

Flattened Helix 구조에서 복소전파상수

고 지환*, 조영기**

* 금오공과대학교 전자공학부

** 경북대학교 전자.전기공학부

COMPLEX PROPAGATION CONSTANT IN THE FLATTENED HELIX STRUCTURE

J. W. Ko*, Y. K. Cho**

* Kumoh National University of Technology

** Department of Electronics, Kyungpook National University

요 약

접지된 유전체위에 스트립 격자에 대해 파가 비스비스듬하게 도파할 경우에 비교적 평탄한 Helix 구조로 볼수 있으며 이때 누설파 안테나 관점에서 복소전파상수와 복사패턴을 구하는 방법을 제시하였다. 그리고 유전체 두께가 매우 얇은 경우와 비교적 두꺼운 경우에 대하여 유전체 내부에서 파가 스트립 격자를 가로질러 도파하거나 비스듬하게 도파하는 경우에 복소전파상수와 복사패턴을 수치 계산하여 비교 고찰하였다.

I. 서 론

접지된 유전체 위에 주기적인 스트립 격자구조는 초고주파대역에서 광파대역에 이르는 넓은 주파수 범위에서 사용되고 있고 있으며[1], 반사격자(reflection grating)의 관점과 누설파 안테나 관점으로 구별된다.

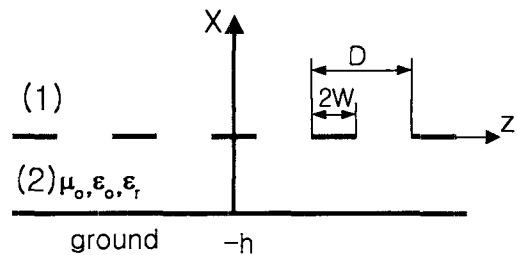
누설파 안테나 관점에서의 연구로 R.E.Collin[2]은 단면공진방법과 근사적인 그린함수를 이용하여 해석한 이후, 여러가지 방법으로 복소전파상수를 구하는 연구가 수행되어 왔다[3-4]. 누설파 안테나 관점에서의 연구도 fast wave structure와 slow wave structure 두 가지로 나누어 정리할 수 있다. 하나의 주빔이 필요한 누설파 안테나의 경우에 fast wave structure를 사용하여 구현하고자 할때는 $m=0$ 의 공간고조파(space harmonic)를 복사하게 되며 복사빔의 방향은 전방방향으로 향하게 되고, slow wave structure를 사용하여 구현하고자 할때는 $m=-1$ 의 공간고조파를 복사하게 되는데 유전체의 유전

율이 작은 경우는 복사빔의 방향이 주로 후방방향으로 향하게 되고 유전율이 상대적으로 큰 경우에는 복사빔의 방향이 전방과 후방의 모든 방향으로 가능하게 된다 [4]. 이러한 연구들은 파가 스트립 격자를 가로질러 진행하면서 복사되는 경우에 대한 연구 결과이다.

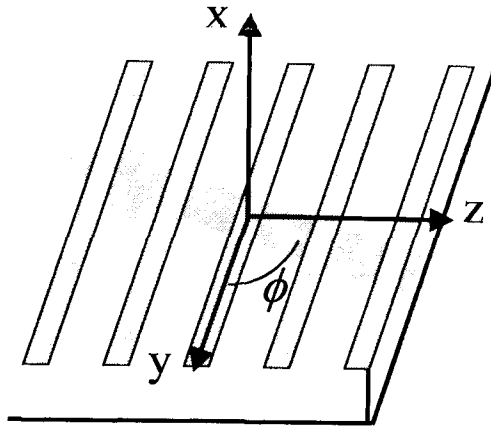
본 연구에서는 파가 유전체 내부에서 스트립 격자에 대해 비스듬하게 도파할 때 비교적 평탄한 Helix 구조에서 파가 도파하는 것으로 볼수 있으며 이때의 누설파 안테나 관점에서 복소전파상수를 구하는 방법을 제시하고 복사패턴을 다루고자 한다. 복소전파상수를 구하는 방법으로는 파수영역방법(spectral domain method)과 sampling 이론을 결합한 방법이 사용되었고, 누설파 안테나로서의 복사패턴은 가역정리를 사용하여 간편하게 구하였다.

II. 본 론

본 논문에서 다루는 주기적인 스트립 격자 구조는 그림 1.과 같다. 스트립 격자의 폭은 a , 주기는 d 그리고 유전체 두께는 h 로 둔다.



