

확률적 가진입력을 받는 건축구조물의 최대응답 제한을 위한
선형이차안정기의 최적설계
Optimal Design of Linear Quadratic Regulator to Restrict Maximum Responses of
Building Structures Subject to Stochastic Excitation

박지훈* 황재승** 민경원*** 조소훈*
Park, Ji Hun Hwang, Jae Seung Min, Kyung Won Cho, So Hoon

ABSTRACT

In this research, a controller design method based on optimization is proposed that can satisfy constraints on maximum responses of building structures subject to ground excitation modeled by partially stationary stochastic process. The class of controllers to be optimized is restricted to LQR. Weighting matrix on controlled outputs is used as design variable. Objective function, constraint functions and their gradients are computed parameterizing control gain with Riccati matrix. Full state feedback controllers designed by proposed optimization method satisfy various design objectives and their necessary maximum control forces are computed for the production of actuator. Probabilities of maximum responses match statistical data from simulation results well.

1. 서 론

바람, 지진과 같은 외부하중을 받는 구조물의 진동을 제어하기 위하여 많은 제진장치들이 고안, 적용되고 있다. 이들 제진장치 중에 TMD는 건물의 1차모드에 동조된 부가 질량체를 설치하여 그 역학적 거동에 의해 발생하는 제어력을 이용하여 구조물의 진동을 제어하며 충분한 제어효과를 얻을 수 없는 경우에는 동력기를 사용하여 인공적으로 제어력을 발생시키는 AMD를 사용하기도 한다. 일반적으로는 제진장치의 안정성과 효율성을 고려하여 평상시에는 TMD로 사용되다가 구조물의 응답이 커질 경우에는 능동제어로 전환되는 HMD가 사용되며 국내에서도 최근에 인천국제공항 관제탑에 설치된 사례가 있다.¹⁾

이와 같은 능동제어를 설계함에 있어서 문제가 되는 것 가운데 한가지는 제어 효과의 정량화이다. 주지하다시피 지진, 바람 등의 동적 하중은 그 크기와 형상을 미리 알 수 없기 때문에 확률적으로만 정의가 가능하다. 따라서 확률적으로 정의된 동적 하중에 대한 응답 역시 확률적으로만 정의된다. 확률적으로 정의되는 구조물의 동적 응답 가운데 일반적으로 많이 사용되는 것은 응답의 표준편차이다. 이는 백색 잡음 가진에 대한 선형시스템의 응답 표준편차에 대한 정해가 알려져 있으며 하나의 Lyapunov 방정식을 풀어서 쉽게 구할 수 있고 다수의 가진 입력은 백색 잡음 혹은 필터통과 백색잡음으로 비교적 정확하게 모델링이 가능하기 때문이다.²⁾ 그러나 실제 구조물의 진동제어에

* 서울대학교 건축학과 박사과정
** 현대건설기술연구소 선임연구원
*** 단국대학교 건축공학과 부교수, 정회원

있어서 중요한 것은 응답의 최대치를 제한하는 것이라고 할 수 있다. 응답의 최대치에 대한 확률분포식은 근사해만이 알려져 있으며 이를 높으로 하는 제어알고리즘은 아직 개발되지 않은 상태이다. 현재의 제어기 설계 관행은 학계에 발표된 논문들을 볼 때에 일반적으로 설계된 제어기에 대해서 몇 개의 표본 가진 입력에 대한 시뮬레이션을 통해 최대 응답을 계산해 보고 만족스럽지 않으면 재설계 하는 시행착오법이 주류를 이루고 있다. 그러나 이와 같은 방법은 표본의 수가 많아질수록 신뢰도가 높아지는데 반해 그럴수록 설계에 드는 시간과 노력이 커진다는 것이다. 또한 시행착오법에 의해서 복수의 제어대상 응답(변위, 가속도)과 제한조건들(질량체의 스트로크, 최대 제어력 등)을 만족시키는 데는 많은 어려움이 있으며 항상 그보다 더 나은 최적해의 존재 가능성이 있게 마련이다. 본 연구에서는 이와 같은 제어기 설계방법에 대한 대안으로서 최적화과정을 통해 구조물의 최대응답을 임계치 이하로 제한하면서 제어력을 최소화할 수 있는 설계방법을 제안한다.

