야에서는 원통, 구형 및 적층셀에 이르기까지 다양한 모델에 대해서 RST의 적용이 이루어져왔고, 또한 공진성분을 추출하기 위한 MIIR라는 실험적 방법도 개발되어 왔다 [2]. 한편 기존의 RST에서는 산란장에서 추출한 공진성분이 그 크기는 잘 일치하나, 위상은 바르지 못했다.

최근 음향학 분야에서 새로운 RST를 개발하여 크기뿐만 아니라 위상도 정확하게 구했다[3]. 이 방법은 유전체 코팅된 원통형 도체 및 구형도체의 전자파 공진 산란해석에 성공적으로 적용되었는데[4][5], 본 논문에서는 새로운 RST를 원통형 유전체에 의한 산란장에 적용하였다.

II. 원통형 유전체의 산란계수

원통, 구형등의 간단한 구조에 의한 산란장 해석은 중요하고 기본적인 문제로서 Mie 등 여러 연구자들에 의해 연구되어 왔고, 이론적으로 정확한 해가 알려져 있다[6][7]. 그림 1은 반지름이 a 인 원통형 유전체(ϵ_1)를 향해 원통축(z)에 수직으로 전자기파가 x -방향으로 입사하는 경우로 원통축에 대하여 TM모드와 TE모드로 나눌 수 있다. 시간함은 $e^{-i\omega t}$ 를 기준으로 하였다.

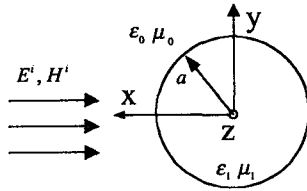


그림1. 원통형 유전체에 수직으로 입사하는 전자기파
Fig. 1 Geometry for a homogeneous dielectric cylinder

TM모드와 TE모드의 산란장은 각각 식(1)과 식(2)과 같이 Rayleigh정규모드(혹은 부분파)로 각각 표현된다.

$$E^s = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-i)^n R_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r) \cos n\phi \quad (1)$$

$$H^s = H_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-i)^n R_n^{TE} H_n^{(1)}(k_0 r) \cos n\phi \quad (2)$$

여기서, c_n 은 모드 $n=0$ 일 때 1이고, $n>0$ 일 때 2이다. $k_0 (= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$ 는 공기의 파수이고, $H_n^{(1)}$ 은 원통형 1차 Hankel 함수이다. R_n^{TM}, R_n^{TE} 은 경계조건에 의해 구해지는 Mie산란계수로서 TM모드와 TE모드에서 식(3)과 식(4)으로 각각 표현된다.

$$R_n^{TM} = -\frac{m_1 J_n(k_0 a) J_n'(k_1 a) - J_n'(k_0 a) J_n(k_1 a)}{m_1 H_n^{(1)}(k_0 a) J_n'(k_1 a) - H_n^{(1)}(k_0 a) J_n(k_1 a)} \quad (3)$$

$$R_n^{TE} = -\frac{m_2 J_n(k_0 a) J_n'(k_1 a) - J_n'(k_0 a) J_n(k_1 a)}{m_2 H_n^{(1)}(k_0 a) J_n'(k_1 a) - H_n^{(1)}(k_0 a) J_n(k_1 a)} \quad (4)$$

여기서 $m_1 = k_1 \mu_0 / k_0 \mu_1$ 이고, $m_2 = k_1 \epsilon_0 / k_0 \epsilon_1$ 이며, 각각의 식을 정규 임피던스와 어드미턴스가 포함된 식으로 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_n^{TM} = -\frac{J_n(k_0 a) - iZ_n J_n'(k_0 a)}{H_n^{(1)}(k_0 a) - iZ_n H_n^{(1)'}(k_0 a)} \quad (5)$$

$$R_n^{TE} = -\frac{J_n(k_0 a) - iY_n J_n'(k_0 a)}{H_n^{(1)}(k_0 a) - iY_n H_n^{(1)'}(k_0 a)} \quad (6)$$

식(5), 식(6)에서 정규화된 임피던스 iZ_n 와 어드미턴스 iY_n 는 식(7)과 식(8)으로 주어진다.

$$iZ_n = \frac{k_0 \mu_1}{k_1 \mu_0} \frac{J_n(k_1 a)}{J_n'(k_1 a)} \quad (7)$$

$$iY_n = \frac{k_0 \epsilon_1}{k_1 \epsilon_0} \frac{J_n(k_1 a)}{J_n'(k_1 a)} \quad (8)$$

여기서 $\mu_1 (\mu_1 = \mu_0)$ 과 $k_1 (= \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1})$ 는 각각 유전체의 비투자율과 파수이다. 그리고 J_n 은 1종 Bessel함수이고, J_n' 은 $k_1 a$ 에 대한 미분을 나타낸다.