(a) 단면도



(b) 평면도

그림 1. 접지된 유전체위의 주기적인 스트립 격자구조
그림 1.과 같은 구조에서 스트립 도체격자에 흐르는 유도전류(induced current)에 의한 각 영역(1),(2)의 전자계는 다음과 같이 Maxwell 방정식을 을 만족하는 y,z 방향 성분의 Electric Hertz Vector 와 전자계 다음과 같다[5,6].

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \chi_i^2 \right) \begin{Bmatrix} \Pi_{iy}(x,z)\bar{y}_o \\ \Pi_{iz}(x,z)\bar{y}_o \end{Bmatrix} = 0 \quad i=1,2 \quad (1)$$

$$E_{iy} = \chi_i^2 \Pi_{iy} + jk_y \frac{\partial \Pi_{iz}}{\partial z} \quad (2)$$

$$E_{iz} = jk_y \frac{\partial \Pi_{iy}}{\partial z} + (k_o^2 \epsilon_r + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \Pi_{iz} \quad (3)$$

$$H_{ix} = -j\omega \epsilon_o \epsilon_r \frac{\partial \Pi_{iz}}{\partial x} \quad (4)$$

$$H_{iz} = j\omega \epsilon_o \epsilon_r \frac{\partial \Pi_{iy}}{\partial x} \quad (5)$$

여기서 첨자 i 는 각 영역을 나타내고 $\chi = \sqrt{k_o^2 \epsilon_r - k_y^2}$ 로 영역 1 에서 유전율은 1 로 놓는다. 위의 식(1~5)을 다음 식의 정의와 같이 푸리에 변환하고 전자계의 경계조건을 부과하여 각 영역을 전자계를 유도한다.

$$\tilde{\Pi}_{iy(z)}(x, \zeta_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_{iy(z)}(x, z) e^{j\zeta_z z} dz \quad (6)$$

그리고 도체 스트립 격자 표면의 표면전류밀도는 chebyshev 다항식의 급수와 가장자리 조건을 만족하는 함수의 곱으로 표현하면

$$J_y = e^{j(k_y y + k_z z)} \sum_v A_v \frac{T_v(\tilde{z}/w)}{\sqrt{1 - (\tilde{z}/w)^2}} \quad (7a)$$

$$J_z = e^{-j(k_y y + k_z z)} \sum_u B_u T_u(\tilde{z}/w) \sqrt{1 - (\tilde{z}/w)^2} \quad (7b)$$

로 주어지며, 여기서에서 T_v 는 1 종 Chebyshev 다항식을 의미하고 A_v 와 B_u 는 미지의 전개 계수이며 그리고 \tilde{z} 는 $\tilde{z} = z - nd$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 로서 표현된다.

그림 1(b)에서 파가 스트립 격자에 비스듬하게 도파한다고 하면 스트립 격자 사이로 파가 누설되어 진행 방향의 파수는 복소량($\beta - j\alpha$)을 가지며, 이로써 y,z 방향의 파수는 각각 $k_y = (\beta - j\alpha) \cos \phi$, $\zeta_z = (\beta - j\alpha) \sin \phi$ 로 둘 수 있다.

각 영역의 전자계를 유도하였다고 하면 식(6)에서 미지계수를 구하기 위해 스트립 상에서 y,z 방향의 전개성분이 영이되는 조건을 부과하고 샘플링 이론을 도입하면 다음과 같이 행렬형태로 표현된 동차방정식 얻을 수 있다[6].

$$\begin{bmatrix} K_{vu}^{00} & K_{vu}^{01} \\ K_{vu}^{10} & K_{vu}^{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_v \\ B_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

위식에서 보는 바와 같이 누설파 안테나의 관점에서 입사파가 없는 경우에 해당되므로 동차방정식의 형태로 주어진다. 해를 갖기 위해서는 행렬식이 영이 되어야 하므로 이 조건에서 복소전파상수를 수치적으로 구하게 된다.