본 연구에서는 대상구조물이 선형탄성의 범위 안에 있다고 가정하였고, 구조물과 동력기, 지반가속도 필터의 파라미터들의 불확실성은 고려하지 않았으며 이는 본 연구에서 제시한 방법론을 확장시켜 추후 연구에서 다룬다.

2. 구조물 최대응답의 확률적 정량화

확률과정 X 가 단위시간동안 임계치 u 를 초과하는 횟수의 기대값을 교차율(crossing rate)이라고 하며 이 확률과정이 Gaussian 확률분포를 가지는 정상적 확률과정이라면 다음과 같은 교차율의 식을 유도할 수 있다.²⁾

$$v_{|x|}^+(u) = \frac{\sigma_x}{\pi\sigma_x} \exp\left(\frac{-u^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (1)$$

정상적 확률과정 X 의 절대값이 시간 0부터 t 사이에 제한치 u 를 초과할 확률은 X 의 절대값이 u 를 초과하는 사건이 Poisson 과정을 따르며 초기에 임계치를 넘지 않을 확률이 1이라고 가정하면 다음과 같다.

$$P_s(u, t) = 1 - \exp\left[-v_{|x|}^+(u)t\right] \quad (2)$$

정상상태 응답 지속시간 t 가 고정된 경우에 확률과정 X 의 임계치 초과확률은 교차율에 의해 결정되므로 X 가 구조물의 응답변수라면 이 응답변수의 임계치 초과확률을 지정하는 것은 곧 교차율을 지정하는 것과 같다. 일반적으로 지진입력은 비정상적 확률과정이나 지반가속도가 큰 일정 구간을 정상적 가우스 확률과정으로 모델링할 수 있으므로 이 부분의 지속시간과 이때의 응답의 교차율로부터 응답의 초과확률을 계산할 수 있다. Kanai-Tagimi 필터를 사용한 지반가속도 모델링 시에 필터 입력으로 Jennings가 제안한 외파함수가 곱해진 비정상적 백색잡음을 사용하면 상대적으로 큰 가진입력 부분을 일정 지속시간을 가진 정상적 확률과정으로 가정할 수 있다.³⁾ 그림 1은 평균 최대 가속도 $1g$ 인 지반가속도의 표본이다.

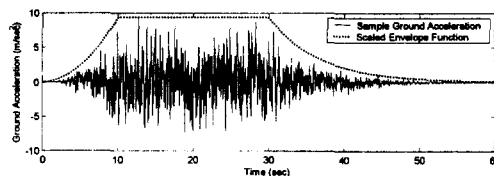


그림 1 지반가속도 표본의 시간이력과 백색잡음 외파함수

3. 설계대상 플랜트의 상태방정식

설계대상 플랜트(plant)는 구조물과 동력기 및 지반가속도 입력 필터로 구성된다. 먼저 n 개의 자유도를 가지는 전 단건물에 1 개의 TMD 가 추가된 경우의 구조물 상태방정식은 $2n+2$ 개의 상태변수 및 2 개 입력변수(지반가속도와 제어력), $2n+1$ 개의 제어대상 출력변수(n 개의 층간변위, n 개의 층 절대가속도, 1 개의 TMD 스트로크)로 구성된다.

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_{s1} f + \mathbf{B}_{s2} v; \quad \mathbf{z}_s = \mathbf{C}_{s1} \mathbf{x}_s + \mathbf{D}_{s12} v \quad (3)$$

동력기의 동적 특성 역시 상태방정식으로 모델링 될 수 있다. Yang 의 연구에서는 유압식 동력기를 1 차의 저주파 통과필터로 모델링하였으며 본 연구에서는 이와 동일한 동력기를 사용하는 것으로 가정하였고 이는 다음 식 (4)로 표현된다.⁴⁾ 또한 가진입력 필터의 상태방정식은 Kanai-Tagimi 필터의 상태방정식 구현 식 (5)을 사용한다.

$$\dot{\mathbf{x}}_n = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n + \mathbf{B}_n v = [-\omega_o] \mathbf{x}_n + [\omega_o] v; \quad u = \mathbf{C}_n \mathbf{x}_n = [\alpha_o] \mathbf{x}_n \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r w; \quad f = \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r \quad (5)$$

