

# 일방향 파동방정식을 이용한 3 차원 주시계산

## Three-dimensional travel time calculation using one-way wave equation

김원식<sup>1)</sup>, 신창수<sup>1)</sup>, 신성렬<sup>2)</sup>

### 1. 서론

정확하고 효율적인 3 차원 주시는 3 차원 Kirchhoff 증합 전 및 증합 후 구조보정 뿐만이 아니라, 3 차원 속도 분석, 3 차원 토모그래피에 필수 불가결한 요소이다. 3 차원 주시를 계산하기 위해서는 막대한 양의 core memory 가 필요하고, 계산 시간이 2 차원 계산에 비해 지수적으로 증가하므로, 정확한 주시를 구할 수 있는 알고리즘이더라도 현재의 컴퓨팅 환경에 적용될 수 있는지를 고려해야 한다.

본 연구에서는 일방향 파동방정식을 이용하여 3 차원 주시 계산 알고리즘을 개발하였다. 이 알고리즘은 PC 에서도 계산이 가능할 만큼 메모리 필요량이 적으며, 계산 시간은 병렬화 알고리즘을 이용할 경우 현장 자료처리 및 구조보정에 이용할 수 있을 만큼 효율적이다. 본 알고리즘의 검증을 위하여 SEG 3-D 모델의 주시를 계산하였다.

### 2. 이론

본 연구에서는 2 차원 90° 근사 일방향 파동방정식(Ma, 1981, Berkhout,1979, Lee and Suh, 1985)을 3 차원으로 확장하여 주시계산에 적용하였다. 3 차원 90° 근사 일방향 파동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U(x, y, z, \omega)}{\partial z} = i \frac{\omega}{v} \left[ 1 + \sum_{k=1}^n \frac{\alpha_k (\partial_{xx} + \partial_{yy})}{\left( \frac{\omega}{v(x, y, z)} \right)^2 + \beta_k (\partial_{xx} + \partial_{yy})} \right] U(x, y, z, \omega) + f(x, y, z), \quad k=1, 2, 3, 4, 5 \quad (1)$$

여기서,  $n$  은 Pade 근사 차수이며, (1) 식에서 5 번의 근사를 할 경우 87.5 도까지 1% 내의 오차로 급경사 처리를 할 수 있다.  $\alpha_k$  과  $\beta_k$  는 분산오차를 최소화하기 위한 계수(Lee and Suh, 1985)로 2 차원 근사 일방향 파동방정식에 적용되었던 계수를 그대로 본 연구의 3 차원 문제에 적용하였다.  $U(x, y, z, \omega)$  는 주파수 영역의 파동장,  $x, y, z$  는 좌표축,  $\omega$  는 각주파수,  $f(x, y, z)$  는 음원,  $v(x, y, z)$  는 속도이다.

(1)식의 일방향 파동방정식을 풀기 위해서 복소 각 주파수(complex omega)를 사용하는데, 복소 각 주파수를 사용할 경우 식(2)처럼 시간 영역의 파동장을 델타 함수화 할 수 있다.

$$u(x, y, z, t) \equiv A(x, y, z)\delta(t - \tau(x, y, z)) \quad (2)$$

여기서,  $t$  는 시간,  $\tau(x, y, z)$  는 격자 점의 주시,  $A(x, y, z)$  는 격자 점에서의 진폭,  $\delta$  는 Dirac 델타 함수이다. 푸리에 변환으로 식 (2)를 주파수 영역으로 변환하면 식(3)이 된다.

$$U(x, y, z, \omega) \equiv A(x, y, z)e^{i\omega\tau(x, y, z)} \quad (3)$$

식 (3)의 양변에 로그변환을 하면,

$$\log(U(x, y, z, \omega)) \equiv \log(A(x, y, z)) + i\omega\tau(x, y, z) \quad (4)$$

가 되며, 식(4)의 허수 부분을 각주파수  $\omega$  로 나누어 주게 되면 구하고자 하는 격자 점의 주시  $\tau(x, y, z)$  를 구할 수 있다.

### 3. SEG/EAEG 3 차원 암염 돔 모델

본 연구에 의해 구하여진 알고리즘을 SEG/EAEG 3 차원 모델에 적용하였다.

SEG/EAEG 3 차원 모델은 멕시코만의 암염 돔 구조를 묘사한 것으로, 복잡한 암염 층의 경계면에 의해 음원에서 나온 파가 암염 돔 하부로 복잡하게 전파되는 특성을 지니고 있다. 모델의 격자 점은  $x, y, z$  방향으로  $676 \times 676 \times 210$  으로, 격자간격을 20m 로 하였을 시에는 모델의 크기가  $13.5\text{km} \times 13.5\text{km} \times 4.2\text{km}$  이다. 음원은 지표의 중앙 점에 두어서 주시를 구하였다.

그림(1)과 그림(2)는 각각  $x, y$  방향으로의 음원을 포함하는 수직단면의 속도구조와 주시 곡선이다. 두 그림에서 속도모델의 돔 구조 및 고속도의 얇은 층과 단층구조에서도 주시가 제대로 구해짐을 알 수 있다. 또한, 그림에서 보듯이 본 알고리즘은 굴절된 파가 아닌 직접 투과된 파의 주시만을 고려함을 알 수 있다. 그림(3)은 심도 1400m 에 해당하는 수평의 속도모델 및 주시 곡선이다.

