

결정소성학에 의한 미세 성형공정의 유한요소해석

김흥규* · 오수익**

Finite Element Analysis of Micro Forming Process by Crystal Plasticity

H. K. Kim and S. I. Oh

Abstract

It is known that the micro forming processes show somewhat different phenomena compared with the conventional metal forming processes, namely, the size effect, enhanced friction effect and etc. Such typical phenomena, however, are not predicted by the conventional finite element analysis, which has been an efficient numerical tool to predict the metal forming processes. It is due to the fact that the constitutive relations used does not describe the microstructural characteristics of the materials.

In the present investigation, the finite element formulation using the rate-dependent rigid plastic crystal plasticity model of the face-centered cubic materials is conducted to predict the micro mechanical behaviors during the micro forming processes. The finite element analysis, however, provides mesh-dependent solutions for the intragranular deformations. Therefore, the couple stress energy is additionally introduced into the variational principle and formulated within the framework of the rigid plastic finite element method to obtain mesh-independent solutions. Micro deformations of single crystal and bicrystal with various orientations are calculated to show the potential of the developed formulation.

Key Words : Micro Forming, Size Effect, Finite Element Analysis, Crystal Plasticity, Couple Stress.

1. 서 론

초소형, 초정밀 부품 생산을 위한 미세 성형공정의 경우, 기존의 성형공정에서 나타나지 않는 몇 가지 특이 현상들이 보고되고 있다. 그 대표적인 것이 소재의 기하학적 상사성(similarity)을 유지하면서 크기의 비를 줄일 때 어느 일정 수준이하로 내려가면 소재의 유동 응력 등

이 달라지는 이른바 크기 효과(size effect)^{(1),(2)} 를 들 수 있다. 이러한 특성은 소재의 크기에 대해 소재를 구성하고 있는 입자(grain) 크기가 상대적으로 커서 입자 수준에서의 불균일한 변형의 효과를 무시할 수 없을 때 두드러지게 나타나는 것으로 보인다. 따라서 수 mm 이하의 소재를 가공하는 미세 성형 공정의 경우 수십 μm 안팎의 크기를 갖는 입자의 개별적인 영향을 고려하는 성형공정

* 서울대학교 대학원

** 서울대학교 기계항공공학부

의 해석이 필요하다.

이에 본 연구에서는 소재를 구성하고 있는 입자의 변형을 기술하기 위해 결정소성학에 의한 구성식을 사용한 유한요소 정식화를 수행하였다. 그 동안 결정소성학의 방법은 압연이나 판재성형 등에서 집합조직에 의한 이방성 발달과 그로 인한 기계적 특성 변화의 예측을 위해 몇몇에 의해 적용되어 왔으나^{(3),(4)} 입자 수준에서의 변형 등을 예측하기 위한 본격적인 연구는 거의 전무한 상태이다. 이는 적절한 결정소성학적 구성식과 유한요소해석 기술의 두 가지 요소가 결합되어야 가능하기 때문이다. 본 연구에서는 입자의 미시적인 거동을 기술하기 위해 하나의 입자를 충분한 수의 유한요소로 분할하고 각 요소에 해당 입자의 결정학적 모델을 지정하였다. 평면 변형률 조건에서 압축 공정에 대한 유한요소 해석을 수행한 결과 변형 양상이 입자의 방위와 밀접한 관계가 있음을 확인하였다. 그런데 유한요소해석으로부터 얻어지는 결과가 사용한 요소의 크기에 의존하는 현상이 나타났으며 이를 해결하기 위해 변형률 구배 이론⁽⁵⁾을 도입한 유한요소 정식화를 개발하였다. 다양한 방위를 갖는 단결정 입자 및 다결정체에 대한 압축 공정을 해석하여 개발된 유한요소 정식화의 타당성을 보였다.

