일회의 일축압축시험을 통한 평면 이방성 암석의 탄성계수 결정

장 보안, 나광희 강원대학교 지구과학부

1. 서 론

평면 이방성 암석은 평면 내에서는 동일한 공학적 특성을 가지나 평면에 수직한 방향으로는 다른 공학적 특성을 나타내고, 이러한 암석의 이방성 탄성계수는 이방성 면이 수평인 시료나 수직인 시료를 이용하여 측정할 수 있다 (Talesnick et. al., 1995; Talesnick and Ringel, 1999; Talesnick and Bloch-Friedman, 1999). 그러나 일반적으로 시추코어는 이방성 면이 수평면과 경사져 있기 때문에 이방성 탄성계수를 측정하기 위해서는 이방성 면이 수직 혹은 수평이 되도록 시료를 다시 가공하여야 하지만, 시추코어를 이용하여 이방성 면이 수직·수평인 시료를 성형하기는 거의 불가능하다.

이 논문에서는 시추시 회수된 한 개의 코어에 로젯 변형률 게이지를 부착하여 1 회의 일축압축시험으로 이방성 암석의 탄성계수를 구하는 식을 유도하였고, 이방성 면의 경사가 다양한 편마암 시료에 대한 일축압축시험을 실시하여, 계산된 탄성계수와 이방성 면이 수직·수평인 시료에서 측정된 탄성계수를 비교하여 1 회의 일축압축시험으로 이방성 암석의 탄성계수를 구하는 식의 유효성을 실험적으로 증명하였다.

2. 탄성계수 결정식의 유도

Fig. 1과 같이 이방성 면에 평행한 방향으로 1축을, 수직한 방향으로 2축을 설정하여 응력을 가하면, 변형율-응력의 관계는 식 (1)과 같다 (Goodman, 1989).

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

이 시료에 Fig. 2와 같이 로젯 변형률 게이지를 부착한 후 코아의 축 방향을 따라 압축응력 σ_y를 가하여, 가해진 응력과 변형률을 관계를 이용하면 다음과 같은 탄성계수를 결정하는 식 (2)를 유도할 수 있다 (김호영, 1995).

$$E_1 = \frac{\sin^2\phi - \nu_{12}\cos^2\phi}{y_A - y_B + y_C}$$

$$E_2 = \frac{\cos^2\phi(\sin^2\phi - \nu_{12}\cos^2\phi)}{y_B(\sin^2\phi - \nu_{12}) + \nu_{12}\sin^2\phi(y_A + y_C)} \qquad (2)$$

$$G_{12} = \frac{\sin\phi\cos\phi}{y_A - y_C}$$

여기서, $\begin{Bmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\varepsilon_A}{\sigma_y} \\ \frac{\varepsilon_B}{\sigma_y} \\ \frac{\varepsilon_C}{\sigma_y} \end{Bmatrix}$ 이다.

이방성 암석에서는 $\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$ 가 관계가 성립하므로 식 (2)는 식 (3)과 같이 변형될 수도 있다.

$$E_1 = \frac{\sin^2\phi(\cos^2\phi - \nu_{21}\sin^2\phi)}{(y_A + y_C)(\cos^2\phi - \nu_{21}\sin^2\phi) - y_B(\cos^2\phi - \nu_{21})}$$

$$E_2 = \frac{\cos^2\phi - \nu_{21}\sin^2\phi}{y_B} \qquad (3)$$

$$G_{12} = \frac{\sin 2\phi}{2(y_A - y_C)} = \frac{\sin\phi\cos\phi}{y_A - y_C}$$

식(2)와 식(3)은 동일한 이방성 탄성계수를 구하는 식이나 식 (2)에서는 포아송 비로 ν_{12}를 사용한 반면에, 식 (3)에서는 포아송 비로 ν_{21}을 사용하였기 때문에 다른 형태의 식으로 나타난다.