본 알고리즘을 이용하여 SEG/EAEG 3 차원 암염 돔 모델의 주시를 계산 할 때 필요한 메모리의 양은 360Mbyte 로 PC 로도 충분히 계산이 가능한 양이다. 예제에서 보았던 주시를 얻기 위하여 IBM RS/6000 sp Nighthawk 의 64 개 cpu 를 사용하였으며, 계산시간은 3 시간이 소요되었다. 현장 자료의 3 차원 영상화에 충분히 가능한 계산시간으로 판단된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 일방향 파동 방정식을 이용하여 3차원 주시를 구하는 알고리즘을 개발하였다. 본 알고리즘에 의한 주시는 직접 투과된 파의 주시만을 고려하므로, Kirchhoff 구조보정 등에도 효과적이다. 또한, 메모리와 계산시간 문제를 해결하여 효율적으로 주시를 구할 수 있는 알고리즘이다. SEG/EAGE 3차원 모델에 본 알고리즘을 적용하여 본 결과 속도 구조에 맞는 좋은 주시를 구할 수 있었다. 본 연구에 의한 주시를 이용하면 3차원 구조보정 등이 효율적으로 이루어 지리라고 보여진다.

#### 5. 사사

이 연구는 BK21 프로젝트 및 국가지정연구실 사업의 지원으로 수행되었으며, 두 기관에 사의를 표합니다.

#### 6. 참고문헌

- Berkout, A. j., 1979, Steep dip finite-difference migration: *Geophys. Prosp.*, **27**, 196-213.  
Geoltrain, S., and Brac, J., 1993, Can we image complex structures with first-arrival trave time?: *Geophys.*, **58**, 564-575.  
Gray, S. H. and May, W. P., 1994, Kirchhoff migration using eikonal equation traveltimes: *Geophys.*, **59**, 810-817.  
Ma, Z., 1981, Finite-difference migration with higher-order approximation: Presented at the 1981 joint meeting of the China Geophysical Society and Soc. Of Expl. Geophys., Beijing, China.

- 
- 1) 서울대학교 지구환경시스템공학부
  - 2) 한국해양대학교 해양개발공학부

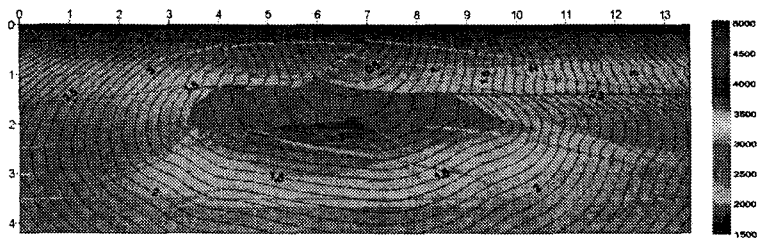


Fig. 1. Superimposed travel time with the velocity model at vertical slice in X-direction.

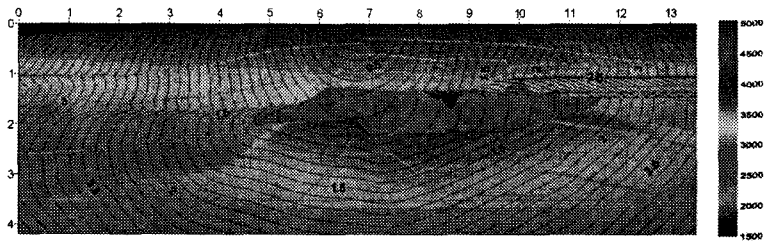


Fig. 2. Superimposed travel time with the velocity model at vertical slice in Y-direction

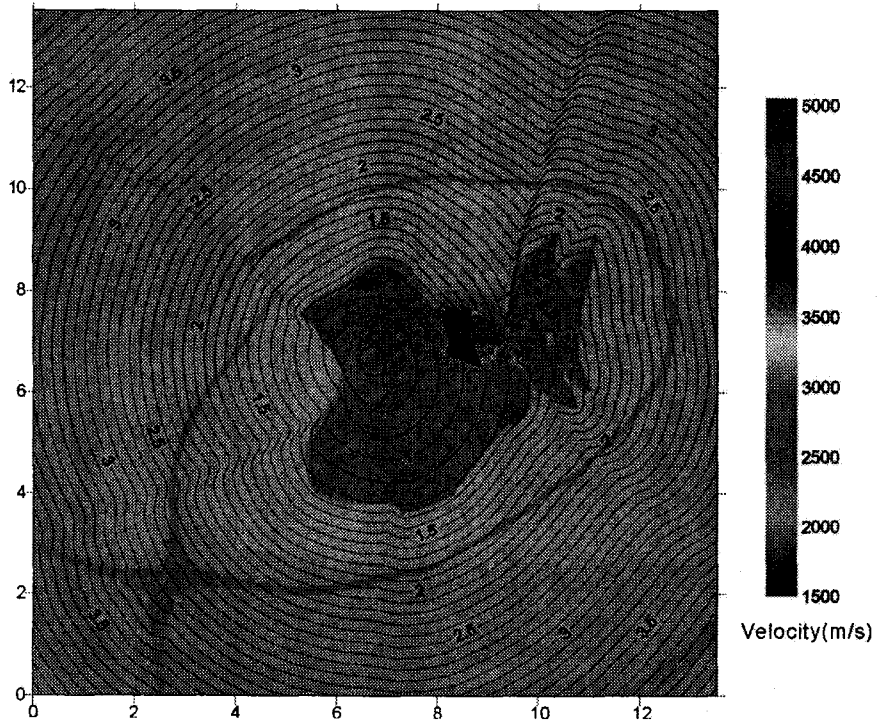


Fig. 3. Superimposed travel time with the velocity model at the depth of 1400m.