

플렉시블 허용오차법에 의한 냉간압출 금형설계

여흥태* · 최 영** · 허관도***

Design of Cold Extrusion Dies using Flexible Tolerance Method

H. T. Yeo, Y. Choi, and K. D. Hur

Abstract

The design for cold extrusion dies is very important, because the die insert is subjected to very high radial and hoop stresses. The design of cold extrusion dies has many constrained conditions. In this paper, two assumptions were proposed. First assumption was selected by yielding strength dependent on the to hoop stress of each ring in dies. Second assumption is that the maximum inner pressure is determined when yielding occurs in one ring of dies. To obtain the maximum inner pressure the flexible tolerance method was applied. A comparison of design values between the proposed method and the conventional method has been discussed.

Key Words : Flexible Tolerance Method, Prestressed Die, Diameter Ratio, Interference, Maximum Inner Pressure

1. 서 론

일반적으로 냉간압출용 금형에 있어 큰 내압이 작용하므로 금형 인서트를 예압하여 사용한다. 이러한 금형의 보강에 관한 연구들은 Frater⁽¹⁾가 보강된 여러 가지 두꺼운 원통(thick wall cylinder)의 예를 들어 유한요소법과 Lamé의 식을 비교 해석하였고, Takahashi등⁽²⁾은 경계요소법(boundary element method)을 이용하여 예압된 원통의 응력해석을 수행하여 Lamé의 식을 이용한 해와 비교한 후 일정 압력으로 실제 압출 금형에서의 해석을 시도하였다. Kim⁽³⁾은 Lamé의 식을 이용하여 미리 계산된 접촉압력을 이용하여 금형의 응력해석을 수행하였다.

예압된 금형(prestressed die)의 설계는 일반적으로 모든 링이 동시에 항복한다는 조건과 초경일 경우 원주방향의 인장응력을 허용하지 않는다는 조건으로부터 출발한 것이다. 그러나 재료산업의 발전에 의해 초경의 경우는 인장응력이 발생하더라도 항복하지 않는 기계적 특성을 가지기도 한다. 또한 모든 링이 동시에 항복하지 않는 경우도 현장에서 볼 수 있으므로 기존의 조건들을 변화시킬 필요성이 있다. 그러므로, 본 연구에서는 예압된 금형의 설계시 고려해야되는 여러 가지 제약조건들을 포함하고 상대적으로 수식의 전개에 있어 편리한 플렉시블 허용오차법(flexible tolerance method)을 이용하였고 총링의 수에 따라 자동적으로 제약조건이 수가 변하도록

* 동의대학교 일반대학원 기계공학과

** 인제대학교 기계자동화공학부

*** 동의대학교 기계·산업시스템공학부 기계공학전공

하였다.

2. 최적화 기법의 도입

2.1 접촉압력 계산

본 연구에서는 금형 인서트를 포함한 각각의 링들이 억지끼워맞춤에 의해 체결된다. 이때 간섭량에 의해 금형은 보강되거나 항복할 수 있다. 또한 체결 후 내압의 작용으로 항복할 수 있다. 그러므로 체결과정과 최종적으로 내압이 작용할 때 보강링 및 금형 인서트의 항복여부를 판단하고 안전한 분할직경비(diameter ratio) 및 간섭량(interference)을 선택하여야만 한다.

Fig. 1에 여러 개의 링으로 체결된 금형과 압력을 개념적으로 나타내었다. Fig. 2와 같은 억지끼워맞춤에 의해 k 번째 링의 변위는 식(1), (2)와 같다.

