퍼지 집합의 소속함수에 대한 가중치 함수와 비퍼지화에서의 적용

정성원[U] 이광형
한국과학기술원 전자전산학과 전산학 전공
(swjung, khlee)@monami.kaist.ac.kr

Weight Function on the Fuzzy Set Membership and its Application to the Defuzzification

Sung-Won Jung[U] Hyung Lee-Kwang
Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, Div. of Computer Science, KAIST

요 약

본 논문에서는 퍼지집합의 소속함수에 대한 가중치 함수를 제안한다. 제안하는 가중치 함수는 퍼지집합의 소속함수에 곱해지는 형태로서 적용되어지며, 이것은 소속함수에 대한 사용자의 선호도를 의미한다. 제안하는 가중치 함수의 개념은 기본적으로 소속함수를 사용하는 어떤 퍼지 집합의 응용에서도 적용될 수 있을 것으로 보이나, 본 논문에서는 그 중 한가지 경우로 비퍼지화 방법을 적용 대상으로 선택하였다. 제안하는 가중치 함수가 비퍼지화 방법에 있어서 가지는 의미를 보이며, 기존의 비퍼지화 방법들에서 이러한 가중치 함수의 개념이 어떻게 적용되어 왔는지를 보인다. 또한 기존의 비퍼지화 방법들의 개념에 적용되지 않은 형태의 가중치 함수를 선택하여, 비퍼지화 방법에 특정 가중치 함수를 적용하였을 때의 특성 변화를 보인다. 이러한 일반적인 형태의 가중치 함수를 퍼지집합의 소속함수에 적용함으로서, 다양한 형태의 선호도를 퍼지집합의 형태에 반영할 수 있을 것으로 보인다.

1. 서론

퍼지집합은 애매모호한 값을 표현하는데 적합하여 그동안 많은 다양한 분야에서 응용되어져 왔으며, 지금까지 효과적으로 퍼지집합을 다루기 위한 여러 가지 연구가 진행되어 왔다. 퍼지집합은 애매모호한 값을 가능성 분포를 이용하여 표현한 것으로, 관심있는 모든 원소들을 포함한 전체집합에서 어떤 특정한 성질을 갖는 원소들과 그 원소들의 집합에 대한 소속 가능성을 만족도를 이용해서 나타낸 집합이다. 이에 따라 퍼지집합은 각 원소들의 집합에 대한 만족도를 임의로 설정할 수 있어서, 전통적인 고전집합(crisp set)이 표현하지 못하는 불분명성과 애매성을 표현할 수 있다.

본 논문은 퍼지집합의 만족도를 나타내기 위하여 사용되는 소속함수에 대한 가중치 함수를 제안한다. 본 연구의 동기는 일반적인 퍼지집합의 소속함수에서, 소속함수 값에 따라 결과에 영향을 미치는 중요도에 차이를 어떻게 둘 것인지에 대한 문제로부터 제시되었다.

이러한 관점에서 접근하고자 하는 기존의 연구는 대부분 퍼지집합의 형태에 대한 것에 초점을 맞추고 있으며, 그 결과로는 사다리꼴 퍼지 집합, 가우시안 퍼지 집합, 삼각 퍼지 집합 등이 있다[1]. 그러나 어떤 시스템을 구성하는 데 있어, 이러한 퍼지집합들 중 하나의 특정 형태 하나만을 정하여 사용하는 것은 시스템 사용 중 소속함수의 특정 부분에 대한 선호도가 달라지는 경우에는 대처하기 힘들게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위해 기존 연구에서는 BADD 비퍼지화 방법에서와 같이 소속함수의 지수함수 형태를 취하는 등의 방법을 사용한다[2, 3]. 그러나 이러한 소속함수의 지수함수를 새로운 소속함수로 취하는 형태의 방법은 단일한 형태의 가중치 함수를 적용하는 결과가 되며, 보다 다양한 형태의 가중치를 적용하기 힘든 단점이 있다.

이에 본 논문에서는 퍼지집합의 소속함수에 곱하는 형태로서의 일반적인 가중치 함수의 존재를 제시하며, 이를 통해 보다 다양한 사용자의 소속함수에 대한 선호도와 관심을 반영할 수 있도록 한다. 즉, 소속함수의 특정 부분에 따른 사용자의 다양한 선호도를 가중치 함수의 형태로 표현함으로서 보다 직관적으로 다양한 형태의 선호도를 가능하게 한다. 본 논문의 접근은 기존의 퍼지집합의 소속함수에 대한 가중치 부여 방법의 일반적 시각을 제시함으로서 소속함수 형태의 가변적 적용을 보다 용이하게 한다는 점에서 의미가 있다고 할 수 있다.

