

전극형상을 고려한 수정진동자 해석 기법 연구

FEM analysis of Quartz oscillator considering dimensions of electrode

박승배, 김종정, 이덕훈, 김태성

Seung-Bae Park, Jong-Jung Kim, Duk-Hoon Lee, Tae-Sung Kim

Abstract

So far, the design methods of quartz crystal resonator have been developed. Recently, as the electronic package and semiconductor modules become smaller, the need to minimize the sizes of crystal components grows larger. but Minimizing crystal plate sizes has limitations because its temperature-frequency characteristics is worse and unwanted resonances occur. so appropriate design of electrode size and crystal plates is necessary. In this paper, Two-dimensional governing equations for electroded piezoelectric crystal plates with general symmetry have been solved from deduced equations from three-dimensional equations of linear piezoelectricity in most cases. In practice, electroded piezoelectric crystal plates have three-dimensional geometry, so simplified 2-dimensional equations and 2-D modeling are insufficient for explaining its resonance modes and characteristics. So, three-dimensional FEM(finite element method) analysis is done and its effectiveness is verified from analyzing practical crystal resonator model.

Key Words : crystal resonator, crystal impedance, three-dimensional FEM analysis, piezoelectricity

1. 서 론

전자 패키지와 반도체 기술에 발 맞추어 점점 수정진동자의 사이즈도 작아지는 추세에 있다. 어느 정도의 적정선까지는 괜찮으나 두께 크기 비율이 너무 커지면 원치않는 발진이나 activity dip이 발생할 가능성이 커진다. 또한 크리스탈 임피던스의 크기가 너무 커져서 발진하지 않을 가능성도 있다. 이제까지의 수정진동자 해석은 주로 등가회로법에 의존한 파라미터 추출을 통한 회로해석이 주를 이루었다. 이에 대해 수치해석법은 등가회로를 고려할 필요가 없을 뿐 아니라, 해석영역을 축소하여 국부적인 파라미터를 계산하기 쉽다는 이점을 가진다. 대신 해석이 복잡하고 전체적인 시스템에서의 부분으로서의

해석이 어렵다는 단점을 지닌다. 이 논문에서는 3차원 압전체 해석 기법을 이용하여 정식화하고, 수정진동자의 주파수에 따른 진동모드를 해석하였다. 또한 해석을 기반으로 수정진동자의 임피던스를 주파수에 대해 계산하였다. 그리고 실제 모델에 대한 수정진동자의 예를 들고 전극의 형상에 따른 임피던스 변화를 보였다. 이를 통해 전극설계, blank설계의 적절한 가이드라인을 제시할 수 있으리라 생각된다.

2. 유한 요소법

압전 특성을 나타내는 물질들은 이방성을 가지므로 특성을 나타내는 식은 텐서의 형태를 취하게 된다. 텐서로 표현된 식(1)은 압전 물질의 압전 현상 및 전왜 현상을 나타내는 식으로 유한 요소 해석의 정식화 시에 기본이 되는 식이다.

1) LG전선연구소 부품재료연구그룹
Tel)031-450-8387 Fax)031-450-8387
e-mail)seung2500@dari.cable.lg.co.kr

$$\begin{aligned} T_{ij} &= C_{ijkl}^E S_{kl} - e_{ijn} E_n \\ q_m &= e_{mkl} S_{kl} + \varepsilon_{mn}^S E_n \end{aligned} \quad (1)$$

여기서의 아래첨자는 방향성을 나타낸다.

이것을 행렬의 형태로 쓰면

$$[T] = [C^E][S] - [e][E] \quad (2)$$

$$[q] = [e]^t [S] + [\varepsilon^S][E]$$

여기서,

- T : 응력 벡터
- S : 변형 벡터
- E : 전기 벡터
- D : 유전 변위 벡터
- C^E : 기계 계수 행렬식 (E =상수)
- ε^S : 유전상수 (S =상수)
- e : 압전상수
- q : 전하 벡터

해밀턴의 변분법을 압전 물질에 적용하면 다음과 같다[1].