3. 탄성계수의 계산

이 연구에서 사용된 시료는 충청북도 청주시 노은면에서 채취된 편마암으로, 시료의 이방성 각이 0° , 15° , 20° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° 되게 성형하였다. 각각 시료에 로젯 변형률 게이지를 부착한 후 일축압축시험을 실시하였으며, 일축압축시험에서 측정된 대표적인 응력-변형률 곡선은 Fig. 3에서 보여진다. 응력-변형률 곡선에서 파괴강도의 50% 에 가까우며 직선으로 나타나는 구간을 선택하여 y_A, y_B, y_C 를 구하여 식(2) 혹은 식(3)에 대입하면 E_1과 E_2를 구할 수 있다. 그러나 식(2)나 식(3)에서 미지수는 4개인 반면에 식은 3개이므로 포아송 비는 가정하여야 한다. 그러나 일반적인 암석에서 나타나는 포아송 비의

범위인 $0.2 < \nu < 0.3$ 에서 탄성계수 값의 변화가 아주 적고, 이방성 면이 수직·수평인 시료에서 측정된 탄성계수와 유사하다면, 위의 식을 이용하여 탄성계수를 측정할 수 있다.

Fig. 4는 이방성 각 $\theta=25^{o}$ 인 시료에서 측정된 응력-변형률을 식 (2) 및 식 (3)에 대입하여 계산한 이방성 탄성계수 값을 보여준다. $E_2(\nu_{12})$는 포아송비가 0.23인 지점에서 불연속적인 값을 가지고, $E_1(\nu_{12})$는 $\nu_{12}\geq 0.22$ 구간에서는 음의 값이 된다. 그러므로 이 시료에서 포아송 비를 $\nu_{12}=0.22$로 가정하면 $E_2(\nu_{12})$는 -81.18 GPa로 계산되지만 $\nu_{12}=0.23$으로 가정하면 91.04 GPa로 계산되어서, 포아송 비를 가정할 때 약간의 오차만 발생하여도 $E_2(\nu_{12})$ 값에는 큰 차이가 발생함을 보여준다. 그러나 $E_2(\nu_{21})$는 포아송 비에 관계없이 매우 일정한 값을 보여주고 있으며, 특히 포아송 비가 $0.2\leq \nu \leq 0.3$ 구간에서 $E_2(\nu_{21})$는 최대 4.4 GPa의 근소한 차이를 보이기 때문에 포아송 비에 상관없이 E_2 값은 유사할 것으로 판단된다. 또한 포아송 비가 $0.2\leq \nu \leq 0.3$ 구간에서 계산된 $E_1(\nu_{21})$는 30.49~41.84 GPa로서 식(2)를 이용한 이방성 탄성계수 $E_1(\nu_{12})$보다 상당히 일정하다.

Fig. 5는 이방성 각 $\theta=60^{o}$ 인 시료에서 측정된 응력-변형률을 식 (2) 및 식 (3)에 대입하여 계산한 이방성 탄성계수 값을 보여준다. 포아송 비가 0.35 지점에서 $E_1(\nu_{21})$는 불연속적인 값을 나타내며, $\nu_{21}\geq 0.33$ 일 때 $E_2(\nu_{21})$는 음의 값이 된다. 그러므로 이 시료에서 포아송 비를 $\nu_{21}=0.33$으로 가정하면 $E_1(\nu_{21})=4.12$ GPa로 계산되지만 $\nu_{21}=0.38$으로 가정하면 $E_1(\nu_{21})=206.70$ GPa로 계산되어서, 포아송 비를 가정할 때 약간의 오차가 발생하여도 탄성계수 값에는 큰 차이가 남을 보여준다. 그러나 포아송비 ν_{12}를 이용한 식(2)를 사용하여 구한 이방성 탄성계수는 매우 일정하였으며, 포아송 비가 $0.2\leq \nu \leq 0.3$ 구간에서 $E_1(\nu_{12})$은 최대 6.1 GPa의 차이를 보임으로써 포아송 비에 관계없이 $E_1(\nu_{12})$값은 매우 일정할 것으로 판단된다. 또한 $0.2 < \nu < 0.3$ 구간에서 계산된 $E_2(\nu_{12})$는 23.29~28.78 GPa로서 식(3)을 이용한 이방성 탄성계수 $E_2(\nu_{21})$ 보다는 상당히 일정하다.