2. 가중치 함수의 적용

$$\mu_{new}(x) = w(\mu(x))\mu(x)$$

본 논문에서 제안하는 가중치 함수 $w(\mu)$는 [0,1]의 범

위의 소속함수 값을 마찬가지로 [0,1] 사이의 가중치 값으로 대응시키는 함수이다. 그림 1의 (a)는 가중치 함수의 예를 보인 것이다. 가중치 함수는 (b)의 원래의 소속함수를 (c)와 같은 새로운 형태의 소속함수로 변화시킨다.

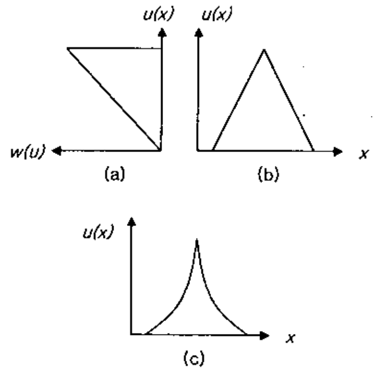

그림 1. (a) 가중치 함수, (b) 원래의 소속함수 (c) 변화된 소속함수

이러한 형태의 가중치 함수가 지금까지의 몇 가지 비퍼지화 방법들에서 나타난 모습들은 다음과 같다. 다음의 비퍼지화 방법들은 모두 COA 비퍼지화 방법에 가중치 함수를 적용하여 만들어질 수 있는 비퍼지화 방법들이다. 여기에서 원래의 퍼지집합은 삼각 소속함수를 소속함수로 갖는 경우이다.

· COA 비퍼지화 방법

$$x^{COA} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \mu_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i}$$

COA 비퍼지화 방법은 소속함수에 그림 2의 (a)와 같은 형태의 가중치 함수가 적용된 경우이다. 따라서 COA 비퍼지화 방법은 원래의 삼각 퍼지함수의 소속함수 값에 균일한 가중치 값이 가해진 경우로 생각할 수 있다.

· MOM(Mean of maxima) 비퍼지화 방법

$$x^{MOM} = \frac{\sum_{i \in I} x_i}{m_0}$$

I에 속하는 i의 인덱스를 갖는 x들은 모두 퍼지집합에서 최대의 소속함수 값을 갖는 점들이다. m_0는 집합 I의 원소의 수를 나타낸다. MOM 비퍼지화 방법은 COA 비퍼지화 방법에서 소속함수 값에 그림 2의 (b)와 같은 형태의 가중치 함수를 적용한 경우가 된다.

· Height 비퍼지화 방법

$$x^{H(\alpha)} = \frac{\sum_{i \in H} \mu_i x_i}{\sum_{i \in H} \mu_i}$$

$i \in H \quad \text{iff} \quad \mu_i \geq \alpha$

Height 비퍼지화 방법은 기본적인 형태는 COA 비퍼지화 방법과 동일하지만 특정 소속함수 값 α 이상의 소속함수 값만을 고려하는 점이 다르다. 따라서 height 비퍼지화 방법은 COA 비퍼지화 방법에서 소속함수 값에 그림 2의 (c)와 같은 형태의 가중치 함수가 적용된 경우이다.

· BADD 비퍼지화 방법

$$x^{BADD(\lambda)} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \mu_i^{\lambda} x_i}{\sum_{i=1}^{m} \mu_i^{\lambda}}$$

BADD 비퍼지화 방법은 COA 비퍼지화 방법의 소속함수 값을 특정 매개변수 값의 지수함수 형태로 변경함으로서 이루어진 방법이다. 따라서 BADD 비퍼지화 방법은 COA 비퍼지화 방법에서 소속함수 값에 그림 2의 (d)와 같은 형태의 가중치 함수가 적용된 경우이다.

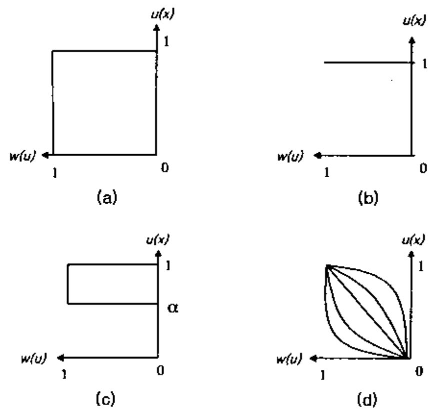

그림 2. 각 비퍼지화 방법의 가중치 함수들

3. 새로운 가중치의 적용

앞에서 언급한 기존의 비퍼지화 방법들은, COA 비퍼지화 방법의 소속함수 값에 각각 특정 가중치 함수를 적용하여 이루어진 COA 비퍼지화 방법의 특수한 경우이다. 즉 이러한 비퍼지화 방법들은 각 방법의 제안자가 각각 그림 2와 같은 형태의 가중치 함수를 소속함수 값에 대한 선호도로 생각함으로서 얻어진 방법들이다. 따라서 기존의 COA 비퍼지화 방법에 보다 변화가 많은 형태의 가중치 함수를 적용함으로서, 위의 여러 비퍼지화 방법들의 특성을 혼합하는 것이 가능하다.