$$\delta \int L dt = 0 \quad (3)$$

$$L = E_{kin} - E_{st} + E_d + W$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \int \int \int S^t T dV$$

$$E_{st} = \frac{1}{2} \int \int \int \rho u^2 dV$$

$$E_d = \frac{1}{2} \int \int \int D^t E dV \quad (4)$$

$$\begin{aligned} W &= \int \int \int_V u^t f_B dV + \int \int_{A_F} u^t f_S dA \\ &\quad - \int \int_{A_c} \Phi_{qs} dA + \sum u^t F_p - \sum \Phi Q_p \end{aligned}$$

- u : 변위
- V : 압전물질의 체적
- f_B : body force
- f_S : surface force
- F_p : point force
- A_F : 힘이 인가되는 면적
- Q_S : 점 전하
- A_c : 전하가 인가되는 면적

식 (4)는 위 식부터 차례로 운동 에너지, 탄성 에너지, 유전 에너지, 외부인가 에너지를 나타낸다.

또한 전기와 기계적인 변형은 각각 식 (5)과 (6)과 같이 표현할 수 있으며 이를 (4)에 대입하고 이 결과를 다시 식 (3)에 대입하여 정리하면 식 (8)의 결과식을 얻을 수 있다[1].

$$E = -grad\Phi = -grad(N_\phi\Phi) = -B_\phi\Phi \quad (5)$$

$$S = Bu = BN_u u = B_u u \quad (6)$$

여기서 Φ 는 전위차이고, u 는 변위량을 나타내며 B 는 식 (7)와 같다[1]

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} -\omega^2 M + j\omega D_{uu} u + K_{uu} u + K_{u\phi}\Phi &= F_B + F_S + F_P \\ K_{\phi\phi}^t u + K_{\phi\phi}\Phi &= Q_S + Q_P \end{aligned} \quad (8)$$

- K_{uu} : 기계 계수 행렬식
- D_{uu} : 기계 감쇠 행렬식
- $K_{u\phi}$: 압전 결합 행렬식
- $K_{\phi\phi}$: 유전 계수 행렬식
- M : 질량 행렬식
- F_B : 기계적인 체적 힘
- F_S : 기계적인 면적 힘
- F_P : 기계적인 point 힘
- Q_S : 면전하
- Q_P : 점전하

식 (8)에 주어진 계수 행렬식들을 정리하면 다음과 같다[1][3]

$$\begin{aligned} K_{uu} &= \int \int \int B^t u c^E B_u dV \\ D_{uu} &= \alpha \int \int \int \rho N^t u N_u dV \\ &\quad + \beta \int \int \int B^t u c^E B_u dV \\ K_{u\phi} &= \int \int \int B^t u e^t B_\phi dV \\ K_{\phi\phi} &= \int \int \int B_\phi^t \varepsilon^S B_\phi dV \\ F_B &= \int \int \int N^t u N_{FB} f_B dV \\ F_S &= \int \int N^t u N_{FS} f_S dA \\ F_P &= N^t u F_P \\ Q_S &= - \int \int N_\phi^t N_{QS} q_S dA \\ Q_P &= - N_\phi^t Q_P \end{aligned} \quad (9)$$

(α, β : 감쇠 계수)

식 (8)에 나타난 식들은 하나의 요소에 대한 식을 나타낸 것으로 전체 시스템에 대한 해석은 이들의 조립된 결과로 나타난다. 또한 기계 감쇄 행렬식 (D_{uu})은 주파수에 따라 변화하는 구조의 감쇄 특성으로부터 조립되는 값으로 감쇄 계수는 구동되는 주파수에 의해 결정되는 값이므로 해석적인 방법에 의해 값을 얻는 것이 어렵다[1]. 보통의 압전 소자에 대해서는 보통 일반적인 주파수에서의 값들이 공개되어 있지만 수정 디바이스에 대해서는 정해져 있지 않다. 이는 이러한 감쇄 특성이 단지 압전물질 뿐 아니라 다른 요소 예를 들면 표면의 거칠기, 적절한 비율, 전극 증착 방법 등에 대해 차이를 보이기 때문이다. 또한 발진 주파수도 종류에 따라서 천차만별이다. 따라서 본 논문에서는 감쇄 계수 행렬식에 의한 영향을 무시하고 해석하였다.