2. 이론

2.1 결정 슬립 계 기구학

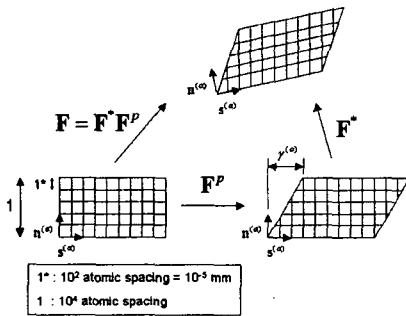


Fig. 1 Kinematics of crystal deformation

결정의 변형을 나타내는 변형 구배 텐서 F 는 Fig. 1과 같이 결정계의 슬립에 의한 부분 F^p 와 결정의 탄성 변형 및 회전에 의한 부분 F^e 로 분해하여 표시된다.

$$F = F^e F^p \quad (1)$$

2.2 결정 슬립 계 구성식

α -슬립 계에서의 분해 전단 응력 $\tau^{(\alpha)}$ 와 전단 변형률 속도 $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{\gamma}_0^{(\alpha)} \left(\frac{\tau^{(\alpha)}}{\tau_R^{(\alpha)}} \right) \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{\tau_R^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m}-1} \quad (2)$$

위 식에서 슬립 계의 경화(hardness)를 나타내는 $\tau_R^{(\alpha)}$ 는 다음의 식에 의해 변화한다.

$$\dot{\tau}_R^{(\alpha)} = \sum_{\beta=1}^n h_{\alpha\beta} |\dot{\gamma}^{(\beta)}| \quad (3)$$

$h_{\alpha\beta}$ 는 경화 계수는로서 다음과 같다.

$$h_{\alpha\beta} = \{q + (1-q)\delta_{\alpha\beta}\} h^{(\beta)} \quad (4)$$

q 의 값은 α -슬립 계와 β -슬립 계의 슬립 면 수직 벡터가 같을 때는 1.4, 다를 때는 1.0의 값을 사용한다.

2.3 변형률 구배 이론

변형률 구배 이론에서는 변위 u_k 에 대한 이차 구배 $\eta_{ijk} = u_{k,ij}$ 와 그에 대한 에너지 짝이 되는 고차의 응력 텐서 T_{ijk} 에 대해, 이들의 곱으로 계산되는 고차의 에너지를 가상 일의 원리에서 추가로 고려한다.

3. 유한요소 정식화

3.1 변형률 의존 강소성 결정에 대한 유한요소 정식화

결정의 탄성을 무시하고 미소 변형에 대해 체적 불변의 조건을 적용하면 변형률 속도와 슬립 계의 전단 변형률 속도 사이의 관계식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_c = K \dot{\gamma} \quad (5)$$

작용하는 응력 상태와 슬립 계에 작용하는 분해 전단 응력 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\tau = K^T \sigma_c \quad (6)$$

슬립 계의 분해 전단 응력과 전단 변형률 속도 사이의 구성식을 적용하면 응력과 변형률 속도 사이의 관계식을 얻는다. 이 때 슬립 계의 구성식을 선형화 할 경우 다음과 같은 형태가 된다.

$$\dot{\epsilon}_c = K h K^T \sigma_c \quad (7)$$

$$h^{(\alpha)} = \frac{\dot{\gamma}_0^{(\alpha)}}{\tau_R^{(\alpha)}} \left| \frac{\tau^{(\alpha)}}{\tau_R^{(\alpha)}} \right|^{\frac{1}{m}-1} \quad (8)$$

이 때 변분식의 원리로부터 다음의 식을 얻는다.

$$\delta\pi = \int_V \delta \dot{\epsilon}_c^T \sigma_c dV + K \int_V \delta \dot{\epsilon}_v \dot{\epsilon}_v dV$$

$$-\int_{S_F} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{F} dS = 0 \quad (9)$$

위 식에서 K 는 비압축성 벌칙 상수, $\dot{\epsilon}_v$ 는 체적 변형률 속도, \mathbf{F} 는 외력 벡터, \mathbf{u} 는 가용 속도장, S_F 는 외력이 명시된 경계를 나타낸다.