위의 상태방정식을 모두 통합한 전체 설계 대상 플랜트의 상태방정식은 다음과 같으며 $2n+5$ 개의 상태변수, 1 개의 플랜트 외란, 1 개의 제어입력변수와 $2n+3$ 개의 제어대상 출력변수로 이루어져 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 w + \mathbf{B}_2 u \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_n \\ \dot{\mathbf{x}}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{B}_{s2} \mathbf{C}_n & \mathbf{B}_{s1} \mathbf{C}_r \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_n \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_r \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{s2} \mathbf{D}_n \\ \mathbf{B}_n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} v \quad (6)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_1 \mathbf{x} + \mathbf{D}_{12} v \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{z}_s \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{s1} & \mathbf{D}_{s12} \mathbf{C}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_n \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{s12} \mathbf{D}_n \\ \mathbf{D}_n \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} v \quad (7)$$

4. 제어 알고리즘의 선택

제어 알고리즘에는 크게 상태변수를 이용하는 상태피드백 제어와 측정변수를 이용하는 출력피드백 제어가 있다. 전자의 경우에 모든 상태변수가 측정되지 못하면 이를 추정하는 관측기가 필요하다. 이때 분리법칙(separation principle)에 의해 상태변수 피드백 제어기와 관측기는 독립적으로 설계될 수 있다.⁵⁾ 본 연구에서는 관측기에 의한 상태변수 추정 오차가 충분히 작다고 가정하고 제어대상변수의 초과확률을 임계치 이내로 제한하면서 제어력을 최소화할 수 있는 상태변수 피드백 제어이득을 구한다.

이때 최적화 변수를 제어 이득으로 하는 최적화 알고리즘을 통해 직접적으로 제어이득을 구하는 방법을 사용할 수도 있으나⁶⁾ 이 방법의 단점은 최적화 과정에서 안정성이 깨지는 경우에 상태변수가 발산하므로 식 (1)에서 응답의 교차율도 발산한다. 따라서 제어이득의 범위를 플랜트를 안정하게 만드는 제어이득의 집합으로 제한할 필요가 있으며 이를 해결하기 위해 안정성이 뛰어난 LQR 제어알고리즘을 통해 간접적으로 안정성 문제를 해결한다. LQR 제어 알고리즘에서 제어이득을 결정하는 것은 Riccati 방정식의 해인 Riccati 행렬이며 이 방정식을 결정짓는 것은 LQR 목적함수의 가중치 행렬이다. 따라서 LQR 목적함수의 가중치 행렬을 최적화 변수로 사용하고 Riccati 행렬로 제어이득을 매개변수화 하여 목적함수 및 구속조건의 값과 기울기 정보를 구한다.

5. 최적화 문제구성과 기울기 정보의 계산

최적화 문제 구성에서 구속조건은 구조물의 층간변위 및 절대가속도와 질량체 스트로크에 대해서만 두고 목적함수로서 제어력의 RMS 값을 최소화 하도록 한다. 최종설계 결과로 도출된 제어이득으로부터 최대 제어력과 최대 제어신호를 계산할 수 있으며 이는 응답 구속조건을 만족시키는데 필요한 제어장치의 용량에 대한 하한치를 나타낸다. 최종적으로 최적화 문제는 다음과 같이 구성된다. 여기서 각 제어대상 변수의 임계치 초과확률에 관한 구속조건은 대응되는 교차율에 관한 구속조건으로 대체했으며 v_k 는 설계자가 지정한 k 번째 구속조건 변수의 교차율이다.

$$\min f(\mathbf{S}) = \sigma_u^2 \quad (8)$$

$$\text{sub. to } g_k(\mathbf{S}) = \frac{\sigma_{i_k}}{\pi\sigma_{i_k}} \exp\left(\frac{-u_k^2}{2\sigma_{i_k}^2}\right) - v_k < 0 \quad (k=1, \dots, 2n+1) \quad (9)$$

설계변수 \mathbf{S} 는 LQR 제어기 설계의 가중치 행렬로서 설계변수를 줄이기 위해 가중치 행렬을 대각행렬로 가정하면 제어대상 변수와 동일한 갯수의 원소를 가지며, 이때 상태변수 피드백 정상상태 LQR의 목적함수는 다음과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}^T \mathbf{S} \mathbf{z} dt = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{N} \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \mathbf{R} \mathbf{v} dt \quad (10)$$

$$\mathbf{S} = \text{diag}[s_1, s_2, \dots, s_p]; \quad \mathbf{Q} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{S} \mathbf{C}_1; \quad \mathbf{N} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{S} \mathbf{D}_{12}; \quad \mathbf{R} = \mathbf{D}_{12}^T \mathbf{S} \mathbf{D}_{12} \quad (11)$$

