

# 급수전개에 의한 3차원 전자탐사 모델링

용환호<sup>1)</sup>, 안희윤<sup>1)</sup>, 조인기<sup>1)</sup>

## 1. 서론

확장된 Born 근사법은 계산시간이 짧고, 비교적 정확한 결과를 나타내는 매우 훌륭한 전자탐사 모델링 방법이다. 그러나 이 방법은 어차피 근사법이므로 정확성에 한계가 있다. 특히 이상체와 측정점과의 거리가 매우 짧거나, 모암과 이상체의 전기전도도비가 클 경우에는 정확성이 떨어질 수밖에 없다. 이러한 문제점에 대한 해결방안 중의 하나가 급수전개를 이용하는 방법이다. Singer and Fainberg(1995)와 Pankratov 등(1995)은 에너지 부등식을 사용하여 항상 수렴하는 수정된 Born 급수법을 개발하여 전자탐사 3차원 모델링 기법을 개발하였다. 여기서는 이러한 급수전개법을 확장된 Born 급수전개법으로 확대하고 정확성을 비교 분석하였다.

## 2. 이론

기존의 Born 급수의 문제점을 해결하기 위하여 도입된 방법이 항상 수렴하는 수정된 적분 연산자 C를 사용하여 2차장을 계산하는 방법이다. 수정된 적분연산자  $\mathbf{G}_{MB}$ 를 사용하면 다음과 같은 2차장에 대한 적분방정식을 얻을 수 있다(Zhdanov and Fang, 1997).

$$\alpha \mathbf{E}_a = \mathbf{C}(\alpha \mathbf{E}_a) = \mathbf{G}_{MB}(\beta \alpha \mathbf{E}_a) + \mathbf{G}_{MB}(\beta \alpha \mathbf{E}_b) - \beta \alpha \mathbf{E}_a. \quad (1)$$

(1)식에서

$$\alpha = \frac{2\sigma_b + \Delta\sigma}{2\sqrt{\sigma_b}}, \quad \beta = \frac{\Delta\sigma}{2\sigma_b + \Delta\sigma} \quad (2)$$

$$\mathbf{G}_{MB}(\mathbf{x}) = \sqrt{\sigma_b} \mathbf{G}_B[2\sqrt{\sigma_b} \mathbf{x}] + \mathbf{x} = \sqrt{\sigma_b} \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{x} dv + \mathbf{x} \quad (3)$$

$$\mathbf{G}_B(\mathbf{x}) = \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{x}(\mathbf{r}') dv \quad (4)$$

로 정의되며,  $\|(\mathbf{G}_{MB})\| \leq 1$ 의 특성을 갖는다. (1)식의 해를 구하기 위하여 반복법이 사용된다. 즉

$$\alpha \mathbf{E}_a^{(N)} = \mathbf{C}[\alpha \mathbf{E}_a^{(N-1)}], \quad N=1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

이며, 반복회수를 무한히 증가시키면 실제 2차장을 계산할 수 있다.

우선 수정된 Born 급수는 2차장의 초기값을 0으로 설정해 주는 경우에 해당된다.

이 초기값을 (5)식에 대입하면

$$\alpha \mathbf{E}_a^{MB} = \alpha \mathbf{E}_a^{MB(1)} = \sqrt{\sigma_b} \mathbf{E}_a^B \quad (6)$$

이 되며, 이를 수정된 Born 근사(modified Born approximation)라 한다. (5)식을 이용하여 이를 N차항까지 확장하여 수정된 Born 급수를 구하면

$$\alpha \mathbf{E}_a^{MB(N)} = \sum_{k=1}^{N-1} (\mathbf{G}_{MB} \beta)^k [\alpha \mathbf{E}_a^{MB}] \quad (7)$$

이 된다.  $\|(\mathbf{G}_{MB})\| \cdot \|\beta\| < 1$ 의 수렴조건을 만족하므로 수정된 Born 급수는 항상 수렴한다(Zhdanov and Fang, 1997).

확장된 Born 근사(extended Born or localized-nonlinear approximation)는 이상체내에서의 전기장을

$$\mathbf{E}^{LN} \approx \mathbf{\Gamma} \mathbf{E}_b \quad (8)$$

와 같이 1차장과 탈분극 텐서(depolarization tensor)의 곱으로 근사하는 방법이다(Torres -Verdin and Habashy, 1994). (8)식에서 탈분극 텐서는

$$\mathbf{\Gamma} = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_B [\Delta \sigma \mathbf{I}])^{-1} \quad (9)$$

로 주어진다. 확장된 Born 급수는 확장된 Born 근사를 급수의 초기값으로 사용하는 방법이다. 즉

$$\alpha \mathbf{E}_{a LN}^{(N)} = \sum_{k=0}^{N-1} (\mathbf{G}_{MB} \beta)^k [\alpha \mathbf{E}_a^{MB}] + (\mathbf{G}_{MB} \beta)^N [\alpha \mathbf{E}_{a LN}^{(0)}] \quad (10)$$

인 확장된 Born 급수를 얻을 수 있다.