3.2 변형률 구배를 고려한 유한요소정식화

변형률 구배는 일반적으로 신장(stretch) 구배와 회전 구배의 두 가지 성분으로 분리된다. 본 연구에서는 짝힘(couple)의 존재를 가정하고 이로부터 얻어지는 평형 방정식으로부터 다음과 같이 회전 구배에 대한 에너지를 고려하는 변분식을 유도하였다.

$$\delta \pi = \int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV + \int_V \mu_{ji} \delta \chi_{ij} dV - \int_{S_F} F_i \delta v_i dS \quad (10)$$

위 식에서 χ_{ij} 는 각속도 구배, μ_{ji} 는 짝힘 응력을 나타낸다. 그런데 단결정에서 발생하는 짝힘과 각속도 구배 사이의 구성식은 현재까지 정확히 밝혀지지 않은 상태이다. 따라서 본 연구에서는 강소성 유한요소 정식화의 방법을 따르고 유효 짝힘 응력의 경화식을 다음과 같이 가정한다.

$$\bar{\mu} = C \bar{\chi} \quad (C: \text{상수}) \quad (11)$$

4. 해석 결과

4.1 변형의 입자 방위 의존성

한변의 길이가 1mm인 정육면체 형태의 FCC 단결정에 대해 채널 다이를 사용한 평면 변형률 압축 시험을 한다. 슬립 계를 기술하는 변수로 다음의 값을 사용한다.

$$\dot{\gamma}_0 = 1.0 \text{ s}^{-1}, \quad m = 0.05$$

압축되는 시편은 Fig. 2와 같은 방위를 갖고 좌표축 X_3 방향으로 변형이 발생하지 않는다고 가정한다. 이때 결정의 방위를 Fig. 2 (b)와 같이 변화시키며 초기 변형을 고찰한다.

비교를 위해 Bishop-Hill 방법에 의한 해석적 해를 구하였다. Bishop-Hill 방법에서는 슬립 계에 작용하는 분해 전단 응력의 크기가 정해진 임계 값에 도달할 경우 슬립이 발생한다는 가정에 바탕을 두고 있다. 이렇게 구해진 Bishop-Hill 방법에 의한 결과와 본 연구에서의 유한요소해석 결과 중의 $d\epsilon_{12}/d\epsilon_{11}$ 를 비교하면 Fig. 3과 같다.

Fig. 3으로부터 유한요소 정식화에 사용한 변형률 속도 민감도 지수인 m 값에 따라 해석 결과가 변하고 있음을 알 수 있다. 그리고 m 값이 0으로 수렴함에 따라 Bishop-Hill 방법에 의한 결과로 수렴한다는 사실도 확인할 수 있다. 한편, 소재의 전단 변형률 속도가 결정의 방위에 매우 민감하게 의존하고 있음을 알 수 있다.

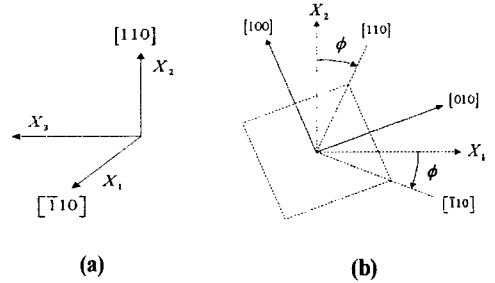


Fig. 2 Crystal orientation of workpiece

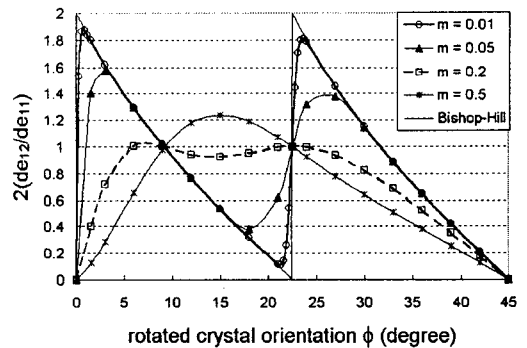


Fig. 3 Initial shear strain rate as a function of initial crystal orientation of workpiece normalized with respect to initial nominal strain rate

4.2 변형률 구배의 영향

Fig. 4, Fig. 5는 $\phi = 3^\circ$ 인 경우에 짝힘의 영향을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우의 변형 결과를 각각 보여준다. Fig. 4의 경우 요소와 요소 사이가 비정상적으로 꺾이는 현상이 나타났는데 짝힘에 의한 에너지를 고려할 경우 Fig. 5와 같이 꺾임이 사라지게 되었다.