외란이 Gaussian 분포를 가지는 백색잡음인 경우에 최적 제어이득은 외란이 없는 경우와 동일하다. 따라서 목적함수 (10)를 최소화하는 제어이득은 다음 Riccati 방정식의 해인 행렬 \mathbf{P} 로부터 구하며 이로부터 제어이득이 산정된다.⁹⁾

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - (\mathbf{P} \mathbf{B}_2 + \mathbf{N}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{P} \mathbf{B}_2 + \mathbf{N})^T + \mathbf{Q} = 0 \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{G} \mathbf{x}; \quad \mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}_2^T \mathbf{P} + \mathbf{N}^T) \quad (13)$$

페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}; \quad \mathbf{z} = \mathbf{C}_c \mathbf{x}; \quad \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_c \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{C}_c \mathbf{B}_1 \mathbf{w} \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{B}_2 \mathbf{G}; \quad \mathbf{C}_c = \mathbf{C}_1 - \mathbf{D}_{12} \mathbf{G} \quad (15)$$

구속조건 출력변수 변화율은 (14)에서 볼 수 있듯이 상태변수와 백색잡음 외란의 선형조합이다. 여기서 백색잡음 가진을 입력으로 하는 선형 시불변 시스템의 상태변수는 Markov 과정이기 때문에 상태변수와 백색잡음의 공분산은 서로 독립이다. 또한 연속시간 백색잡음의 공분산은 무한대이지만 이산시간 영역에서 제어를 실시하는 경우에 이산화 과정에서 고주파수 성분이 유실되므로 이산시간 백색잡음 공분산으로 대체할 수 있다. 이상의 성질들을 이용하면 제어대상 변수 및 그 변화율의 공분산은 다음과 같으며 여기서 T 는 이산시간 영역의 표본취집 시간간격이다.

$$\mathbf{A}_c \boldsymbol{\Sigma}_{xx} + \boldsymbol{\Sigma}_{xx} \mathbf{A}_c^T + 2\pi \mathbf{B}_1 \mathbf{S}_w \mathbf{B}_1^T = 0 \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{zz} = \mathbf{C}_c \boldsymbol{\Sigma}_{xx} \mathbf{C}_c^T \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{zz} = \mathbf{C}_c \left(\mathbf{A}_c \boldsymbol{\Sigma}_{xx} \mathbf{A}_c^T + \frac{2\pi}{T} \mathbf{B}_1 \mathbf{S}_{ww} \mathbf{B}_1^T \right) \mathbf{C}_c^T \quad (18)$$

목적함수 및 k 번째 구속조건 함수의 p 번째 설계변수에 대한 기울기는 연쇄법칙을 이용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial s_p} = \frac{\partial V_{z_{p+1}}}{\partial s_p} ; \quad \frac{\partial g_k(\cdot)}{\partial s_p} = \frac{\partial g_k(\cdot)}{\partial V_{z_k}} \frac{\partial V_{z_k}}{\partial s_p} + \frac{\partial g_k(\cdot)}{\partial V_{z_k}} \frac{\partial V_{z_k}}{\partial s_p} \quad (19)$$

$$V_{z_i} = [\Sigma_{zz}]_{kk} ; \quad V_{z_i} = [\Sigma_{zz}]_{kk} \quad (20)$$

구속조건의 제어대상 변수 분산 및 제어대상 변수 변화율의 분산에 대한 기울기는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial g_k(\cdot)}{\partial V_{z_i}} = \left(\frac{u^2 - V_{z_i}}{2V_{z_i}^2} \right) \{g_k(\cdot) + v_k\} ; \quad \frac{\partial g_k(\cdot)}{\partial V_{z_i}} = \left(\frac{1}{2V_{z_i}} \right) \{g_k(\cdot) + v_k\} \quad (21)$$