### 3. 수치 모델링 결과

현재 지표 전자탐사에서는 소형루프 전자탐사법이 널리 사용되고 있다. 측정량은 자기장의 수직성분을 진공에서의 1차 자기장으로 나누어 준 값으로 선정하였다. 주어진 모델에 대하여 각 근사 및 급수법에 대한 반응을 계산하고 이를 거의 해석적 해에 가까운 것으로 알려져 있는 적분방정식법의 결과와 비교하여 각 방법들의 정확성을 비교 분석하였다. 적분방정식법은 Hohmann(1975)의 이론에 근거한 조인기와 최경화(1999)의 반무한 공간에 대한 3차원 전자탐사 모델링 프로그램을 사용하였다. Fig. 1에 나타낸바와 같이 측정은 측선을 따라 25m 간격으로 이동시키면서 총 자기장의 수직성분을 측정하였다. 모형의 크기는 직육면체로 50m×50m×400m 의 이상체이며, 모암의 전기비저항은 100 ohm-m, 이상체의 전기비저항은 3 ohm-m이다. 사용주파수는 1 kHz이며, 송수신 루프의 간격은 100 m 이다. 본 연구에 사용된 적분방정식 프로그램의 정확성을 확인한 후, 근사법 및 급수법의 정확성 검토를 위한 기준으로 사용하였다.

#### 1) 수정된 Born 근사 및 급수법

Fig. 2는 수정된 Born 급수법에서 차수의 증가에 따른 프로파일을 적분방정식에 의한 결과와 비교한 것이다. 1차항까지 전개한 수정된 Born 근사의 경우는 적분방정식법의 결과와 상당한 차이를 보이고 있으나 차수가 증가함에 따라 점진적으로 적분방정식법의 결과에 접근하는 양상을 보이고 있다. 1차항까지 전개한 수정된 Born 근사의 경우에도 프로파일의 전반적인 변화양상은 적분방정식법의 결과와 유사하다. 급수의 수렴은 사용된 주파수, 모암 및 이상체의 전기전도도, 이상체의 크기 및 심도, 수치해를 구하기 위해 분할하는 요소의 크기 등 다양한 변수에 의해 좌우된다.

#### 2) 확장된 Born 근사 및 급수

Fig. 3은 확장된 Born 급수를 사용하여 작성한 프로파일이다. 확장된 Born 근사의 경우에도 거의 적분방정식의 결과와 일치하고 있어 이 방법이 매우 효과적인 모델링 기법임을 시사하고 있다. 예상한 바와 같이 차수가 증가함에 따라 점차 적분방정식의 결과에 더욱 접근하는 양상을 나타내고 있다. 또한 앞의 수정된 Born 급수에 비하여 낮은 차수에서도 오차가 작게 나타나고 있다.

### 4. 결론

확장된 Born 급수 및 수정된 Born 급수는 적분방정식법의 결과와 비교해보았을 때 기존의 근사법

에 비해 차수가 증가함에 따라 매우 정확한 모델링 결과를 나타내었다. 특히 확장된 Born 근사의 경우에는 비교적 낮은 차수에서도 매우 정확한 결과를 보이고 있으며, 수정된 Born 근사의 경우에는 비록 수렴속도는 떨어지지만 매우 안정적으로 수렴하는 양상을 보이고 있다. 본 연구에서는 지표면에 의한 영향을 고려하여 실제 현장자료에 적용할 수 있으며, 현재 전자탐사에서 널리 사용되는 소형루프 전자탐사법에 대한 반응을 계산함으로써 실질적인 해석기술을 개발하고자 하였다.