3. 실제 모델에의 적용

3.1 수정 가공 공정 소개

수정은 가공시 다음과 같은 공정을 거친다. 원석으로부터 럼버드를 추출하고 그걸 적절한 크기로 자른 다음 lapping, polishing의 공정을 거친다. lapping이나 polishing 공정에서 표면이 거의 평탄해 진다면 상관 없지만 그렇지 않으면 그 다음인 전극 증착 공정에 관계없이 특성이 원하는 조건 안으로 들어올 가능성이 없다. 전극 증착은 보통 스퍼터링 시키거나 evaporating 시키는데 그 후 주파수에 맞추어 적절한 두께로 식각하는 공정을 거친다.

3.2 실제 모델

수정은 기존의 압전 소자와 다르게 전기적인 신호를 기계적인 진동 즉 변위를 이용하는 소자가 아니라, 전기신호를 기계적인 공진을 이용해 특정 주파수에서는 그대로 통과시키고 다른 주파수에서는 차단하는 성질을 이용한다. 따라서, 기존의 해석에서의 변위 검증보다는 공진점을 찾고 등가회로화 하는 것이 중요하다. 다음의 그림은 7*5 TCXO 모듈에 들어가는 수정 진동자의 실제 형상이다. 물론 모델 자체는 실제와 다르지만 최대한 근접시키려고 노력했다. 그림에서의 외부 dimension 즉 5*2.5는 수정편의 가로 세로 길이이고 두께는 100um로 설정했다. 전극은 따로 모델링에 포함시키지 않고 같은 전위(등전위면)면으로 설정하였다. 또한 아래의 사각형 2개로 표시

된 0.65*0.65 dimension 은 기계적인 지지점 즉 기계적인 변위가 0인 점으로 설정하였다. 실제로는 이 부분에 은액등으로 수정편을 지지하기 때문이다. 이 기계적인 진동 억제점은 작을수록 좋다는 것이 정설이다. 왜냐하면 이 부분에서 원치 않는 모드로의 발진을 유발할 가능성이 높고 그 자체로 에너지를 흡수하므로 감쇄효과를 주기 때문이다.

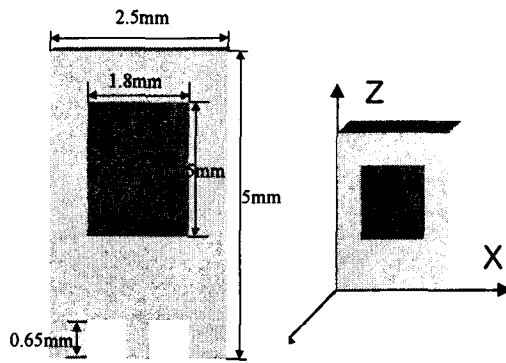


그림 1. 실제 해석 모델

실제로 쓰이는 수정의 cut은 AT-cut으로 Z방향에서 35°15′만큼 틀어진 cut을 사용한다. 이는 온도-주파수 특성이 이 각도에서 다른 cut에 비해 우월하기 때문이다. 이러한 cut을 사용했으므로 FEM 계산에 적용되는 기계계수 유전상수 압전상수 행렬이 전부 이 각도로 회전변환된 것을 사용하였다.

3.3 공진 해석

가로 세로 크기에 비해 상대적으로 두께 방향이 너무 작기 때문에 유한요소 생성이 까다롭다. 또한 수정 진동자에서는 이용하는 모드가 두께 전단 모드이므로 상대적으로 높은 주파수에서 기본 발진한다.

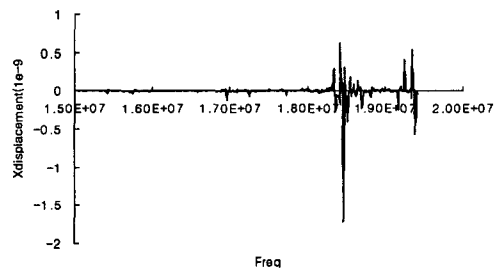


그림 2. 전하 인가시 두께 모드로의 발진양태 xy shear mode 진동이므로 x 방향의 변위 이동만을

기준으로 평가하였다. 그림 2에서 약 18.6Mhz에서 발진함을 알 수 있다. 감쇄 상수를 배제하였으므로 저항과 관련된 성분 즉 등가회로(그림 3)로 보았을 경우 R_o 의 성분을 무시하였다. 그러므로 임피던스 즉 양전극에 전하의 펄스를 가했을 경우 계산되어 지는 전위 즉 $\Phi(\omega)$ 를 전류로 나누면 그 주파수에서의 임피던스 $Z(\omega)$ 를 계산할 수 있다. 전류의 펄스를 주었을 경우 전류는 $I = -\frac{dQ}{dt}$ 이고 또한 유한 요소 식 자체가 푸리에 변환되어 있으므로 푸리에 변환을 시키면 $I(\omega) = j\omega Q$ 가 된다. 여기서 Q 는 인가 전하를 의미한다. 따라서,