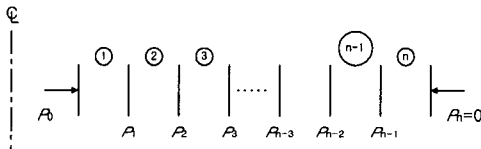


Fig. 1 Schematic illustration of compound rings

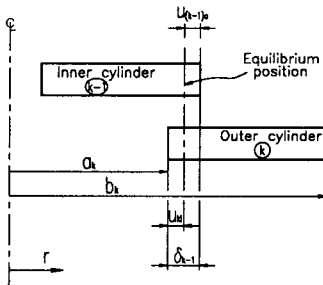


Fig. 2 Schematic illustration of shrink fitting

1) 원통의 내면 $r = a_k$ 에서 변위

$$U_{ki} = A_{ki} \delta_{k-1} - B_{ki} \delta_k \quad (1)$$

$$A_{ki} = \left\{ \frac{(1 - \nu_k) Q_k^2 + (1 + \nu_k)}{E_k (1 - Q_k^2)} \right\} a_k$$

$$B_{ki} = \left\{ \frac{2}{E_k (1 - Q_k^2)} \right\} a_k$$

2) 원통의 외면 $r = b_k$ 에서 변위

$$U_{ko} = A_{ko} \delta_{k-1} - B_{ko} \delta_k \quad (2)$$

$$A_{ko} = \left\{ \frac{2 Q_k^2}{E_k (1 - Q_k^2)} \right\} b_k$$

$$B_{ko} = \left\{ \frac{(1 - \nu_k) + (1 + \nu_k) Q_k^2}{E_k (1 - Q_k^2)} \right\} b_k$$

n 개의 링으로 구성된 경우 접촉조건에 의해 n 과 $n-1$ 번째 링의 접촉시 간섭량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta_{n-1} &= U_{ni} - U_{(n-1)o} \\ &= \{A_{ni} + B_{(n-1)o}\} \delta_{n-1} \\ &\quad - B_{ni} \delta_n - A_{(n-1)o} \delta_{n-2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\delta_{n-2} = \{A_{(n-1)i} + B_{(n-2)o}\} \delta_{n-2} - B_{(n-1)i} \delta_{(n-1)} - A_{(n-2)o} \delta_{n-3}$$

\vdots

$$\delta_1 = \{A_{2i} + B_{1o}\} \delta_1 - B_{2i} \delta_2 - A_{1o} \delta_0$$

위의 식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\delta_{n-j} = \frac{A_{n-j}}{C_{n-j}} + \frac{B_{n-j}}{C_{n-j}} \delta_{n-j-1}, \quad (j=1, \dots, n-1) \quad (4)$$

여기서 각각의 상수들은 아래와 같고 금형의 체결상태에서의 접촉압력들은 외압 $p_n=0$ 와 체결 후 $p_0=0$ 로 구할 수 있다.

1) $j=1$

$$A_{n-1} = X_{n-1} + Z_{n-1} p_n, \quad B_{n-1} = Y_{n-1}$$

$$C_{n-1} = 1$$

2) $j=2, \dots, n-1$

$$A_{n-j} = X_{n-j} C_{n-j+1} + Z_{n-j} A_{n-j+1}$$

$$B_{n-j} = Y_{n-j} C_{n-j+1}$$

$$C_{n-j} = C_{n-j+1} - Z_{n-j} B_{n-j+1}$$

$$X_k = \frac{\delta_k}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}, \quad Y_k = \frac{A_{ko}}{A_{(k+1)i} + B_{ko}},$$

$$Z_k = \frac{B_{(k+1)i}}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}$$

2.2 제약조건

앞의 식(4)에 의해 분할직경비와 간섭량이 주어지면 체결 후의 접촉압력을 구하고 각 링의 초기 치수에 대해

항복판정을 하도록 하였다. 이때 일반적인 재료의 항복 강도는 Table 1과 같이 구성하였고 각 링의 응력상태에 따라 항복강도(S_Y)를 변화시켜 사용하였다. 또한 최외각 링의 경우는 경험적으로 항복강도를 조금 낮게 두고 설계하여 금형 파손시 사고를 방지하도록 고려하였다.