제어대상 변수 분산의 설계변수에 대한 기울기는 Riccati 행렬을 매개변수로 하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial V_{z_i}}{\partial s_p} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial V_{z_i}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \frac{\partial \mathbf{P}_{ij}}{\partial s_p} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \right]_{kk} \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial s_p} \right]_{ij} ; \quad \frac{\partial V_{z_i}}{\partial s_p} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial V_{z_i}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \frac{\partial \mathbf{P}_{ij}}{\partial s_p} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \right]_{kk} \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial s_p} \right]_{ij} \quad (22)$$

여기서 제어대상 변수 공분산 행렬과 제어대상 변수 변화율 공분산 행렬의 Riccati 행렬에 대한 기울기는 각각 식 (17)와 (18)을 Riccati 행렬 원소로 미분하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} = \frac{\partial \mathbf{C}_c}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \Sigma_{zz} \mathbf{C}_c^T + \mathbf{C}_c \frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \mathbf{C}_c^T + \mathbf{C}_c \Sigma_{zz} \frac{\partial \mathbf{C}_c^T}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} = & \frac{\partial \mathbf{C}_c}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \left(\mathbf{A}_c \Sigma_{zz} \mathbf{A}_c^T + \frac{2\pi}{T} \mathbf{B}_1 \mathbf{S}_{ww} \mathbf{B}_1 \right) \mathbf{C}_c^T + \mathbf{C}_c \left(\frac{\partial \mathbf{A}_c}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \Sigma_{zz} \mathbf{A}_c^T + \mathbf{A}_c \frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \mathbf{A}_c^T + \mathbf{A}_c \Sigma_{zz} \frac{\partial \mathbf{A}_c^T}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \right) \mathbf{C}_c^T \\ & + \mathbf{C}_c \left(\mathbf{A}_c \Sigma_{zz} \mathbf{A}_c^T + \frac{2\pi}{T} \mathbf{B}_1 \mathbf{S}_{ww} \mathbf{B}_1 \right) \frac{\partial \mathbf{C}_c^T}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 페루프 시스템 행렬 및 그 출력 행렬의 Riccati 행렬에 대한 기울기는 행렬의 미분법을 사용하여 쉽게 구할 수 있다. 상태변수 공분산 행렬의 Riccati 행렬에 대한 기울기는 우선 공분산 행렬이 만족하는 Lyapunov 방정식 (16)을 Riccati 행렬 원소로 미분하여 만들어지는 다음 Lyapunov 방정식을 풀어서 구할 수 있다.

$$\mathbf{A}_c \frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} + \frac{\partial \Sigma_{zz}}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \mathbf{A}_c^T + \frac{\partial \mathbf{A}_c}{\partial \mathbf{P}_{ij}} \Sigma_{zz} + \Sigma_{zz} \frac{\partial \mathbf{A}_c^T}{\partial \mathbf{P}_{ij}} = \mathbf{0} \quad (25)$$

다음으로 식 (22)의 계산에 필요한 것은 Riccati 행렬의 가중치 행렬 원소에 대한 기울기 행렬이다. 이는 Riccati 방정식을 가중치 행렬 원소로 미분해서 만들어지는 다음 Lyapunov 방정식을 풀어서 얻어질 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial s_p} \mathbf{A}_c + \mathbf{A}_c^T \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial s_p} + (\mathbf{D}_{12} \mathbf{G} - \mathbf{C}_1)^T \mathbf{1}_p (\mathbf{D}_{12} \mathbf{G} - \mathbf{C}_1) = \mathbf{0} ; \quad [\mathbf{1}_p]_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j = p) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (26)$$

6. 해석예제

예제 구조물은 10 층의 전단건물로서 각 층의 질량과 강성, 고유진동수 및 감쇠비는 표 1 과 같다. 예제 구조물에 설치된 제어장치는 HMD 로서 유압식 동력기를 사용하여 질량체에 힘을 전달하며 TMD 부분의 질량은 전체구조물

질량의 0.5%로 하였다. 이에 따른 최적 고유진동수 비와 감쇠비는 Ayorinde 에 의한 식을 사용하였다.⁹⁾

가진 입력은 평균 최대 지반가속도 0.1g 인 Kanai-Tagimi 필터 통과 비정상적 백색잡음을 사용하였다. 필터의 고유진동수는 15.6 rad/sec, 감쇠비는 0.6 이며 부분적 정상상태 가진 지속시간은 20 초로 설정하였다. 동력기의 차단주파수는 3 차 모드의 고유진동수를 사용하였다. 구조물 최대응답과 질량체 스트로크 최대치에 대한 구속조건은 표2 와 같으며 각각에 대한 초과확률은 5%로 하였다. 본 연구에서 사용한 최적화 알고리즘은 Sequential Quadratic Programming 방법으로서 상용프로그램인 MATLAB 에서 제공하는 Optimization Toolbox 를 이용하였다.¹⁰⁾

