

스텝방법을 이용한 광대역지진계 센서(STS-2)의 검증

Calibration of the Broadband Sensor(STS-2) using the Step Method

류용규* 이덕기** 이전희* 오석훈**
Yong Gyu RYOO, Duk Kee Lee, Jun Hee LEE, Seok-Hoon Oh

ABSTRACT

A close examination of the step calibrations for STS-2 seismometers installed by KMA has been done to deduce the response parameters of those instrument including angular corner frequency, damping factor and coil constant factor. A non-linear least square inversion method has been applied to estimate these parameters. The estimated parameters coincide with the manufactory specification with less than 1% error. This method will be extended near-future to deduce the response parameters for SS-1 short period seismometer.

1. 서 론

현재 기상청에 설치된 11개중 9개의 광대역 지진계(STS-2) 센서를 검증하기 위해 본 연구를 수행하였다. 광대역 지진계센서의 주요획득 상수인 각코너주파수(angular corner frequency), 감쇠상수(damping factor), 코일상수(coil constant factor : amplification)를 분석하였다.

지진계 센서의 검증방법에는 사인파(sine), 스텝파(step), 노이즈(noise)를 이용하는 방법이 있으나, 본 연구에서는 자료획득 장비에 장착된 캘리브레이터(calibrator)에서 발생한 스텝펄스(step pulse)가 지진계 센서를 통과하여, 기록장치에 기록되는 속도성분을 가지고 센서의 주요상수를 구하였다.

지진계의 주요상수를 구하는 과정에서 이용되는 목적함수가 비선형(non-linear) 식이기 때문에, 비선형 최소자승 역산법(non-linear least square inversion method)를 이용하여 관측값과 이론값의 오차를 최소화될 때 센서의 상수로 결정하였다. 본 연구에서 구해진 값은 제작사에서 공급된 변수값과 1% 범위내에 속함으로 정상적으로 작동한다는 것을 확인 할 수 있었다.

*기상청 지진담당관실, 정희원

**기상연구소 해양지진기상연구실

2. 본 론

2.1 지진센서 이론

본 연구에서 검증한 광대역 센서는 코일 이동(moving coil) 타입이고 센서에 대한 응답은 Chakrabarty와 Choudhury(1964)에 의해서 이론적으로 검사할 수 있는 차분식을 이용하여 만들었다. 지진계 센서의 회로도의 수학적 해석 방법에 따라, 센서의 전달함수를 수치화 하는 방법은 매우 다양하다. 그러나 본 연구에서는 ASTEN(1997)의 Fig. 1, Fig. 2와 같이 단순화된 모델을 사용하였다.

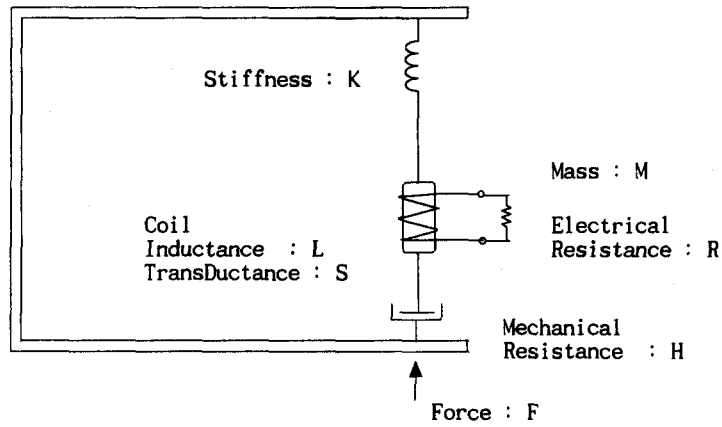


Fig. 1. The diagram of Electromagnetic Seismometer.