III. 기존의 공진산란 이론

전체의 전체장을 입사장과 산란장의 합으로 나타낼 때 TM모드인 경우 식(9)과 같이 표현된다.

$$E^t = E^i + E^s = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-i)^n \times [J_n(k_0 r) + R_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r)] \cos n\phi \quad (9)$$

전체장을 내부로 향하는 파와 밖으로 향하는 파의 합으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$E^t = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n \frac{(-i)^n}{2} \times [H_n^{(2)}(k_0 r) + S_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r)] \cos n\phi \quad (10)$$

여기서 S_n^{TM} 는 부분파 산란함수(partial wave scattering function)로서 산란계수 R_n^{TM} 과의 관계는 식(9)과 식(10)에 의해서 다음과 같이 주어진다.

$$S_n^{TM} = 1 + 2R_n^{TM} \quad (11)$$

한편, 원거리에서 전계의 산란장은 Hankel함수의 근사식(12)을 이용하여 식(13)과 같이 표현된다.

$$H_n^{(1)}(k_0 r) \approx \left(\frac{2}{i\pi k_0 r} \right) i^{-n} e^{ik_0 r} \quad (12)$$

$$E^s \approx E_0 \left(\frac{a}{2r} \right)^{1/2} e^{i(k_0 r - \omega t)} \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\phi, x_0) \quad (13)$$

여기서 $x_0 = k_0 a$ 이고, $f_n(\phi, x_0)$ 은 부분파형태함수(partial wave form function)라 불리며 다음과 같이 나타내어진다.

$$f_n(\phi, x_0) = c_n(S_n^{TM} - 1) (i\pi x_0)^{-1/2} \cos n\phi \quad (14)$$

한편, 전자기파가 내부로 전파하지 못하는 원통형 완전도체의 산란계수와 부분파산란함수는 TM모드의 경우 각각 식(15)와 식(16)으로 주어지는데, 이를 배경성분으로 생각할 수 있다.

$$R_n^{TM(PEC)} = R_n^{TM(b)} = -\frac{J_n(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (15)$$

$$S_n^{TM(PEC)} = S_n^{TM(b)} = -\frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (16)$$

식(14)의 부분파형태함수에서 $S_n^{TM} - 1$ 성분을 식(16)의 원통형 완전도체의 부분파산란함수를 이용하여 나타내면 다음 식과 같다.

$$S_n^{TM} = S_n^{TM(b)} \frac{z_n^{(2)} - 1/iZ_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (17)$$

여기서 $z_n^{(i)}$ ($i=1,2$)는 식(18)과 같이 실수성분과 허수성분으로 나타낼 수 있다.

$$z_n^{(i)} = r_n^{TM} \pm i\Delta_n^{TM} \quad (18)$$

여기서 $i=1$ 일 때 '+'이고, $i=2$ 일 때는 '-' 이

다. 식(18)을 이용하여 식(17)을 전개하면 핵산란의 공진수식 체계와 유사한 공진성분 $G_n(\phi)$ 함수와 비공진성분인 배경성분 $F_n(\phi)$ 함수의 합으로 표현할 수 있다.

$$S_n^{TM} - 1 = G_n(\phi) + F_n(\phi) = 2ie^{2i\xi_n^{TM}} \left(\frac{\Delta_n^{TM}}{1/iZ_n - r_n^{TM} - i\Delta_n^{TM}} + e^{i\xi_n^{TM}} \sin \xi_n^{TM} \right) \quad (19)$$

여기서 공진주파수는 물리적으로 실수이므로, $1/iZ_n = r_n^{TM}$ 의 조건에서 결정된다. TE모드의 경우에도 식(20)에 의해 산란계수 R_n^{TE} 를 부분파산란함수 S_n^{TE} 로 표현하여 원거리에서 산란장의 부분파형태함수를 식(21)과 같이 얻을 수 있다.

$$S_n^{TE} = 1 + 2R_n^{TE} \quad (20)$$

$$f_n(\phi, x_0) = c_n(S_n^{TE} - 1) (i\pi x_0)^{-1/2} \cos n\phi \quad (21)$$

여기서 $(S_n^{TE} - 1)$ 를 공진성분과 배경성분의 합으로 표현한다면 식(22)과 같다.

$$S_n^{TE} - 1 = G_n(\phi) + F_n(\phi) = 2ie^{2i\xi_n^{TE}} \left(\frac{\Delta_n^{TE}}{iY_n - r_n^{TE} - i\Delta_n^{TE}} + e^{i\xi_n^{TE}} \sin \xi_n^{TE} \right) \quad (22)$$

기존의 공진산란이론에서는 식(19)과 식(22)과 같이 산란계수가 공진성분과 배경성분의 합으로 되어 있다고 가정하고, 적당한 배경성분을 제거하여 공진성분을 추출했다.