그림 1(b)과 같이 비스듬하게 도파하는 경우에 복소전파상수를 구하였다고 하면 이로부터 복사패턴을 구할 수 있다. 복사패턴은 stationary phase 방법을 사용하여 구할 수도 있는데 본 논문에서는 가역정리를 사용하여 간편하게 유도하였다. 먼저 그림 2 와 같이 원점에서 충분히 멀리 떨어진 곳에 N 개의 스트립 상에 흐르는 전류를 복사원으로 하여 접지된 유전체가 없을때 원점에서의 전자계를 구하고자 한다. 여기서 N 개만 고려하는 것은 무한 구조의 누설파 안테나에서 복사패턴을 정의할 때 그 이상의 갯수를 고려해도 복사패턴 자체의 모습이 크게 변하지 않도록 정한 갯수이며 이는 스트립 상에 흐르는 전류밀도가 z 의 음의 방향으로 가면서 감쇄정수(α)에 의해 지수함수적으로 감쇠한다는 사실에 기인한다. 이러한 복사패턴의 정의는 실제적으로 유한한 갯수의 주기적인 스트립 격자구조로 구성된 누설파 안테나의 패턴과 비교할때 기준패턴으로서의 개념적인 유용성을 갖는다.

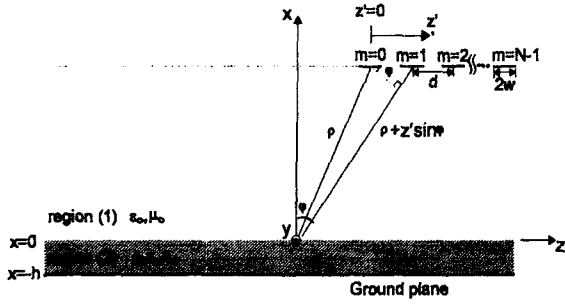


그림 2. 가역정리를 이용하여 복사패턴을 구하는 과정

그림 2.에서 원거리에 있는 N 개의 스트립전류원에서 복사된 파가 원점에서 도달할때 프라운호프 근사를 적용하면 자계벡터포텐셜은

$$A_y(0, y, 0) \cong \frac{\mu_0}{\sqrt{j8\pi\chi\rho}} e^{jk_y y} e^{-j\chi\rho} I_y \quad (9a)$$

$$A_z(0, y, 0) \cong \frac{\mu_0}{\sqrt{j8\pi\chi\rho}} e^{jk_y y} e^{-j\chi\rho} I_z \quad (9b)$$

로 표현되고, ρ 는 그림 2.에서 주어진 N 개의 스트립 중에서 첫번째 스트립의 중심점 (x', y') 과 원점사이의 거리로서 $\rho = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ 을 의미하며 I_y 와 I_z 는 다음식과 같다.

$$I_y = \pi W \frac{1 - e^{j r_o N d}}{1 - e^{j r_o d}} \sum_v A_v j^v J_v(r_o W) \quad (10a)$$

$$I_z = \pi W \frac{1 - e^{j r_o N d}}{1 - e^{j r_o d}} \sum_v B_v j^v \frac{(v-1)}{r_o W} J_{v+1}(r_o W) \quad (10b)$$

여기서 r_o 는 $r_o = \zeta_z - \chi \sin \phi$ 를 의미한다. 식(9)으로 부터 자계를 수하기 위해 $H = 1/\mu_o \nabla \times A$ 의 관계식을 사용하고 원통좌표계 성분으로 변환하면 다음식과 같이 기술할 수 있다.

$$H_\rho = A_o e^{jk_y y} \frac{e^{-j\chi\rho}}{\sqrt{\rho}} (jk_y \cos \phi) I_z \quad (11a)$$

$$H_y = A_o e^{jk_y y} \frac{e^{-j\chi\rho}}{\sqrt{\rho}} (j\chi \cos \phi) I_z \quad (11b)$$

$$H_\phi = -A_o e^{jk_y y} \frac{e^{-j\chi\rho}}{\sqrt{\rho}} (j\chi I_y + jk_y \sin \phi I_z) \quad (11c)$$

그리고 전계는 $\nabla \times H = j\omega\epsilon_o E$ 관계식에 원거리장에서 주된 기여 항만 남겨서 정리하면 쉽게 유도될수 있고 각 전계성분을 E_ρ, E_y, E_ϕ 표시하자. 앞서 구한 전자기 성분에서 접지된 유전체층을 반영하기 위해 원통좌표계의 전자기계를 직각좌표계로 변환하고, x 방향에 대해 전자기계를 TE 파와 TM 파로 분리하여 접지된 유

전체 층에 의한 반사파를 고려한 전체 전자기계를 기술하면 다음과 같다.