표1 예제 구조물의 특성

층	질량 (kg)	층강성 (kgf/cm)	고유진동수 (Hz)	감쇠비 (%)
1	24300	10000	0.42	2
2, 3, 4	24300	8000	1.16 / 1.90 / 2.64	
5, 6, 7	24300	7000	3.22 / 3.82 / 4.20	
8, 9, 10	24300	5000	4.67 / 5.09 / 5.51	

표2 응답 구속조건 (5% 초과확률)

	구속조건 A	구속조건 B	구속조건 C
층간변위	2cm	2cm	2cm
절대가속도	0.2g	0.2g	0.2g
TMD 스트로크	1.5m	1.75m	2m

먼저 대상 구조물의 응답에 대한 RMS 값으로부터 층간변위는 2층이 가장 큰 값을 가지며 그밖에 층강성이 불연속성을 가지는 5층, 8층의 층간변위가 크다는 것을 확인할 수 있었다. 절대가속도는 최상층에서 발생함을 확인할 수 있었다. 일반적으로 능동제어에 사용되는 동력기의 능력에는 한계가 있기 때문에 능동제어를 하더라도 모드형상에는 큰 변화가 없거나 변화가 있다 하더라도 전체적인 경향은 크게 바뀌지 않는다고 가정할 수 있으므로 TMD 스트로크, 제어력, 제어신호와 함께 LQR 목적함수에 포함되는 응답관련 제어대상 변수를 모든 층의 층간변위 및 절대가속도로 하는 경우와 2층 층간변위 및 10층 절대가속도만으로 하는 경우로 나누어서 설계하였다. 각각에 대한 설계 결과는 표3 과 같으며 전자를 LQR(I)로 표기하고 후자를 LQR(II)로 표기한다.

표3 설계결과 - 5% 초과확률 최대응답

구분	2층 층간변위 (cm)	10층 가속도 (m/s ²)	TMD 스트로크 (m)	제어력 (kN)	제어신호 (V)
비제어	3.67	2.90	-	-	-
TMD	2.70	2.53	1.41	-	-
LQR (I) : 구속조건 A	2.00	1.76	1.50	10.74	37.4
LQR (I) : 구속조건 B	2.00	1.96	1.75	5.79	18.0
LQR (I) : 구속조건 C	2.00	1.96	1.92	5.69	17.8
LQR (II) : 구속조건 A	2.00	1.80	1.50	10.65	34.6
LQR (II) : 구속조건 B	2.00	1.96	1.75	5.84	17.42
LQR (II) : 구속조건 C	2.00	1.96	1.93	5.62	16.1

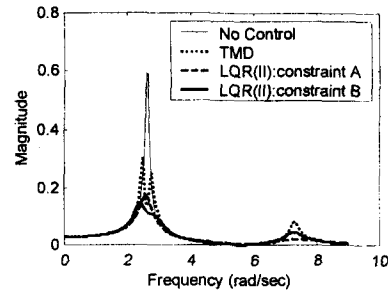


그림 2 TMD 스트로크에 따른 전달함수 변화 (백색잡음 입력으로부터 2층 층간변위)

제어대상 변수를 5개로 축소된 경우에 오히려 제어력 및 제어신호가 약간 더 작은 경향이 있으며 활성화된 구속조건은 동일함을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 제어대상 변수가 많아지면 최적화 과정에서 수렴성이 나빠지기 때문인 것으로 판단되며 제어대상 변수를 줄더라도 제어기 설계 결과로 나타나는 활성화 구속조건은 변함이 없이 2층 층간변위와 10층 절대 가속도 이므로 이후에는 축소된 제어대상변수를 사용한 경우에 대해서만 언급한다

