메쉬 간략화를 위한 확장 QEM 알고리즘

김수균 김선정 김창헌
고려대학교 컴퓨터학과
{skkim,sjkim, chkim}@cgvr.korea.ac.kr

Extended QEM for Surface Simplification Algorithm

Soo-Kyun Kim Sun-Jeong Kim Chang-Hun Kim
Dept. of Computer Science & Engineering, Korea University

요 약

본 논문은 이산 곡률을 확장된 QEM(Quadric Error Metrics)으로 변환한 새로운 메쉬 간략화 알고리즘을 제안한다. 이산 곡률이란 이산적인 표면으로 구성된 메쉬 표면의 곡률이며, 기하학 정보만을 이용하여 계산 가능하다. QEM은 간략화 오차를 평면과 한 점과의 거리 제곱의 합인 이차식으로 표현함으로써 빠른 간략화를 수행한다. 본 논문은 모서리 간략화 수행 시의 새로운 점과 주변 평면과의 거리 뿐만 아니라, 그 점에서의 이산 곡률을 계산한다. 즉, 간략화 오차에 거리와 곡률을 함께 고려하여 이차식으로 표현함으로써 빠르고 높은 품질의 간략화가 수행 가능하다.

1. 서론

3차원 모델의 방대한 데이터를 랜더링 하기 위해서는 많은 수행 시간이 필요하다. 이런 방대한 데이터를 가진 3차원 모델을 실시간으로 생성하여 보여 줄 수 없기 때문에 LOD(level of detail) 생성 기술을 사용하고 있다. LOD 생성 기술은 3차원 모델의 형상을 구체적인 단계에서 단순한 단계까지 여러 형상을 다단계 모델의 구조로 생성하는 기술이다. 다단계 모델의 형상을 생성하기 위해 LOD 생성 기술은 간략화 알고리즘을 사용한다. 그러나 원래 모델을 간략화 하면서 단순한 단계까지 가면 원래 모델의 특징을 잘 유지하는 것은 어려운 일이다.

이산 곡률이란 이산적인 표면으로 구성된 메쉬의 표면 곡률로서, 메쉬의 기하학 정보를 이용하여 계산된다. QEM[1]은 간략화 오차를 2차식으로 표현하여 빠르고 높은 품질의 간략화를 수행한다.

본 논문에서는 QEM을 이산 곡률로써 확장 시켜, 기존의 QEM과 비슷한 수행속도로 보다 정확한 간략화를 수행한다. 확장된 QEM을 이용한 간략화 알고리즘은 곡률이 높은 부분을 나중에 간략화 함으로서, 모델의 특징 부분이 먼저 간략화가 되는 것을 최소화 할 수 있어, 간략화 모델의 정확성을 증가 시킨다. 이런 간략화 방법을 LOD에 적용시켜 원래 모델의 형상을 효과적으로 유지 시키며 LOD를 생성 할 수 있다.

2. 관련 연구

현재 모델은 수백만개의 다면체들로 구성되어 있고, 이런 모델을 실시간으로 랜더링 하기 위해 컴퓨터 그래픽스에서는 간략화 분야를 오랫동안 연구해 왔다. 이런 간략화 분야에서는 큰 범주로 3가지로 분류할 수 있다. 3가지는 다음과 같다. vertex clustering[5], vertex decimation [6] 와 edge contraction[1,4]으로 나눌 수 있다. 간략화 알고리즘은 반복적인 모서리 재거를 하여 새로운 꼭지점을 그 부분에 대치하는 방법이다. 간략화를 하게 되면 하나의 모서리를 공유하는 두 개의 삼각형과 하나의 모서리가 제거되고, 그리고 재삼각화가 된다.

Ronfard 와 Rossignac[9]은 평면과 꼭지점 사이를 최소로 하는 거리를 오차로 측정하였다. 최대 거리(maximum distance)대신, Garland and Heckbert[1]는 거리 제곱의 합을 사용하였고, "quadric error metrics"라 불리 우는 효과적이고 빠른 간략화 알고리즘을 제안하였다.