Table 1 Yielding strength according to state of the hoop stress

Compressive ($\sigma_\theta < 0$)	Tensile ($\sigma_\theta \geq 0$)	n^{th} ring
$Y_c = S_c * S_Y$	$Y_t = S_t * S_Y$	$Y_o = S_o * S_Y$

항복은 Tresca 조건에 의해 식(5)와 같고 본 연구에 사용된 나머지 제약조건은 식(6)과 같다.

$$\frac{(S_Y)_k}{2}(1 - Q_k^2) - |p_{k-1} - p_k| \geq 0 \quad (5)$$

$$Q = Q_1 Q_2 \cdots Q_n, \quad 0 < Q_k \leq 0.909 \quad (6)$$

$$0 \leq p_0, p_1, \dots, p_n$$

2.3 최대 내압 결정

본 연구에서는 식(7)과 같이 목적함수를 최대내압으로 하였다. 최대내압이 작용하게 되면 결국 적어도 하나의 링이 항복하게 된다. 그러므로 각각의 링에 대해 항복을 가정하여 얻어낸 압력을 비교하여 가장 높은 압력을 견디도록 설계할 수 있다.

$$\text{Min.} \quad -p_{o_{\max}} = -\frac{C_1 p_1 - A_1}{B_1} \quad (7)$$

일반적으로 최대내압이 금형 인서트 내에 작용하면 접촉압력들은 바깥쪽으로 갈수록 낮아진다. 그러므로 최대내압작용시 k 번째 링이 인장 또는 압축상태에서 항복한다는 가정에서 다음과 같이 k 번째 링의 내·외압을 구할 수 있다.

$$p_{k-1} = \frac{A_k + C_k D_k}{C_k - B_k}, \quad p_k = \frac{A_k + B_k D_k}{C_k - B_k} \quad (9)$$

$$D_k = \frac{(S_Y)_k}{2}(1 - Q_k^2)$$

식(9)에 의해 구한 압력을 식(4)에 대입하여 반복 계산하여 식(7)에서 최대내압을 구할 수 있다. 다시 각각의 압력들에 의해 각 링의 항복여부를 판정하여 선택 가능한 값을 구해낸다.

2.4 플렉시블 허용오차법

앞에서 제약조건들과 최소화하기 위한 목적함수를 미분하지 않고 그대로 이용하기 위해 본 연구에서는 플렉시블 허용오차법을 도입하였다. 이 기법에서는 목적함수와 등호 제약조건 및 부등호 제약조건을 구분하여 입력하도록 되어있다. 또한 탐색방법은 FPS(flexible polyhedron search)법과 비슷하지만 제약조건이 포함되어 있기에 다면체의 정점들로 표시할 수 없고 유용영역 내의 점들로만 나타낼 수 있다⁽⁴⁾.

3. 냉간압출 금형설계에 적용

3.1 후방압출금형의 치수 결정

플렉시블 허용오차법의 적용하여 Fig. 3과 같은 기준에 해석한 후방압출 금형⁽⁵⁾의 설계값과 비교하였다. 금형 재료의 기계적 특성과 금형의 구성은 Table 2, 3과 같다.

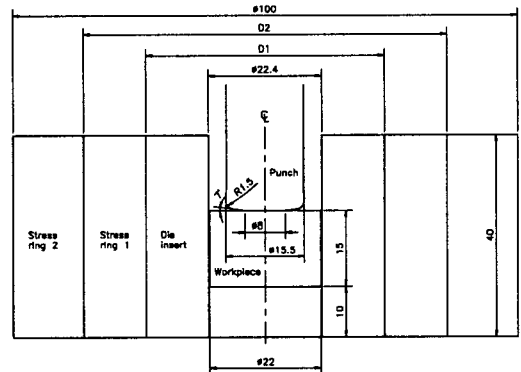


Fig. 3 Dimensions of the punch, die and workpiece

Table 2 Mechanical properties of die materials

Mat.	HrC	E(GPa)	S_Y (MPa)	ν
GTi50	87	540	3300	0.22
SKD11	58	209	1650	0.30
SKD61	50	212	1300	0.30

Table 3 Suggested cases for die configuration

Case	Insert	S-Ring 1	S-Ring 2
1	SKD11	SKD61	SKD61
2	GTi50	SKD61	SKD61
3	SKD11	GTi50	SKD61
4	GTi50	GTi50	SKD61

Table 4는 분할직경비를 일반적인 방법으로 구한 후 간섭량을 조절하여 얻은 결과이다.