표3의 설계 결과에서 볼 수 있듯이 TMD 스트로크에 대한 구속조건이 엄격해질수록 제어력과 제어 신호의 크기

가 증가함을 볼 수 있으며 이는 그림 2의 전달함수 변화에서 볼 수 있듯이 1차모드에 동조된 TMD의 스트로크를 줄이려고 하면 1차 모드 응답이 늘어나는 대신 이를 보상하기 위해 2차 모드 응답을 줄이려고 하기 때문인 것으로 보인다. 또한 스트로크를 125m로 놓고 최적설계를 수행한 경우에는 사용된 제어알고리즘이 수렴하지 못하고 종료함을 확인하였는데 이는 주어진 응답 구속조건을 만족하기 위해서 필요한 최소한의 스트로크가 존재함을 의미한다고 하겠다. 따라서 공간적인 제약 때문에 질량체의 스트로크를 제한하려고 한다면 본 연구에서 제안한 방법을 통해 스트로크의 구속조건을 점점 줄여 감으로써 최소한의 소요 스트로크를 추정할 수 있다고 본다. 그러나 이와 같은 방법을 통해 스트로크를 제한할 시에는 2차모드 제어력이 증가하기 때문에 제어력이 많이 든다는 단점이 있으므로 가급적이면 제어력을 줄이는 것을 우선하고 차후에 스트로크를 줄이기 위해서 제어이득 스케줄링(gain scheduling) 또는 비선형 제어이득을 사용하는 것이 바람직하다고 생각된다. 그러나 이와 같은 방법을 사용하는 경우에도 기본적으로 선형제어기의 설계결과를 바탕으로 하기 때문에 본 연구에서 제시하는 방법이 그 유용성을 가진다고 할 수 있다.

표 4 설계결과 - 차단 주파수 별 95% 신뢰도 최대응답

구분		차단주파수			
		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
구속 조건 A	제어력 (kN)	11.92	11.92	10.65	10.60
	제어신호 (V)	1120	407.0	34.6	31.7
구속 조건 B	제어력 (kN)	5.85	5.82	5.84	5.80
	제어신호 (V)	44.6	26.5	17.4	16.2
구속 조건 C	제어력 (kN)	5.62	5.62	5.62	5.62
	제어신호 (V)	48.6	23.0	16.1	16.1

표 5 최대응답 초과확률의 통계 (1000 회 시뮬레이션 평균)

구분	2층 층간변위	10층 가속도	TMD 스트로크	제어력	제어신호
구속 조건 A	4.1	0.9	3.9	4.6	4.1
구속 조건 B	3.7	4.0	3.4	3.5	4.4
구속 조건 C	4.7	4.2	1.5	5.4	3.7

주어진 구속조건을 만족시키기 위한 최대 제어력과 최대 제어신호의 크기는 필요한 동력기와 신호처리 장치의 선정에 도움이 될 것으로 판단된다. 동력기의 선택 시에는 최대 제어력 뿐만 아니라 차단 주파수(cut-off frequency)도 중요한 변수가 될 수 있으므로 이를 변화시켜 가면서 최적설계를 수행하고 그에 따른 최대 제어력의 크기를 살펴보았다. 동력기의 차단 주파수는 TMD 설치 이전의 구조물 1차모드 고유진동수에서 4차 모드 고유진동수까지 변화시켜 보았다. 설계 결과는 표 4와 같으며 차단주파수에 따른 최대제어력의 변화는 미미한 수준이나 그에 필요한 최대 제어신호의 크기는 차단주파수가 증가할 수록 감소하며 그 감소 정도는 둔화됨을 볼 수 있다. 차단 주파수가 증가하면 노이즈의 영향 증가와 구조물의 고차모드에 대한 불확실성 존재 시에 spill-over 효과를 발생시킬 수 있으므로 이를 고려하여 차단 주파수를 정해 주어야 할 것이다.

다음으로는 각 설계 결과에 대해서 구속조건 초과확률을 통계적으로 검증해 보기 위해서 각 설계결과별로 1000회의 시뮬레이션을 수행하였다. 이 때 사용한 가진입력은 앞서 언급한 Kanai-Tagimi 필터를 통과시킨 비정상적 백색 잡음을 사용하였다. 각각의 주요 최대응답 별로 초과확률이 일부를 제외하고는 설계 구속조건인 5%보다 약간 작은 편이다. (구속조건 A의 10층 가속도와 구속조건 C의 TMD 스트로크는 활성화되지 않은 구속조건이므로 초과확률이 매우 낮다.) 이는 응답의 초과확률이 정상적 확률과정을 대상으로 하고 있으나 시뮬레이션에 사용된 가진입력이 정상적 확률과정에 도달하기 전에는 상대적으로 작은 가진입력이라는 점이 이후에도 그 영향을 미쳐서 예상보다 약간 낮은 응답 초과확률을 보이는 것으로 생각된다.