4. 직접 측정된 탄성계수와 계산된 탄성계수의 비교

이방성 각이 0° 와 90° 인 시료에 2개의 단축 변형률 게이지를 부착한 후 일축압축시험을 실시하여 E_2와 ν_{21}, E_1과 ν_{12}를 직접 측정하였고, 이방성 각이 경사진 시료에서 식(2) 및 식(3)을 이용하여 계산된 탄성계수와 비교 검토하였다.

Fig. 6은 이방성 면이 수직·수평인 시료에서 직접 측정된 E_1, E_2와 식(2) 및 식(3)에서 계산된 E_1, E_2를 보여준다. 이방성 면이 경사진 22개의 시료에서 계산된 E_1 값 중에서 59%가 직접 측정된 E_1의 ±40% 이내의 범위에 포함되고, 식(2) 및 식(3)을 이용하여 계산된 E_2의 82%는 직접 측정된 E_1의 ±40% 이내의 범위에 포함되어 계산된 이방성 탄성계수 값들이 상당히 정확함을 지시해 준다.

5. 직접 측정된 탄성계수와 일축압축시험에서 측정된 포아송 비를 이용하여 구한 탄성계수의 비교

이방성 면이 경사진 시료에 일축압축시험을 실시할 때 로젯 변형률 게이지와 함께 하중축에 수직 및 수평인 방향으로 단축 변형률 게이지를 부착하여, 단축 게이지에서 측정된 변형률로부터 일반적인 일축압축시험에서와 동일하게 구한 포아송 비, ν_u를 식(2) 혹은 식(3)에 대입하여 이방성 탄성계수, $E_1(\nu_u)$, $E_2(\nu_u)$를 계산하였다.

식 (2)에 ν_u를 대입하여 구한 $E_1(\nu_u)$는 25 ~ 125 GPa, $E_2(\nu_u)$는 34 ~ 57 GPa의 범위를, 식 (3)에 ν_u를 대입하여 구한 $E_1(\nu_u)$는 18 ~ 74 GPa, $E_2(\nu_u)$는 17 ~56 GPa의 범위를 보여, 대부분의 값들이 이방성 면이 수직·수평인 시료에서 직접 측정된 E_1, E_2의 ±40% 이내의 범위에 포함된다 (Fig. 7). 위의 결과는 일축압축시험 시에 단축 게이지로 측정된 포아송 비를 이용하여 이방성 탄성계수를 측정하여도 상당히 정확한 값을 구할 수 있음을 지시한다.

6. 결 론

1. 한 개의 시추코어에 45° 로젯 변형률 게이지를 부착하여 1 회의 일축압축시험만으로 평면 이방성 암석의 탄성계수를 비교적 정확하게 구할 수 있다.
2. 이방성 탄성계수를 계산할 때 이방성 각에 따라 식(2) 혹은 식(3)을 사용하여야 한다. 즉, 이방성 면과 수평면이 이루는 각(θ)이 $\theta \leq 45°$ 일 때에는 포아송 비 ν_{21}을 사용한 식 (3)을 사용하여 이방성 탄성계수를 구하여야 하고, $\theta \geq 45°$ 일 때에는 포아송 비 ν_{12}을 사용한 식 (2)를 이용하여 이방성 탄성계수를 구하여야 한다.
3. 이방성 각이 경사진 시료에 일축압축시험을 실시할 때 통상적인 방법과 동일하게 단축 게이지를 부착하여 구한 포아송 비를 사용하여 이방성 탄성계수를 구하여도 비교적 정확한 값을 구할 수 있다.