이산적 표현의 메쉬에서는 꼭지점에 관한 표면 곡률의 근사는 사이각, 이면각, 모서리의 길이, 모서리가 이루는 면 등으로 지역적 특성을 가지는 이산적 근사 방법을 사용한다[8]. 삼각화 된 메쉬 표면의 위상과 기하학적 정보를 사용하여, 삼각화 되어진 모델의 꼭지점 기반 평균 곡률과 Gaussian 곡률 및 특징 모서리, 안장점(saddle point) 모양의 표면을 적절하게 표현 할 수 있다. 이런 평균 곡률 및 Gaussian 곡률을 이용하여 초기 모델의 표면 특징을 최대로 유지 할 수 있으며 효과적인 간략화 모델을 만들 수 있다

이산 곡률은 메쉬의 기하학 정보를 이용하여 계산되고, QEM은 거리 제곱의 합의 최소를 하는 부분을 오차로 하여 간략화를 수행한다. 본 논문에서 제안된 확장된 QEM을 이용하면 모델 곡률이 높은 부분, 즉 모델의 특징 부분이 잘 유지되며, 비교적 빠르게 간략화가 된다.

3. 문제 정의

본 논문에서는 면 F의 집합과 정점 V의 집합으로 이루어진 것을 삼각형 메쉬 M으로 표현한다. (각 삼각형 면 $f \in F$ 은 정점 세 쌍(v_1, v_2, v_3)과 같이 표시한다.)

간략화란 주어진 3차원 메쉬 M에 대해, M에 최대한 근접하면서 데이터양이 작은 새로운 메쉬 M'을 생성하는 작업이다. 3차원 메쉬 M과 간략화 메쉬 M' 의 관계는 다음과 같다.

$|M| >> |M'| \,\&\, M \approx M'$ (단, $|M\text{-}M'| < \varepsilon$:주어진 오차 ε)

간략화를 조절하는 척도를 오차 척도라고 하며, 본 논문에서는 거리제곱과 곡률의 합으로 오차를 측정한다.

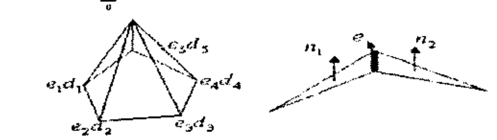
3.1 이산 곡률 정의

이산 곡률이란 이산적인 표면으로 구성된 메쉬의 표면 곡률로서, 메쉬의 기하학 정보를 이용하여 계산된다[8]. 이산 곡률에는 평균 곡률과 Gaussian 곡률, Principle 곡률이 있으며, 각각의 곡률 마다 서로 다른 특성이 있다.

삼각화 된 메쉬에서 평균 곡률은 Steiner의 공식을 3차원의 다면체에 적용하여 나타내면 다음과 같다.

$$H = \frac{\frac{1}{2}\left(\sum e_i d_i\right)}{\frac{1}{3}A} \qquad (1)$$

여기서 $A = \sum_{0}^{k} f_i$ 는 각 삼각형 면적들의 합이다.



(a) 이면각의 요소 (b) 평균 곡률의 요소

[그림 1] 평균 곡률과 이면각 요소

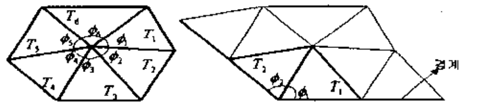
e_i 는 모서리의 길이이고, d_i 는 이면각의 크기이며, 삼각형의 면적의 합으로 나누어 준다. 한 모서리에서 이면각 d_i 는 그림 1에서와 같이 그 모서리를 만드는 2개의 면 사이의 각으로, 그 값은 2개의 면의 법선 벡터를 이용해 구하고 부호는 볼록한 지역과 오목한 지역을 나타내어 준다.

Gaussian 곡률은 한 꼭지점을 연결하는 모서리에 있는 각, 면과 관계가 있다. 그림 2 와 같이 삼각화 된 메쉬에서 미분기하의 가우스-보넷 정리를 사용하여, 내부 꼭지점의 Gaussian 곡률을 구한다.

$$K = \frac{2\pi - \sum_{i=1}^{k} \phi_i}{\frac{1}{3}A} \qquad (2)$$

$$K = \frac{\pi - \sum_{i=1}^{k} \phi_i}{\frac{1}{3}A} \qquad (3)$$

A는 각 삼각형 면적들의 합이고, ϕ_i 는 꼭지점 주위의 표면각 이다.



(a) 내부 꼭지점의 곡률 (b) 경계 꼭지점에서의 곡률

[그림 2] Gaussian 곡률

그림 2 에서 (a)와 같은 경우 식 (2)를 이용하여 곡률을 구할 수 있고, (b)와 같은 경우에는 식 (3)을 이용해 곡률을 구한다.

Principle곡률은 평균 곡률과 Gaussian곡률을 이용하여 구할 수 있고, 그 식은 다음과 같다.