그 하나의 예로 그림 3과 같은 형태의 가중치 함수를 COA 비퍼지화 방법의 소속함수 값에 적용할 수 있다. 그림 3의 가중치 함수는, θ값의 변화에 따라 height 비퍼지화 방법의 효과를 줄 수 있으며, [θ,1] 사이의 소속함수 값에 대한 가중치 값의 변화는 그 영역에 대해 BADD 비퍼지화 방법과 유사한 효과를 준다.

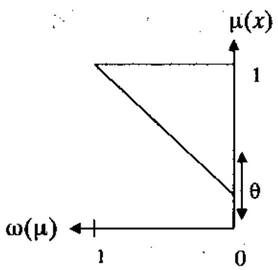

그림 3. 여러 특성이 혼합된 가중치 함수

이러한 그림 3과 같은 복합적인 형태의 가중치 함수를 적용하여 다양한 비퍼지화 방법의 특성을 혼합하는 것 이외에 다른 형태의 가중치 함수의 적용을 생각해 볼 수 있다.

본 논문에서 지금까지 언급하였던, 기존의 비퍼지화 방법들에 존재했던 그림 2의 가중치 함수들과 그 특성을 혼합한 그림 3의 가중치 함수는 '보다 높은 소속함수 값이 낮은 소속함수 값에 비해 더 큰 의미를 갖는다'는 가정이 반영된 가중치 함수이다. 이러한 형태의 가중치 함수는 퍼지 제어기와 같이 보다 높은 소속함수 값이 원하는 답이 될 수 있는 가능성이 큰 것으로 간주되는 문제에서 적합한 형태가 될 수 있다. 즉, 소속함수 값이 높은 값에 대한 기대치가 큰 시스템에서 의미를 가질 수 있으며 그렇지 않은 시스템에서는 다른 형태의 가중치 함수가 가능할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 퍼지집합의 소속함수에 적용하는 가중치 함수를 제안하였다. 본 논문에서 제안하는 가중치 함수의 형태는 퍼지집합의 소속함수의 값에 가중치 값을 곱하는 형태로 적용된다. 이러한 가중치 함수는 소속함수 값에 대한 사용자의 관점에 따른 선호도가 반영되는 것으로 볼 수 있다.

본 논문에서 제안하는 형태의 가중치 함수가 적용된 예로 기존의 COA 비퍼지화 방법과, 그로부터 파생된 비퍼지화 방법들에 어떤 형태의 가중치 함수가 적용되었는지를 보였다. 또한 기존의 비퍼지화 방법들에서 적용되지 않은, 여러가지 비퍼지화 방법들의 특성을 혼합할 수 있는 새로운 형태의 가중치 함수를 제안하였다. 본 논문에서 제안된 퍼지집합의 소속함수에 적용되는 가중치 함수는 본 논문에서 예로 제시한 비퍼지화 방법들 뿐 아니라 퍼지집합의 다른 응용에서도 보다 다양한 사용자의 관점을 쉽게 가변적으로 적용할 수 있을 것이라는 점에서 의의를 지닌다.

제안된 가중치 함수는 본래의 퍼지집합의 형태를 변형하는 함수이다. 어떤 퍼지 시스템의 퍼지집합에 제안된 형태의 가중치 함수를 적용할 경우, 그 시스템의 설계시 고려한 퍼지집합의 성질이 존속하지 않게 될 가능성이 있다. 따라서 퍼지집합이 사용되는 여러 응용 문제에 퍼지집합에 대한 제약조건이 존재하는 경우, 그 제약조건을 위반하지 않기 위하여 가중치 함수가 가져야 할 조건 및 성질에 대해서 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다.

5. 참고 문헌

[1]. 이광형, 오길록, "퍼지 이론 및 응용: I권 이론", 홍릉과학출판사, 1991.
[2] D. P. Filev and R. R. Yager, "A generalized defuzzification method under BADD distributions", *Int. J. Intell. Syst.*, vol. 6, pp. 687-697, 1991.
[3] Thomas A. Runkler, "Selection of Appropriate Defuzzification Methods Using Application Specific Properties", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 5, No. 1, 1997.
[4] 이지형, 이광형, "사용자 관심도를 반영하는 퍼지 숫자의 정렬 방법", 한국 퍼지 및 지능시스템 학회 논문집, Vol. 8, pp. 14-20, 1998.
[5]. 김대원, 신준범, 정성원, 이광형, "소속함수에 사용자의 선호도를 반영한 퍼지 집합의 비교 알고리즘", 한국 퍼지 및 지능시스템학회 논문지, Vol. 10, No. 1, pp. 12-15, 2000.