7. 결론

본 연구는 부분적으로 정상적 확률과정으로 모델링 될 수 있는 지반가속도 입력에 대하여 확률적으로 정의되는 구조물의 최대 응답을 임계치 이하로 줄이면서 제어력을 최소화하는 최적설계 방법을 제안하였다. 최적화 과정에서 제어기의 안정성에 대한 구속조건을 두는 대신 제어이득의 범위를 안정성이 뛰어난 LQR 제어기로 제한하였다. 10 층 전단진동에 대한 예제를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 제안된 설계방법은 제어대상 변수의 최대응답 초과확률을 제한할 수 있었으며 제어대상 변수의 종류별로 가장 위험한 변수만을 선별적으로 설계에 포함시켰을 때 좀 더 우수한 수렴성과 설계결과를 보임을 알 수 있었다.
- 2) 스트로크의 제한이 엄격해 지면 스트로크에 상대적으로 영향이 적은 고차모드를 제어하는 경향 때문에 제어력이 크게 증가하므로 이 경우에는 제어이득 스케줄링 등 부가적인 방법을 사용하여 스트로크를 줄일 필요가 있다.
- 3) 제어장치의 차단 주파수가 작아지면 제어력의 크기에는 큰 영향을 주지 않지만 제어신호를 크게 증가시키므로 측정잡음 및 고차모드 불확실성의 영향을 고려하여 충분히 큰 차단 주파수를 선정해야 한다.
- 4) 필터통과 비정상적 백색잡음을 이용한 시뮬레이션 결과 최대응답 초과확률은 예상치보다 약간 보수적인 경향이 있으며 이는 가진입력의 비정상성(nonstationarity)에 기인하는 것으로서 추후 연구를 통한 보완이 필요할 것이다.
- 5) 본 연구에서 제안된 방법을 통해 설계된 상태변수 피드백 제어를 통해 구조물의 최대 응답을 임계치 이하로 제한하고 소요되는 최대 제어력을 산정할 수 있었으며 이는 실제적인 제어기 설계에 큰 도움을 줄 수 있을 것으로 판단된다. 단, 실제적인 적용의 관점에서 관측기를 사용하는 경우의 성능을 검증할 필요가 있다고 사료된다.

8. 감사의 글

본 연구는 한국 과학재단 특정기초연구 과제(과제번호: 1999-1-310-001-3)의 지원으로 수행되었습니다.

9. 참고문헌

1. 황재승, 김윤석, 홍성목, "인천국제공항 관제탑 제진장치의 특성", 대한건축학회학술발표논문집, 대한건축학회, 제 19 권, 제 1 호, 1999, pp.63-68.
2. Soong, T.T., Grigoriu, M., Random Vibration of Mechanical and Structural Systems, Prentice Hall, New Jersey, 1993, 402p.p.
3. Clough, R.W., Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, Singapore, 1993, 738p.p.
4. Yang, J.N., Samali, B., "Control of tall buildings in along-wind motion", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 1, 1983, p.p. 50-68.
5. Burl, J.B., Linear Optimal Control, Addison-Wesley, California, 1999, 462p.p.
6. Spencer Jr, B.F., Kaspari Jr, D.C., Sain, M.K., "Structural Control Design : A Reliability-Based Approach", Proceedings of the American Control Conference, IEEE, 1994, p.p.1062-1066.
7. May, B.S., Beck, J.L., "Probabilistic Control For The Active Mass Driver Benchmark Structural Model", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, 1998, p.p.1331-1346
8. Anderson, B.D.O., Moore, J.B., Optimal Control, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989, 380p.p.
9. Ayorinde, E.O., Warburton, G.B., "Minimizing structural vibrations with absorbers", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, 1980, p.p.219-236.
10. Coleman, T., Branch, M.A., Grace, A., Optimization Toolbox for Use with MATLAB, Math. Works, 1999.