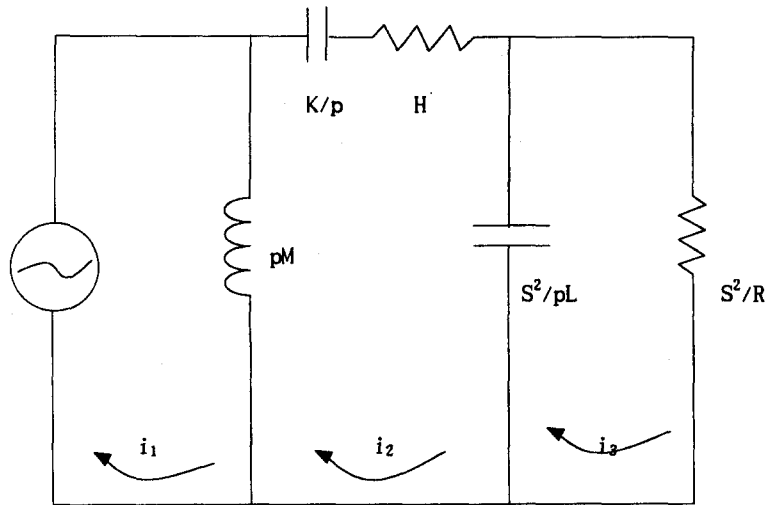


Fig. 2. The equivalent mechanical circuit consists of mass, with mechanical resistance M ; springs of stiffness K and S^2/L and dampers with mechanical resistances H and S^2/R , using the principle of electromagnetic analogy.

Fig. 1과 같은 일반적인 모델은 전달함수(transfer function)에서 코일유도항(coil inductance terms)과 기계적인 항(mechanical terms)을 포함한 전기적인 댐핑항(damping terms)으로 표시된다. Fig. 2에서와 같이 S 변환기에 의해서 기계적인 운동이 전기적인 순환으로 변환되어지며, 전기적인 부분이 기계적인 순환에 의해서 대체되어진다. 따라서 전체 댐핑저항(damping resistance)을 통과하는 센서의 산출 EMF e 는 역학적인 저항 S^2/R 에 적용되는 센서에 일치하는 댐퍼(damper)의 속도 x_1 에 의해 나타낼 수 있다. 그림 2에서 i_1 는 센서의 Frame 속도, i_2 는 Mass 속도, i_3 는 댐퍼속도이다. 지진계 센서의 전달함수는

$$B_1(p) = \frac{x_1}{y} = (M/L) / [(pM + K/p + H + S^2/pL) \cdot (1/pL + 1/R) - S^2/p^2 L^2] \quad (1)$$

여기에서 $p = j\omega$, $j = \sqrt{-1}$, $\omega = 2\pi f$

- M : seismometer mass
- K : spring rigidity
- H : mechanical damping resistance
- S : transductance defined by $e = -Sx$
- e : EMF generated in the coil
- L : inductance of seismometer coil
- R : total resistance of the electrical damping circuit
= $R_c + R_D$
- R_c : resistance of the coil
- R_D : external damping resistance

그리고 실제 Frame 변위에 따른 전위차이에 관련하여 전달함수를 기술하면 다음과 같다.

$$G(p) = \frac{e}{y} = \frac{-Sx_1}{y \cdot /p} \quad (2)$$

$y = y_0 \exp(pt)$ 식에서 변위가 시간에 따라 변화 한다고 가정하면, 지진센서의 운동을 관측할 수 있는 변수의 식으로 다시 쓰면

$$G(p) = -p^3 S/D \quad (3)$$

여기에서 $D = p^3 \tau + p^2(1 + 2\tau h_m) + p(\tau \omega_0^2 + 2h_e + 2h_m) + \omega_0^2$
 $\tau = L/R =$ time constant of the electrical circuit
 $2h_e = S/MR$ (the electrical damping)
 $2h_m = H/M$ (the mechanical damping)
 $\omega_0^2 = K/M$ (the natural angular frequency of the undamped seismometer)

2.2 스텝 응답

2.2.1 Mass의 고정된 변위

만일 Mass 출력의 고정된 변위(x_0)까지 직류전류(I_C)가 지진센서 코일을 통과한다면, Mass 균

형에 적용되는 역학적인 전자석 힘은 $Kx_o = I_C S$ 로 나타낼 수 있다. 그러므로 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$x_o = I_C S / M \omega_o^2 \quad (4)$$

2.2.2 Mass 운동의 스텝응답

외부 전류가 제거 될 때, 시간(t)에 Mass의 이동은 부족제진(Underdamping), 임계제진(Critically damping), 과제진(Overdamping) 운동으로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 부족제진 경우를 가정한 것으로 식(5)와 같이 나타낼 수 있다. 이들 운동에서 코일유도의 효과는 무시된다. 식(4)에서 상수는 초기 고정된 변위에 대응하는 경계조건을 이용하여 계산할 수 있다. 그 경계조건은 시간이 0 일때 ($t=0$) $x'(t)=0$ 이며, 그외에는 $x(t)=x_o$ 이다.