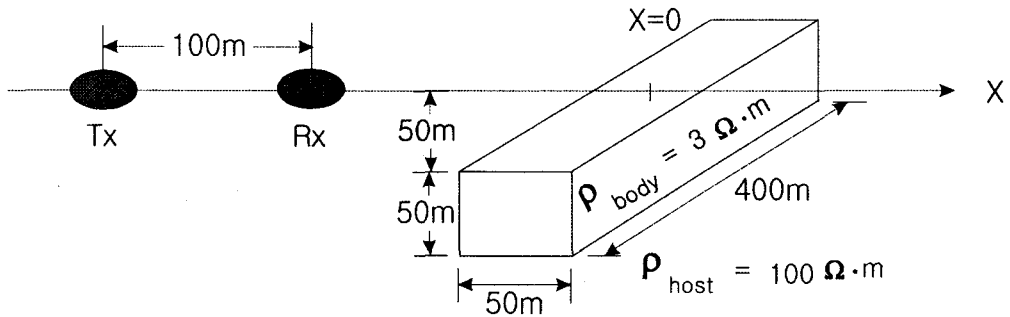


Fig.1. 3-D Prism Model.

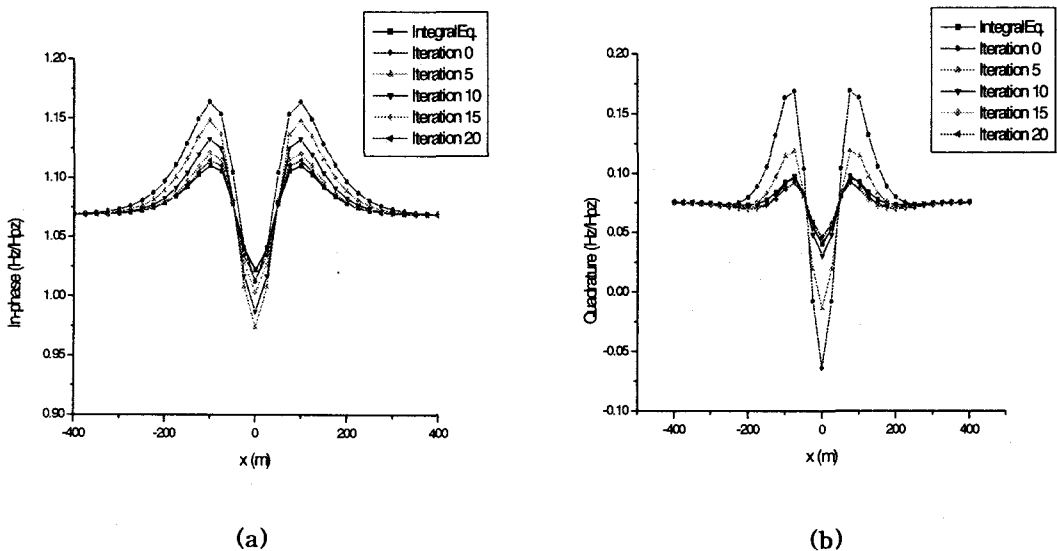
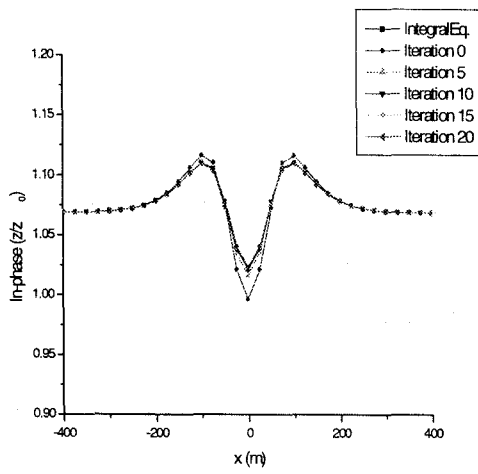
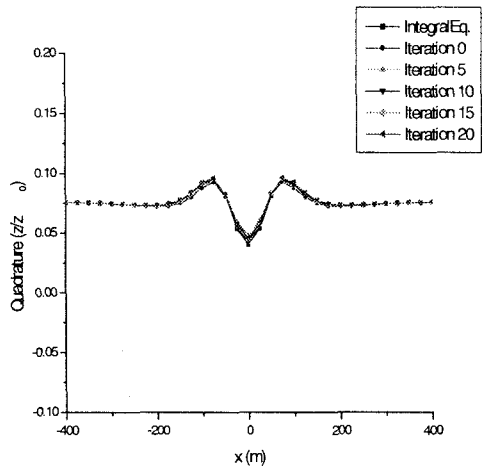


Fig. 2. Behavior of vertical magnetic components obtained by different numbers of modified Born series and full integral equation solutions over the 3-D prism model given in figure 1.



(a)



(b)

Fig. 3. Behavior of vertical magnetic components obtained by different numbers of extended Born series and full integral equation solutions over the 3-D prism model given in figure 1.

1) 강원대학교 지구물리학과