$$E'_x = E_x^{TM} (1 + R^{TM}) \quad (12a)$$

$$E'_{y(z)} = E_{y(z)}^{TE} (1 + R^{TE}) + E_{y(z)}^{TM} (1 - R^{TM}) \quad (12b)$$

$$H'_x = H_x^{TE} (1 + R^{TE}) \quad (12c)$$

$$H'_{y(z)} = H_{y(z)}^{TE} (1 - R^{TE}) + H_{y(z)}^{TM} (1 + R^{TM}) \quad (12d)$$

여기서 R^{TE}, R^{TM} 은 반사계수로서 각각 다음과 같이 주어진다.

$$R^{TE} = \frac{k_{1x} + jk_{2x} \cot k_{2x} h}{k_{1x} - jk_{2x} \cot k_{2x} h} \quad (13a)$$

$$R^{TM} = \frac{\epsilon_r k_{1x} - jk_{2x} \tan k_{2x} h}{\epsilon_r k_{1x} + jk_{2x} \tan k_{2x} h} \quad (13b)$$

위의 식을 다시 원통좌표계의 전자기 성분 ($E'_\rho, E'_y, E'_\phi, H'_\rho, H'_y, H'_\phi$)으로 간단하게 변환할 수 있다. 식(12)의 전자기계은 이미 언급한 바와 같이 원점에서 충분히 멀리 떨어진 점에 있는 N 개의 스트립 전류 밀도에 의한 유전체 바로 위인 원점에서의 전자기 성분을 의미하는데 가역정리에 의해서 접지된 유전체층 바로 위에 N 개의 스트립 전류밀도에 의한 전자기 성분으로 볼 수 있다. 그리고 구한 전자기계로 부터 원통좌표계에 대한 복소 포인팅 P는 다음식에서 구할 수 있다.

$$p_\rho = \frac{1}{2} (E'_y H'_\phi - E'_\phi H'_y) \quad (14a)$$

$$p_y = \frac{1}{2} (E'_\phi H'_\rho - E'_\rho H'_\phi) \quad (14b)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} (E'_\rho H'_y - E'_y H'_\rho) \quad (14c)$$

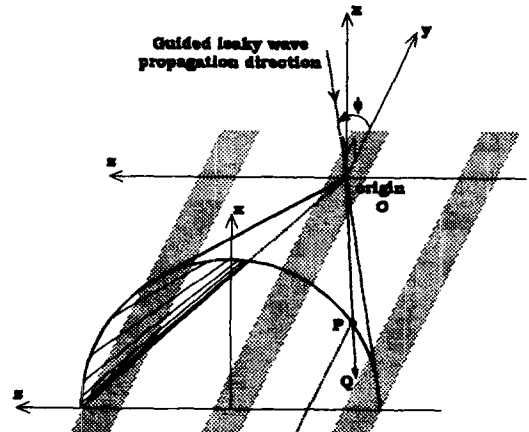


그림 3. k_y 가 일정한 원호와 포인팅벡터

앞서 구한 전파상수 k_y 는 동일한 성분을 가지므로 원점으로 부터 각 좌표축에 대하여 파수로 대체하면 k 벡터는 그림 3 에서 보는 바와 같이 깔때기 모양을 그리게 된다. 원점에서 깔때기의 종단 테두리의 한 점 P 를 거쳐서 Q 점에 이르는 선분에서 벡터 PQ 의 방향은 누설파가 진행해 가는 포인팅벡터 P 의 실수부로 볼 수 있다.

III. 수치 해석 결과 및 고찰

앞 절에서는 주기적인 스트립 구조에 대하여 복소 전파상수와 복사패턴을 구하는 문제를 다루었다. 복소 전파상수를 계산하기 위해 주파수는 10.84GHz, 스트립 주기 $D=18.75\text{mm}$, $2W/D=0.5$, $H/D=0.15$ 로 유전체 두께가 매우 얇은 경우에 도파모드가 TM 파로 두고 먼저 스트립 격자를 가로질러 진행할 때 즉 $\phi=90^\circ$ 인 경우에 복소전파상수를 구하여보면 β [rad/m]- $j\alpha$ [Np/m]= $233.689-j8.273$ 이고, $\phi=70^\circ$ 인 경우에는 $230.398-j8.589$ 로 약간의 변화만 있었으며 복사패턴은 그림 4.에 나타내었다.