$\lambda < 1$: Underdamped harmonic motion

$$x(t) = A \exp(-ht) \cos(\omega_1 t + \theta) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \omega_1^2 &= \omega_o^2 - h^2 = (\gamma \omega_o)^2, \quad h = \lambda \omega_o, \quad \gamma = (1 - \lambda^2)^{1/2}, \\ \theta &= \arctan(-\lambda/\gamma) \\ &= \arctan(-\lambda) \\ &= \arccos(\lambda) \end{aligned}$$

$$A = x_o^2 / \cos \theta = x_o / \gamma$$

위의 관련성을 이용하여, 식(5)을 미분하면

$$x'(t) = -(x_o \omega_o / \gamma) \exp(-ht) \sin(\omega_1 t + \theta) \quad (6)$$

2.3 계산 방법

식(6)으로부터 위상차를 0으로 근사하고 다시 정리하면 스텝입력에 대한 지진계 센서의 반응은 다음과 같다.

$$f(t, x_o, \lambda, \omega_o) = -\frac{x_o \omega_o}{(1 - \lambda^2)^{1/2}} \exp(-\lambda \omega_o (t - t_d)) \sin((1 - \lambda^2)^{1/2} \omega_o (t - t_d)) \quad (7)$$

여기서 λ 는 감쇠상수, ω_o 은 고유주파수, x_o 는 Mass의 변위, 그리고 t 는 시간상수이다.

식(7)은 비선형식이기 때문에 실제자료로부터 감쇠상수, 고유주파수, 그리고 증폭률을 역산하기 위하여 비선형 최소자승 역산법(Non-linear least square inversion method)를 사용하였다.

식(7)에서 $\underline{p} = (x_o, \lambda, \omega_o)$ 라고 하면 $f(\underline{p}, t)$ 가 된다. 이식을 \underline{p} 에 대해서 Taylor 관계식으로 전개하면, $f(\underline{p}, t) = f(\underline{p}_o, t) + \frac{\partial f}{\partial \underline{p}} \Big|_{\underline{p}_o} (\underline{p} - \underline{p}_o)$ 가 되며 이를 간단히 정리하면, $\Delta f = G \Delta p$ 가 된다. 이때 에러는 $\underline{e}_t = \underline{f} - \underline{f}_o - \frac{\partial f}{\partial \underline{p}} \Big|_{\underline{p}_o} (\underline{p} - \underline{p}_o)$ 가 된다. 여기서 \underline{e}_t 는 에러이고, \underline{f}_o 는 실제 스텝출력값, \underline{f} 는 이론적인 스텝출력값이다.

일차근사를 단순하게 하기 위한 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ \vdots \\ e_{1m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (f_1 - f_1^o) \frac{\partial f}{\partial p_1^o}(t_1) \cdots \frac{\partial f}{\partial p_n^o}(t_1) \\ (f_2 - f_2^o) \frac{\partial f}{\partial p_1^o}(t_2) \cdots \frac{\partial f}{\partial p_n^o}(t_2) \\ \vdots \\ (f_m - f_m^o) \frac{\partial f}{\partial p_1^o}(t_m) \cdots \frac{\partial f}{\partial p_n^o}(t_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(p_1^1 - p_1^0) \\ \vdots \\ -(p_n^1 - p_n^0) \end{pmatrix} \quad (8)$$

또는

$$\underline{e} = (\Delta f \quad G) \begin{pmatrix} 1 \\ -\Delta p \end{pmatrix}$$

에러 \underline{e} 를 최소화하기 위해서는 $e^T e$ 를 \underline{p} 에 대하여 미분한 결과를 0으로 놓고 풀면 다음과 같이 최소자승역산법으로 귀결된다.

$$\begin{pmatrix} \Delta f^T \Delta f & \Delta f^T G \\ G^T \Delta f & G^T G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\Delta p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \min e^T e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

이것은 비선형 최소자승 역산법이고 최적 결과를 구하기 위해 아래와 반복하여 센서의 주요상수를 결정한다.