4.3 쌍결정의 압축

일반적인 다결정체의 단순화된 형태로 서로 다른 방위를 갖는 단결정의 결합체인 쌍결정(bicrystal)에 대해 유한요소해석을 수행한다. 높이 0.5mm, 폭 1mm인 두 개의 단결을 높이 방향으로 쌓아 높이 1mm, 폭 1mm인 하나의

쌍결정을 만들고 압축 시험을 한다. $\phi=6^\circ$ 와 $\phi=45^\circ$ 의 방위 조합에 대해 28% 압축 후의 변형된 모양은 Fig. 6 과 같다. 변형된 모양이 각 결정의 방위 상태에 민감하게 의존하고 있음을 알 수 있다.

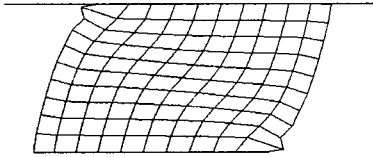


Fig. 4 Deformed shape after 24% plane-strain compression with no couple stress effect

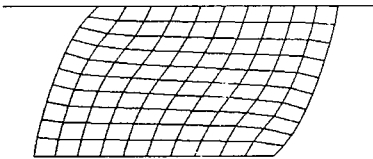


Fig. 5 Deformed shape after 24% plane-strain compression with couple stress effect ($\bar{\mu} = 1 \times \bar{\chi}$)

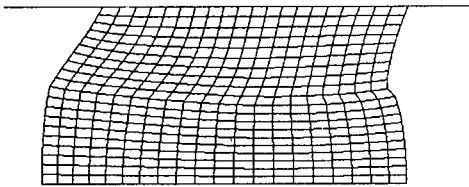


Fig. 6 Deformed shape after 28% plane-strain compression with couple stress effect ($\bar{\mu} = 1 \times \bar{\chi}$) for bicrystal (upper: $\phi=6^\circ$, lower: $\phi=45^\circ$)

5. 결 론

본 연구에서는 미세 성형공정을 예측하기 위해 결정소성학적 구성식을 적용한 유한요소 정식화를 수행하였다. 그리고, 미시 변형에 결정 소성학의 방법을 사용할 때

변형률 구배와 같은 고차의 에너지를 고려할 필요가 있음을 밝혔으며 그로부터 입자 수준에서의 미시적 변형을 예측할 수 있었다. 단결정 및 쌍결정에 대한 기본적인 해석을 통해 다결정체에 대한 미세 성형공정의 적용가능성을 고찰하였다.

향후 과제는 다음과 같다.

- 유한요소해석 결과와 실제 실험 결과와의 비교를 통한 검증이 필요하다.
- 해석 시간 단축을 위한 알고리즘의 개발이 필요하다.
- 3차원 문제로의 확장이 필요하다.

후 기

본 연구는 산업자원부가 지원하고 있는 차세대 신기술 개발 사업 중, 한국생산기술연구원이 주관하고 있는 Milli-Structure 생산 기술 개발 사업의 세부과제로서 수행중이며, 이에 관계자 여러분들께 감사의 말씀을 올립니다.

참 고 문 헌

- (1) M.Geiger, F.Vollertsen and R.Kals, 1996, "Fundamentals on the Manufacturing of Sheet Metal Microparts", *Annals of the CIRP*, 5, pp. 277~282.
- (2) P.Picart and J.F.Michel, 1999, "Effects of Size and Texture on the Constitutive Behavior for Very Small Components in Sheet Metal Forming", *Advanced Technology of Plasticity, Proceedings of the 6th ICTP, Vol.II*, pp. 895~900.
- (3) S.R.Kalidindi, C.A.Bronkhorst and L.Anand, 1992, "Crystallographic Texture Evolution in Bulk Deformation Processing of F.C.C. Metals", *Journal of The Mechanics and Physics of Solids*.
- (4) A.J.Beaudooin, J.D.Bryant, P.R.Dawson and D.P.Mika, 1996, "Incorporating Crystallographic Texture in Finite Element Simulations of Sheet Forming", *Numisheet '96*, pp. 17~24.
- (5) N.A.Fleck, G.M.Muller, M.F.Ashby and J.W.Hutchinson, 1994, "Strain Gradient Plasticity : Theory and Experiment", *Acta Metall. Mater.*, 42, pp. 475~487.