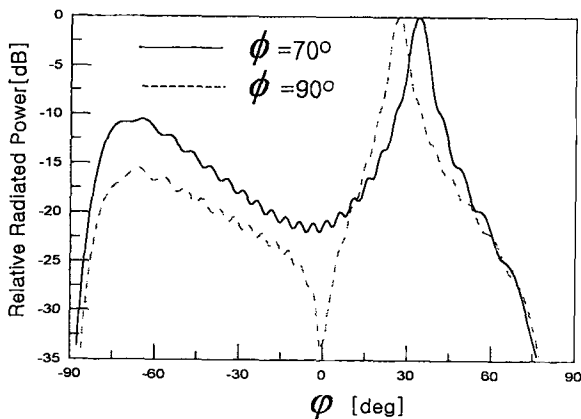


그림 4. 누설파 안테나 관점에서의 복사패턴

앞서 조건에서 $2W/D=0.2$, $H/D=0.7$ 로 유전체 두께가 비교적 두꺼운 경우에 도파모드가 TE 파로 두고 먼저 스트립 격자를 가로질러 진행할 때 즉 $\phi=90^\circ$ 인 경우에 복소전파상수를 구하여보면 β [rad/m]- $j\alpha$ [Np/m]= $251.568-j4.33$ 이고, $\phi=70^\circ$ 인 경우에는 $250.482-j2.985$ 로 α 가 상당한 변화가 있었으며 복사패턴은 그림 5.에 나타내었다. 복사패턴의 빔폭이 매우 적은 이유는 α 가 작아서 복사패턴 계산에서 고려된 스트립 갯수가 그림 4.의 경우보다 2 배 이상이기 때문이다.

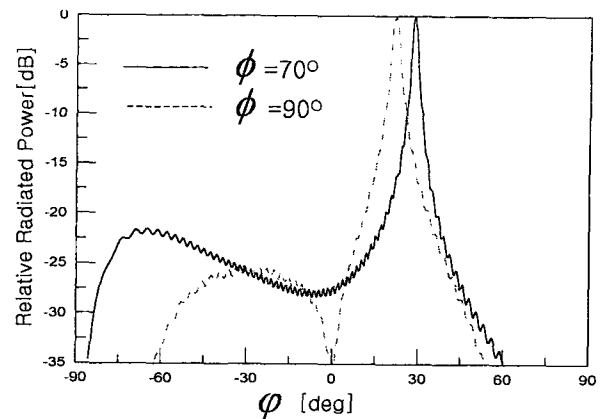


그림 5. 누설파 안테나 관점에서의 복사패턴

IV 결론

접지된 유전체위에 스트립 격자에 대해 파가 비스듬하게 도파할 때의 누설파 안테나 관점에서 복소전파상수와 복사패턴을 구하는 방법을 제시하였다. 해석 방법으로는 파수영역방법과 sampling 이론을 결합한 방법이 이용되었고, 누설파 안테나로서의 복사패턴은 가역정리를 이용하여 간편하게 구하는 방법을 기술하였다. 그리고 유전체 두께가 매우 얇은 경우와 비교적 두꺼운 경우에 대하여 복소전파상수와 복사패턴을 수치계산하여 보았다. 따라서 본 논문에서 기술한 방법을 사용하면 누설파 안테나의 개념 설계에 유용할 것으로 사료된다.

[참고 문헌]

- [1] R. W. Wood, "Analytical solution for a leaky-wave antenna," IRE Trans. vol. AP-10, pp. 561-565, Sept. 1962
- [2] R. C. Honey, "A flush-mounted leaky-wave antenna with predictable pattern," IRE Trans., vol. AP-7, pp. 320-329, Oct. 1959
- [3] J. A. Encinar, "Mode-matching and point-matching techniques applied to the analysis of metal-strip-loaded dielectric antennas." IEEE Trans., vol. AP-38, pp.1405-1412, Sept. 1990
- [4] E. M. T Jones and J. K Shimizu, "A wide-band transverse-slot flush-mounted array," IRE Trans., vol. AP-8, pp. 401-407, July 1960
- [5] K. Unchida, T. Noda, "Electromagnetic wave scattering by an infinite plane metallic grating in case of oblique incidence and arbitrary polarization," IEEE Trans., vol. AP-36, no.3 pp.415-422, March 1988.
- [6] Y. K .Cho, J. H. Ko, L. H. Yun, J. I. Lee, and U. H. Cho, "Scattering and Radiation of Electromagnetic fields by a periodic strip grating on a Grounded dielectric slab," 전자공학 논문지, A-33, 8 호 pp.72-88, August 1996