$${}^k \Delta p = ({}^k G^T {}^k G)^{-1} {}^k G^T {}^k \Delta f \quad (10)$$

G 행렬은 $f(\underline{p}, t)$ 를 각 파라미터에 대해서 미분하는 형태이며, 이 전개식(expansion)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f(t, x_o, \lambda, \omega_o)}{\partial \lambda} = -\frac{\lambda x_o \omega_o}{(1 - \lambda^2)^{3/2}} \exp(-\lambda \omega_o (t - t_d)) \sin((1 - \lambda^2)^{1/2} \omega_o (t - t_d))$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{x_o \omega_o^2(t-t_d)}{(1-\lambda^2)^{1/2}} \exp(-\lambda \omega_o(t-t_d)) \sin((1-\lambda^2)^{1/2} \omega_o(t-t_d)) \\
& + \frac{\lambda x_o \omega_o^2(t-t_d)}{(1-\lambda^2)} \exp(-\lambda \omega_o(t-t_d)) \cos((1-\lambda^2)^{1/2} \omega_o(t-t_d)) \\
\frac{\partial f(t, x_o, \lambda, \omega_o)}{\partial \omega_o} &= - \frac{x_o}{(1-\lambda^2)^{1/2}} \exp(-\lambda \omega_o(t-t_d)) \sin((1-\lambda^2)^{1/2} \omega_o(t-t_d)) \\
& + \frac{x_o \omega_o \lambda(t-t_d)}{(1-\lambda^2)^{1/2}} \exp(-\lambda \omega_o(t-t_d)) \sin((1-\lambda^2)^{1/2} \omega_o(t-t_d)) \\
& - x_o \omega_o(t-t_d) \exp(-\lambda \omega_o(t-t_d)) \cos((1-\lambda^2)^{1/2} \omega_o(t-t_d)) \\
\frac{\partial f(t, x_o, \lambda, \omega_o)}{\partial x_o} &= - \frac{\omega_o}{(1-\lambda^2)^{1/2}} \exp(-\lambda \omega_o(t-t_d)) \sin((1-\lambda^2)^{1/2} \omega_o(t-t_d)) \quad (11)
\end{aligned}$$

2.4 검증 및 결과

검증의 방법은 지진자료 획득장비의 캘브레이터로부터 발생한 스텝펄스(step pulse)가 지진계 센서를 통과하여 기록장치에 기록된 값을 이용하여 위에서 언급했던 방법으로 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션 방법은 스텝응답을 이론적으로 만들어 실제 기록장치로부터 획득한 값과 비교하여, 연속적으로 반복한다. 앞에서 언급한 알고리즘으로 Matlab 소프트웨어 이용해 프로그램을 작성하여, 실제와 이론값의 오차가 최소한 될 때까지 반복하는 비선형 최소자승 역산법으로 최적의 변수값을 산출한다. 반복횟수는 각각 센서에 따라 다르나 약 20회정도 반복하면 관측값과 이론값이 거의 일치한다(Fig. 4). 이와 같이 구해진 센서의 주요상수의 최종결과는 Table 1과 같다.

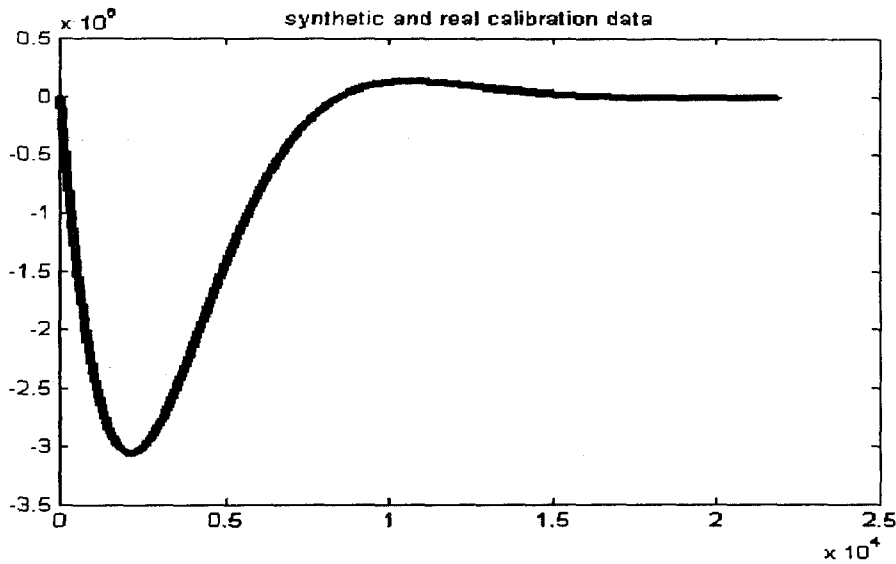


Fig. 4. The results of synthetic and real step response output.