IV. 새로운 공진산란이론

부분파산란함수 S_n 은 unitarity조건에 의해 식(23)과 같이 배경성분과 공진성분의 곱으로 표현할 수 있다[8].

$$S_n = S_n^{(b)} S_n^{(res)} \quad (23)$$

배경성분의 부분파산란함수 $S_n^{(b)}$ 는 식(24)과 같이 표현한다.

$$S_n^{(b)} = 1 + 2R_n^{(b)} \quad (24)$$

본 연구에서는 배경성분의 산란계수 $R_n^{(b)}$ 및 부분 파산란함수 $S_n^{(b)}$ 는 TM 모드인 경우는 식(15),(16)과 같고, TE모드인 경우는 다음 식과 같이 표현되는, 원원통형 완전도체의 산란계수를 사용했다.

$$R_n^{TE(b)} = -\frac{J_n'(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (25)$$

$$S_n^{TE(b)} = -\frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (26)$$

한편 부분파산란함수 S_n 는 식(16),(26)으로 표현되는 배경성분 부분파산란함수 $S_n^{(b)}$ 에 의해서 정리하면 TM모드와 TE모드는 각각 식(27), 식(28)과 같이 표현된다.

$$S_n^{TM} = S_n^{TM(b)} \frac{z_n^{(2)} - 1/iZ_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (27)$$

$$S_n^{TE} = S_n^{TE(b)} \frac{1/z_n^{(2)} - iY_n}{1/z_n^{(1)} - iY_n} \quad (28)$$

여기서 S_n^{TM} , S_n^{TE} 은 각각 TM모드 TE모드의 부분파산란함수를 나타내며, $z_n^{(1)}$ 과 $z_n^{(2)}$ 은 식(29)과 같다.

$$z_n^{(1)} = \frac{H_n^{(1)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)}, \quad z_n^{(2)} = \frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(2)}(x_0)} \quad (29)$$

공진성분부분파산란함수는 식(30)과 같이 주어진다.

$$S_n^{(reso)} = 1 + 2R_n^{(reso)} \quad (30)$$

여기서 공진산란계수 $R_n^{(reso)}$ 은 식(27)과 식(28), 그리고 식(30)에 의해서 구할 수 있다.

$$R_n^{TM(reso)} = \frac{-i\Delta_n^{TM}}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n}, \quad R_n^{TE(reso)} = \frac{-i\Delta_n^{TE}}{1/z_n^{(1)} - iY_n} \quad (31)$$

여기서 $R_n^{TM(reso)}$ 과 $R_n^{TE(reso)}$ 은 각각 TM모드와 TE모드의 공진산란계수를 나타내며, Δ_n^{TM} 는 $z_n^{(1)}$ 의 허수성분을, Δ_n^{TE} 는 $1/z_n^{(1)}$ 의 허수성분을 나타낸다. 한편 식(24)과 식(30)을 식(23)에 대입하여 S_n 을 산란계수 R_n 으로 표현하면 식(32)과 같이 표현된다.

$$R_n = R_n^{(b)} + R_n^{(reso)} + 2R_n^{(reso)}R_n^{(b)} \quad (32)$$

식(32)에서 우변의 첫째항의 배경산란계수 $R_n^{(b)}$ 을 좌변으로 옮긴 후 절대값으로 표현하면 식(33)의

unitary 조건에 의해 식(34)과 같이 표현된다.

$$|S_n^{(b)}| = |2R_n^{(b)} + 1| = 1 \quad (33)$$

$$|R_n - R_n^{(b)}| = |R_n^{(reso)}| \quad (34)$$

식(34)에서 우변의 $R_n^{(reso)}$ 은 새로운 공진산란이론에서 구한 공진성분 산란계수로서, 배경성분을 제거하여 공진성분을 추출하는 좌변과 그 크기가 같다. 한편 식(32)에서 산란계수 R_n 은 배경성분, 공진성분, 그리고 배경성분과 공진성분의 상호간섭항의 합으로 주어지는데 위상은 기존의 공진산란이론과 다를 수 있다.

VI. 계산결과 및 결론

본 연구에서는 새로운 공진산란이론을 확장하여 원통형 유전체에 의한 전자기파의 산란파문제에 적용했다. 수치계산에서 적당한 전체산란장에서 배경성분을 제거하는 기존의 공진산란이론과, 직접 공진산란계수를 이용하여 구한 새로운 이론을 비교하였다.