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (10)$$

식 10을 이용하여 각 주파수에 대해 전하를 인가하였을 경우 측정되는 임피던스는 다음과 같다.

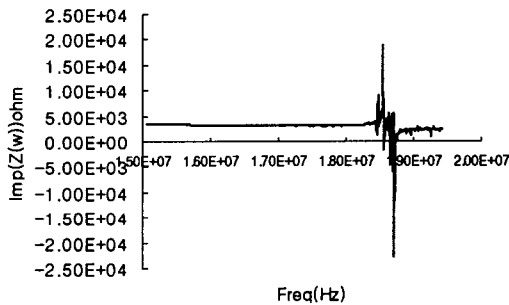


그림 3. 전하 인가시 계산되는 임피던스값

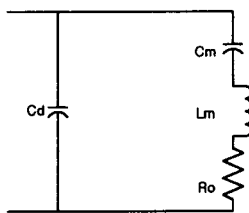


그림 4. 수정 진동자의 등가회로

실제의 주파수 모델은 현 TCXO의 기본 모델인 19.68MHz용 크리스탈 blank이므로 등가회로 수치를 비교하는데 다소의 무리가 있다. 실제의 blank에 대한 등가회로 수치는 다음과 같다. C_d 는 2.5pF C_m 은 9fF L_m 은 7mH정도 나온다. 계산치로는 C_d 는 2.0pF C_m 은 456fF L_m 은 8mH정도 나온다

모델 자체도 다르고 특히 C_m 값이 많이 다른데 이는 전극의 질량효과를 무시한 결과로 감쇄 효과에 대한 고려가 없었기 때문이다. 다음으로 전극의 형상에 대한 효과를 고려하기 위하여 전극의 형상을 바꾸어 보았다. 이는 등 전위면의 크기를 바꿈으로써 확인해 볼 수 있었는데 1.8*3.5일 경우와 2.2*3.5일 경우를 비교하였다. 그림 2의 발진양태는 거의 비슷하게 나왔으나, 그림 3의 임피던스는 상당히 다른 양태를 보였다. 두계전단모드 진동에 대한 해석으로만 제한하였으므로 공진 주파수 인접에서 계산하였는데 첫 번째의 경우 임피던스의 진폭이 커진데 반해 두 번째 경우는 진폭은 조금 줄고 대신 주파수의 폭이 늘었음을 확인할 수 있었다.

4. 결 론

기존의 2차원 해석과는 다르게 모델 자체에 대한 간략화 없이 3차원 압전방정식을 적용하여 수정진동자에 대한 해석을 시행하였다. 이를 통해 수정진동자의 사이즈에 대한 특성값의 변화를 간략하나마 확인할 수 있었고 전극의 변화에 대한 임피던스 변화를 확인할 수 있었다. 이러한 해석의 한계로는 실제의 전극증착에 대한 고려나 수정가공시의 표면거칠기 정도에 대한 배려가 없다는 것이다. 3차원 압전방정식을 토대로 수정진동자에 대한 기본적인 특성치 계산이 가능함을 보였다.

참고 문헌

- [1] Reinhard Lerch. "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three -Dimensional Finite Elements", IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol.37, No.2, May 1990
- [2] Peter C.Y. Lee, Jium-Der Yu "Governing Equations for a Piezoelectric Plate with Graded Properties Across the Thickness" IEEE Trans. Ultrasonics, Frequency Control, Vol. 45, No.1, January 1998
- [3] Martine NAILLON, Roger H. COURSAINT "Analysis of piezoelectric structures by a finite element method" ACTA Electronica vol 25, No. 4, pp341-362, 1983