Table 1. Results of Calibration of STS-2

Site	Date	Corner frequency	Damping factor	Amplification
SEO	Manufactory	120.2200	0.7025	
	2000/09/30	120.0127	0.7144	1.6342E+08
	2001/05/06	120.3706	0.7405	1.6350E+08
	2001/09/01	120.4232	0.7440	1.6378E+08
KAN	Manufactory	120.3300	0.7036	
	2000/09/30	119.8728	0.7048	1.3470E+08
	2001/05/06	119.8995	0.7036	1.3438E+08
	2001/09/01	119.9494	0.7032	1.3481E+08
PUS	Manufactory	120.3600	0.7040	
	2000/09/30	120.0733	0.7035	1.0312E+08
	2001/05/06	120.0639	0.7047	1.0278E+08
	2001/09/01	120.1351	0.7041	1.0292E+08
SOG	Manufactory	120.3800	0.7029	
	2000/09/30	120.2093	0.7048	1.0715E+08
	2001/05/06	120.2298	0.7058	1.0617E+08
	2001/09/01	120.2226	0.7052	1.0666E+08
SES	Manufactory	120.7700	0.7040	
	2000/09/30	120.4114	0.7049	1.2847E+08
	2001/05/06	120.4961	0.7056	1.2821E+08
	2001/09/01	120.5309	0.7039	1.2810E+08
TAG	Manufactory	120.2200	0.7034	
	2000/09/30	120.1170	0.7051	1.6881E+08
	2001/05/06	120.0729	0.7055	1.6860E+08
	2001/09/01	120.1690	0.7039	1.6913E+08
TEJ	Manufactory	120.1500	0.7018	
	2000/09/30	120.0944	0.7025	1.2273E+08
	2001/05/06	120.0444	0.7021	1.2238E+08
	2001/09/01	120.0834	0.7021	1.2188E+08
ULJ	Manufactory	120.1000	0.7015	
	2000/09/30	120.1088	0.7056	1.1596E+08
	2001/05/06	120.1809	0.7048	1.1476E+08
	2001/09/01	120.1276	0.7040	1.1625E+08
CHU	Manufactory	120.1800	0.7040	
	2000/09/30	-	-	-
	2001/05/06	120.0346	0.7051	1.5351E+08
	2001/09/01	120.1893	0.7059	1.5370E+08

3. 결 론

본 연구에서는 2000년 9월 30일과 2001년 5월 6일, 2001년 9월 1일에 세차례에 걸쳐, 광대역 지진계 센서 9개에 대해 주요상수의 검증 실시하였다. 검증한 결과는 매우 양호하며, 센서의 검증된 변수값은 제작사에서 신뢰할 수 있는 1% 범위내에 속한다. 이것은 광대역 센서가 정상 작동됨을 확인할 수 있었다. 이러한 간편한 방법으로 광대역센서의 작동상태를 정기적으로 확인함으로써 제공되는 지진자료의 신뢰성을 높일 수 있겠다. 앞으로 이와같은 방법으로 기상청에 설치된 단주기 지진계에 대해서 검증할 계획이다.

감사의 글

본 과제는 2001년도 기상청 특정과제인 “지진예지 및 지진해일 예측기술개발 사업”의 일환으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

1. Michael W. ASTEN, "Theory and Practice of Geophone Calibration In Situ Using a Modified Step Method", IEEE GEO, Vol. GE-15, No. 4, October, 1977, P208-214.
2. Frank Scherbaum, Of Poles and Zeros, Kluwer Academic Pub., 1996. P256.
3. Duk Kee Lee, "The Upper Mantle Structure Beneath the Colorado Rocky Mountains and the East Pacific Rise", Ph D. Dissertation, University of Texas at Austin, 1996.
4. S. K. Chakrabarty and S. N. R. Choudhury, "Response of electromagnetic seismographs" Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 54, No. 5, 1964, P1445-14458.