7. 참고문헌

김호영, 1995, 이방성 암석에 대한 탄성계수의 실험적 결정, 터널과 지하공간, 한국암반공학회, Vol. 5, pp 318-322

M. L. Talesnick, M. Y. Lee, and B. C. Haimson, 1995, On the determination of elastic material parameters of transverse isotropic rocks from a single test specimen, Rock Mech. Rock Engng., 28(1), 17-35.

M. L. Talesnick and M. Ringel, 1999, Completing the hollow cylinder methodology for testing of transversely isotropic rocks: torsion testing, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 36, 627-639.

M. L. Talesnick and E. A. Bloch-Friedman, 1999, Compatibility of different methodologies for the determination of elastic parameters of intact anisotropic rocks, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 36, 919-940.

Goodman, R. E., 1989, Introduction to rock mechanics, John Willy & Sons, 181-18.

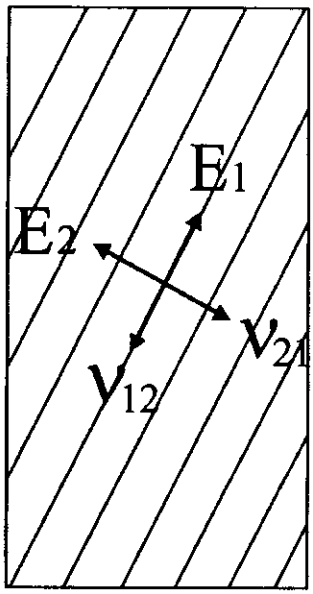

Fig. 1. Definition of elastic constants and axis.

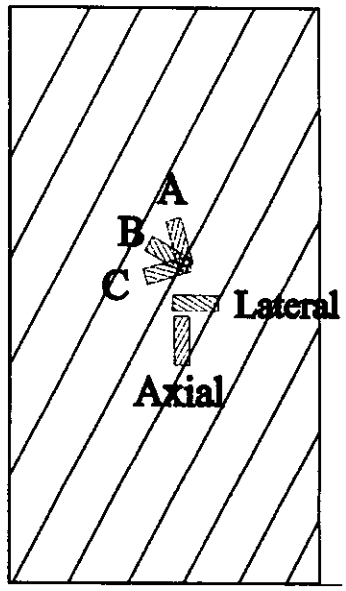

Fig. 2. Arrangement of rosette and liner strain gages.

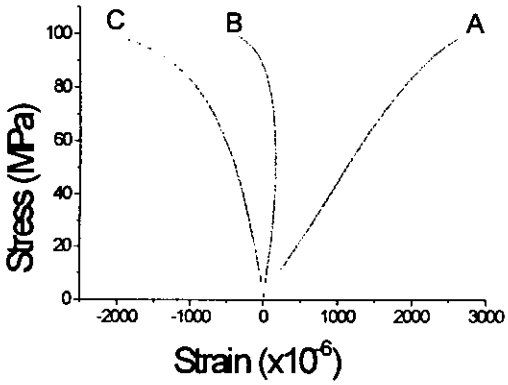

Fig. 3. Typical stress-strain curve from rosette strain gages under uniaxial compression test.

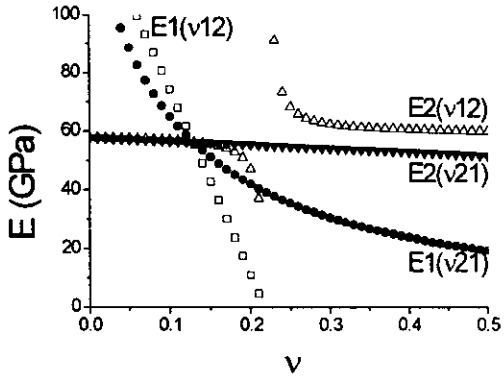

Fig. 4. Elastic constants calculated from eqn. (2) and (3) for samples of $\theta = 25^{o}$.