$K \geq 0$	$2\lvert H \rvert$	(4)
$K < 0$	$2\sqrt{\lvert H \rvert^2 - K}$	

3.2 이산 곡률에 의한 QEM 확장

평면과 한 점 사이의 사용하기 위해 거리에 대한 공식을 이용하면 다음과 같다.

$$d(v, p_i) = \bar{n_i} \bullet \bar{v} + c_i \qquad (5)$$

평면 p_i 에서 새로운 vertex $\bar{v} = (\dot{v}_x, \dot{v}_y, \dot{v}_z)$ 로 부터의 거리이고, $n_i = (n_{ix}, n_{iy}, n_{iz})$를 평면 p_i 의 outward unit vector 이다. 여기서 c_i 를 Origin과 평면 사이의 거리 라고 할 수 있다. Garland 와 Heckbert[1]는 거리를 제곱하여 Quadric으로 만들어 좋은 품질을 만들었고, Lindstrom 과 Turk[4]는 Origin과 평면과의 부피의 차를 최소로 하는 방법을 제안하였다. 본 논문은 c_i 을 평면과 한 점과의 거리 뿐만 아니라, 새로운 점에서 이산 곡률을 측정한다. 우선 간략화를 하기 위한 모서리를 선택하고, 선택 되어진 모서리의 두 꼭지점, v1과 v2에 대해 각각 평면과 한 점과의 거리의 제곱 공식을 이용하여 오차를 구하고, 또한 각각의 꼭지점에서의 이산 곡률을 구한다.

평균 곡률은 굽은 정도를 나타내는데 유리하며 Gaussian곡률은 안장점과 같은 특이 지역을 알아내는데 유리하다. Principle곡률은 평균과 거의 비슷하지만 그 계산량이 많다. 그러므로 본 논문에서는 이산 곡률 중 평균 곡률을 이용하여 QEM을 확장한다. 꼭지점 v1에 대한 평균 곡률은 그 점에서의 굽은 정도를 나타내며, 평균 곡률을 이용하여 구한 오차를 식 (5)의 c_i 에 넣는다. 만약 꼭지점에서의 곡률이 0 에 가깝다면 이 꼭지점은 평평한 부분이다. 이렇게 곡률을 측정한 수치로 QEM에 확장하여, 우선 순위 큐에서의 간략화 순서를 바꾸어 줌으로써 곡률이 높은 부분이 먼저 간략화가 되는 것을 막아준다.

4. 확장 QEM에 의한 메쉬 간략화

본 논문의 제안 알고리즘은 이산 곡률을 이용하여 확장된 QEM알고리즘을 만들어 높은 품질을 얻는데 있다.

본 논문은 식 (5) 에서 c_i 을 한 평면과 한 점과의 거리로 보고, 식 (1) 를 이용하여 그 꼭지점에서의 곡률을 구한 다음, 두 식으로 부터 나온 오차를 우선 순위 큐에 넣으면, 곡률이 높은 부분에 대해 간략화를 나중에 하고, 곡률이 낮은 부분, 즉 평평한 곳이 먼저 간략화가 되도록 우선 순위 큐의 순서를 바꾼다.

$$H_{12} = \frac{\sum_{j=0}^{n} \{((v_{j+1} - v_{12}) \times (v_j - v_{12})) \bullet ((v_{j+1} - v_{12}) \times (v_j - v_{12}))\}}{\sum_{j=0}^{n} \left\| (v_j - v_{12}) \times (v_{j+1} - v_{12}) \right\|} \qquad (6)$$

$$\sum_{i,j=1}^{n} d(\bar{v}, p_{i,j}) = \sum_{i,j=1}^{n} n_{i,j} \bullet \bar{v} + (c_{i,j} + H_1 + H_2) \qquad (7)$$

$$Q_e(\bar{v}) = \sum_{i,j=1}^{n} d(\bar{v}, p_{i,j})^2$$

식 (6)는 v1.v2의 꼭지점에서의 곡률을 구하고, 이렇게 구해진 (6)을 식 (1)에 대입하여 (7)을 구한다. 위의 식으로부터 구해진 오차는 간략화를 위해 큐에 넣어진다. 본 논문에서는 오차 값들 중 곡률이 높은 곳의 오차 값을 큐의 뒤 부분에 넣어 줌으로써 간략화가 많이 되어도 원래 모델의 특징을 유지하면서 간략화를 할 수 있다.