Table 4 Diameters, maximum inner pressures and interferences by the conventional method

Case	D ₁ (mm)	D ₂ (mm)	Max. inner pressure (MPa)	Z ₁ (mm)	Z ₂ (mm)
1	39.93	63.19	1346.282	0.1481	0.2328
2	35.92	59.93	1200.298	0.1334	0.2362
3	43.09	53.26	1165.490	0.0010	0.2440
4	33.10	48.91	931.465	0.0158	0.2271

Table 5와 같이 각 링의 원주방향응력상태에 따라 항복강도를 변화시켰다. Table 6은 각 경우에 대해 각 링의 항복가정과 바깥에서 안으로 체결할 때 해석결과이다.

Table 5 Yielding strength of die material according to state of the hoop stress

Mat.	$\sigma_{\theta} < 0$	$\sigma_{\theta} \geq 0$	n^{th} ring
GTi50	0.7 * S _Y	0.3 * S _Y	0.3 * S _Y
SKD11	0.7 * S _Y	0.7 * S _Y	0.7 * S _Y
SKD61	0.7 * S _Y	0.7 * S _Y	0.7 * S _Y

Table 6 Diameters, maximum inner pressures and interferences by the proposed method

Case	D ₁ (mm)	D ₂ (mm)	Max. inner pressure (MPa)	Z ₁ (mm)	Z ₂ (mm)	No. yielding ring
1	39.80	63.07	942.392	0.1022	0.1628	2
2	48.99	69.92	855.672	0.1492	0.1527	1
3	39.41	63.99	966.862	0.0451	0.1982	1
4	39.04	68.18	908.230	0.0480	0.2208	1

Table 4와 비교해보면 안전율을 고려하여 항복강도를 낮게 고려하였기에 최대내압이 낮게 결정되었다. 초경의 경우 인장응력상태인 경우 재료 항복강도의 30%로 항복강도를 설정하였기에 최대내압은 낮아진다. Case 1을 비교해보면 동일한 안전율을 주었기에 분할직경은 비슷하나 항복강도가 낮으므로 간섭량이 감소하였다.

3.2 링 수의 증가

전체 링이 4개와 5개일 때 인서트는 GTi50 이고 보강

링은 모두 SKD61 로 할 경우 Table 7과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

Table 7 Diameters, maximum inner pressures and interferences of die with 4 and 5 rings

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Max. inner pressure	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄
4	53.50	64.91	79.75		873.067	0.1662	0.0893	0.1151	
5	55.28	66.40	74.40	86.53	878.799	0.1728	0.0875	0.0649	0.0968

4. 결론

본 연구는 여러 가지 제약조건들을 포함한 냉간압출 금형설계에 있어 플렉시블 허용오차법을 적용하였다. 그 결과 총 링의 수에 따라 제약조건의 수가 변하고 또한 안전율을 고려하여 각 링의 원주방향의 압축과 인장응력 상태 및 최외각링에 따라 항복강도를 변화시키고 하나의 링만 항복한다는 가정하에 최대내압을 얻고 분할직경 및 간섭량을 계산하도록 하였다.

후 기

이 논문은 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참 고 문 헌

- (1) Frater, J. L., 1987, "Application of Finite Element Methods to the Design of Prestressed Tooling", Advanced Technology of Plasticity, Vol. 1, pp.53 9~544.
- (2) Takahashi, S., Brebbia, C. A., 1990, "Forging Die Stress Analysis Using Boundary Element Method", Advanced Technology of Plasticity, Vol. 1, pp. 20 3~210.
- (3) 김태형, 김병민, 최재찬, 1995, "냉간단조의 정밀도 향상을 위한 금형해석 기법", 한국정밀공학회지, 제 12권, 제 1호, pp. 29~37.
- (4) Himmelblau, D. M., 1972, "Applied Nonlinear Programming", McGraw-Hill.
- (5) Long, H., Balendra, R., 1998, "Evaluation of elasticity and temperature effects on the dimensional accuracy of back-extruded components using finite element simulation", J. Mat. Proc. Tech., 80-81, pp. 665~670.