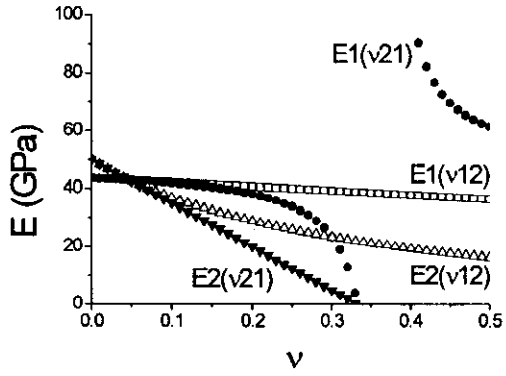

Fig. 5. Elastic constants calculated from eqn. (2) and (3) for samples of $\theta = 60^{o}$

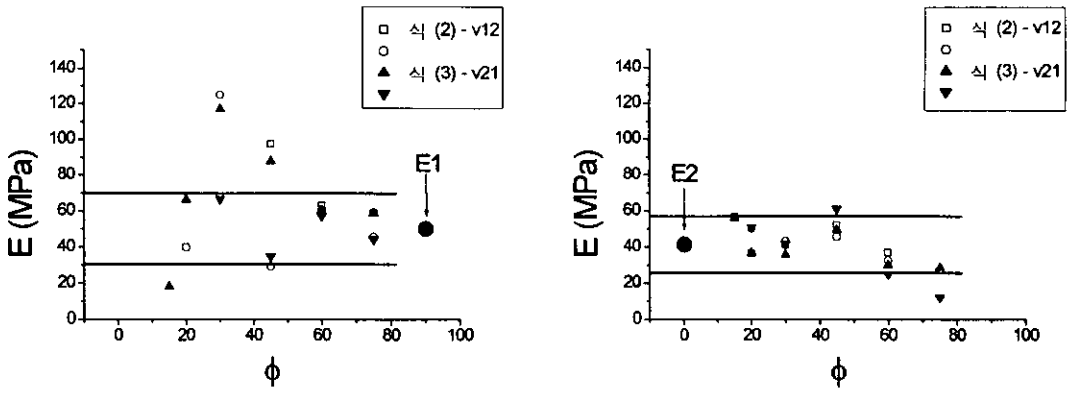

Fig. 6. Comparison of elastic constants calculated from eqn. (2) and (3) and those measured from samples directly.

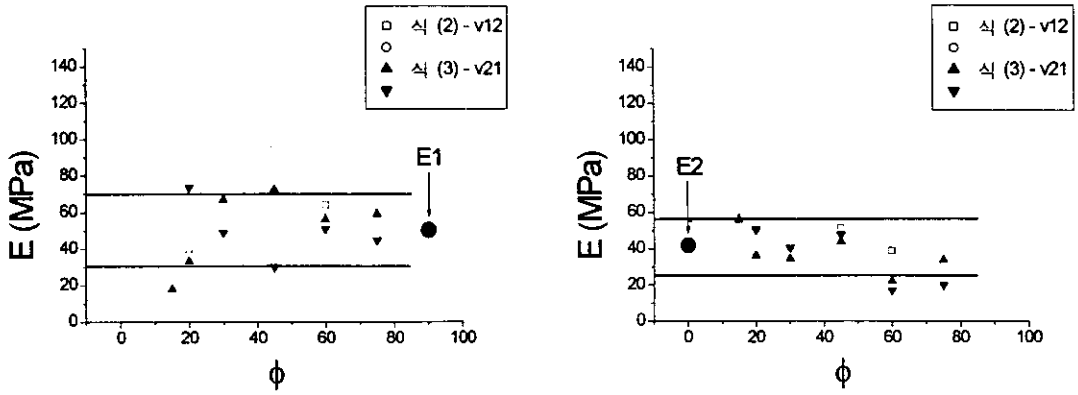

Fig. 7. Comparison of elastic constants calculated from eqn. (2) and (3) using ν_u and those measured from samples directly.