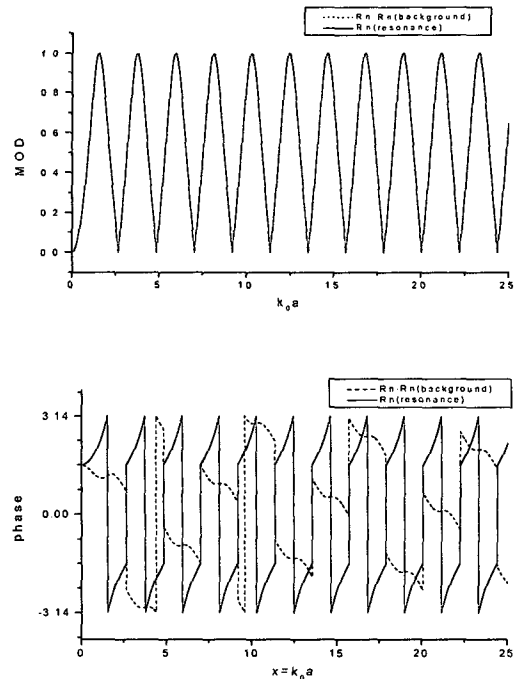


그림 2. 기존의 공진산란이론(점선)과 새로운 이론에서 구한 산란계수(실선)의 비교 (TM모드, n=1)
Fig. 2 Comparison of the moduli and the phase of the new RST(solid line) and the previous RST (dotted line) of the scattering coefficient (TM mode , n=1)

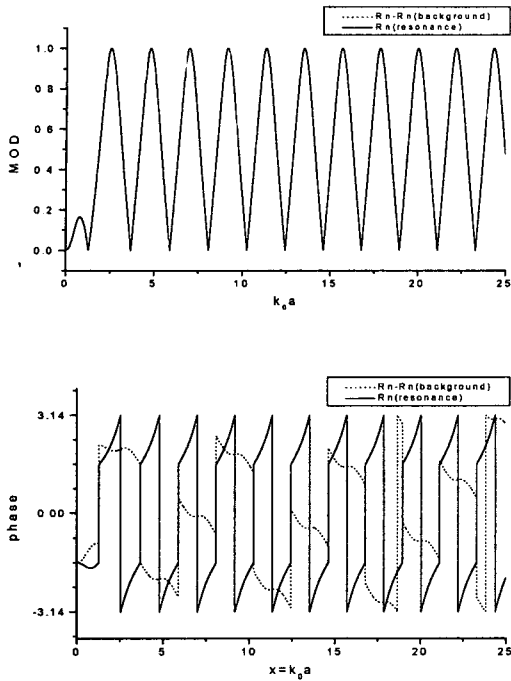


그림 3. 기존의 공진산란이론(점선)과 새로운 이론에서 구한 산란계수(실선)의 비교 (TE모드, n=1)
 Fig. 3 Comparison of the moduli and the phase of the new RST(solid line) and the previous RST (dotted line) of the scattering coefficient (TE mode, n=1)

그림 2와 그림 3은 각각 TM모드와 TE모드인 경우로 산란계수의 공진성분의 크기와 위상을 나타낸다. 여기서 모드는 n=1, 원통의 비유전율은 2.1을 사용하였다. 공진성분의 크기에서는 기존의 이론과 새로운 이론이 일치함을 보여준다. 한편 공진 성분의 위상은 공진주파수에서 위상도약(2π)이 나타난다. 결과에서 위상도약이 기존의 공진이론에서는 공진영역 이외에서 나타나지만, 새로운 공진이론으로 구한 위상에서는 공진영역에서만 위상도약이 나타나므로 물리적으로 타당하다고 볼 수 있다.

참고문헌

[1] L. Flax, L. R. Dragonette, H. Uberall, "Theory of elastic resonance excitation by sound scattering", J. Acoust. Soc. Am. 63, pp. 723-731, 1978.
 [2] H. Uberall, *Acoustic Resonance Scattering*, Gordon and Breach Science, 1992.
 [3] M. S. Choi, "New formulation of the resonance scattering theory", J. Acoust. Soc. Am. 101, pp. 2491-2495, 1997.

[4] 정용화, 안창희, 최명선, "유전체 코팅된 원통형 도체에 대한 전자기파의 공명산란 이론", 전자파 기술 학술대회, pp. 109-112, 2000.
 [5] 정용화, 안창희, 최명선, "유전체 코팅된 도체구에 대한 새로운 공명산란이론", 추계 마이크로파 및 전파학술 대회, pp. 407-410, 2000.
 [6] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, 1941.
 [7] D. E. Barrick, *Radar Cross Section Handbook*, PLENUM Press. Vol. 1, New York, 1970.
 [8] P. L. Marston, "Predict expansion of the S function for scattering from elastic spheres having multiple resonance", J. Acoust. Soc. Am. Suppl. 84, pp. 185. 1988.