Pseudo-code는 다음과 같다.

```
Initialization
For I=1 ... #F do
  f.Q := QEM(i)
  for j=1...3 do
    f.v[j].Q += f.Q + curvature(f.v[j])
For i=1...#E do
  e.Q := e.v[1].Q + e.v[2].Q
  set_up_Queue()
```

```
Simplification
While #F < user_given_value do
  Edge collapse(e)
For i ∈ Neighbor(e) do
  e_i.Q := e_i.v[1].Q + e_i.v[2].Q
  Update_Queue()
```

[그림 4] 확장된 QEM알고리즘의 Pseudo Code

5. 실험 결과

실험 환경은 Pentium III 866CPU 256M의 PC이며, OpenGL, 과 Visual C++을 사용하여 구현하였다. 간략화 된 결과는 표 1 과 그림 5,6,7 과 같다. 본 논문에서는 소, 드래곤 모델을 이용하여 실험하였다. 객관적인 결과 측정을 위해 Metro[7]를 사용하여 원래 모델과의 오차를 측정하였다.

(a) 원래 모델 (T: 5804) (b) QEM (T: 120) (c) 제안 방법 (T: 120)

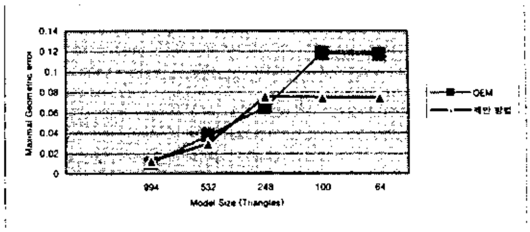
[그림 5] 소 모델의 비교 (T: 삼각형 개수)

(a) 원래 모델 (T: 49,998) (b) QEM (T: 500) (c) 제안 방법 (T: 500)

[그림 6] 드래곤 모델의 비교 (T: 삼각형 개수)

표 1 은 수행 시간을 측정한 결과다. QEM을 이용했을 때와 비교해 봤을 때 간략화 속도는 기존의 QEM을 이용했을 때가 약간 더 빠르다는 것을 알 수 있다.

그림 7은 Metro를 이용해 오차를 측정해 본 결과로 QEM을 이용한 것보다 간략화가 많이 되어 갈수록 오차가 더 적어지고,모델의 형상이 유지된다.



[그림 7] Metro[7]를 이용한 결과 비교 (소 모델)

[표 1] 실험 모델 및 수행시간 (Time: milliseconds)

모델	Vertex	Triangles	삼각형 개수	수행 시간	
				QEM	제안 방법
Dragon	25,005	49,998	500	5107	6139
Cow	2,904	5,804	120	471	480

6. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 수행 속도와 높은 품질을 위해 이산 곡률을 이용하여 확장된 QEM알고리즘을 제안하였다. 각 모델의 특징 부분이 간략화 되어 갈수록 최대한 유지된다. 또한 기존의 다른 간략화 알고리즘 보다 좋은 모델의 형상을 유지하며 비교적 빠른 속도와 정확성을 가지며 간략화가 이루어진다. 본 논문의 간략화 알고리즘을 LOD 생성 기술에 적용하면 보다 효과적으로 모델을 생성 할 수 있다.

향후 연구과제로는 이산 곡률을 기존의 다른 간략화 알고리즘에 적용하여 보다 더 빠르고 모델의 형상 부분이 최대한 유지될 수 있도록 하는 것이 필요하다.

7. 참고 문헌

[1] M. Garland and P. S. Heckbert, Surface simplification using quadric error metrics, in SIGGRAPH'97 Proceedings, 1997, pp.209-216

[2] Hoppe. H., DeRose. T, Duchamp. T, Halstead. M., Jin. H, McDonald. J, Schweitzer. J and Stuetzle. W, *Piecewise smooth surface reconstruction*. Proceedings of SIGGRAPH 94, Computer Graphics, Annual Conference Series, pp. 295-302.

[3] Hoppe. H, Progressive mesh, in SIGGRAPH'96 Proceedings, 1996,pp. 99-108

[4] P. Lindstrom and G. Turk, Fast and memory efficient polygonal simplification, in IEEE Visualization'98 Conference Proceedings, 1998, pp.279-286.

[5] J. Rossignac and P. Borrel, Multi-resolution 3D approximations for rendering complex scenes, in Modeling in Computer Graphics: Methods and Application, 1993,pp.455-465.

[6] W. J. Schroeder, J.A. Zarge and W. E. Lorensen, Decimation of triangle meshes, in SIGGRAPH'92, Proceedings, 1992,pp.65-70.

[7] P. Cignoni, C. Rocchini, and R. Scopigno, "Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces," Computer Graphics Forum, vol. 17, no. 2, 167-174, June 1998.

[8] V. Borrelli. Courbures Discretes. Master's thesis, University Claude Bernard-Lyon 1, 1993.

[9] R. Ronfard and J. Rossignac, Full-range 3D approximations for rendering complex scenes, in Modeling in Computer Graphics Forum, Curographics'96 Proceedings, 1996, Vol.15, pp 67-76