

퍼지 슬라이딩 제어를 이용한 도립진자 제어

*송 영 목, 정 병 호, 유 창 완, 윤 석 열, 임 화 영
 광운대학교 제어계측 공학과

Control of Inverted Pendulum using Fuzzy Sliding Mode Controller

*Song young mok, Jung byung ho, Roo chang wan, Yoon suk yul, Yim wha young
 Kwang woon Uiv

Abstract - Sliding mode is a robust control method and can be applied in the presence of model uncertainties and parameter disturbances. But there are problems in sliding mode controller. Hard in modeling system parameters, chattering, etc. In this paper, new sliding controller design method is proposed for solving the above problems using fuzzy sliding mode control(FSMC) scheme are considered. we propose that fuzzy logic system are used to approximate unknown system functions in designing the SMC of Inverted Pendulum. In the method, a fuzzy logic system is utilized to approximate the unknown function f of the nonlinear system. As a simulation result of applying the inverted pendulum, the sliding controller shows good robust characteristics.

1. 서 론

슬라이딩 모드 제어기는 비선형이나 모델링이 불확실한 시스템을 제어하는 방법으로 외란과 파라미터의 변동이 심한 비선형성이 강하고 불확실한 시스템을 제어하는데 적용할 수 있는 강건한 제어 방법이다. 그러나, 슬라이딩 모드 제어기는 슬라이딩 평면을 중심으로 과도하게 인가 되는 불연속 제어 입력으로 인해 슬라이딩 평면에서 채터링(chattering)이 발생하는 결점을 가지고 있다. 이러한 채터링을 경감시키기 위해서 슬라이딩 평면 주위에 가변 경계층을 설정하여 과도한 제어 입력에 의한 채터링 발생을 경감시키고자 하였으나, 상대적으로 추정오차가 증가하는 문제점이 발생하고 경계층과 비선형성을 보상하기 위한 고이득을 설정하기 힘들다. 또한 제어대상의 수학적 모델이 반드시 필요하다는 단점을 지니고 있어 제어를 구성하는 파라미터 설정의 어려움이 있다.

본 논문은 앞에서 제시한 슬라이딩 제어기 설계상의 문제점들을 해소할 수 있고 학습 능력을 지닌 슬라이딩 제어기를 설계하고자 한다. 제한한 제어기의 효과를 검증하기 위해 비선형이 강한 도립진자 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 통해 확인하였다.

2. 퍼지 슬라이딩 제어기의 설계

2.1 슬라이딩 제어

일반적인 비선형 시스템은 다음과 같이 표현 된다.

$$\dot{x}^{(n)}(t) = f(x, t) + b(x, t) \cdot u + \tilde{d} \quad (1)$$

여기서, $x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ 상태 벡터, $\tilde{d}(t)$ 는 상위 경계를 알고 있는 외란, u 는 제어 입력, $f(x, t), b(x, t)$ 상태 벡터 x 와 시간 t 에 대한 비선

형 함수, ν_u 는 설계할 때 고려되어지는 비모델된 주파수이다. 추정 제어 문제는 원하는 상태 궤적을 $x^d(t)$ 라 할 때, 추정 오차 $x(t) - x^d(t)$ 를 모델 불확실성, 모델화되지 않은 주파수, 그리고, 외란의 존재에도 불구하고 0(zero)으로 만드는 제어 입력을 찾는 것이다. 추정 오차는,

$$e(t) = x(t) - x^d(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (2)$$

로 정의하며 슬라이딩 평면 (2차 시스템인 경우 슬라이딩 라인)는,

$$s(x, t) = (dt/d + \lambda)^{n-1} e = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k \cdot e^{(n-1-k)} \quad (3)$$

에 의해 결정되고, $\lambda > 0$ 로 선택한다. 추정 제어 문제는 상태 벡터 $e(t)$ 를 모든 시간 $t \geq 0$ 에 대해서 슬라이딩 평면 $s(x, t) = 0$ 에 머무르도록 하는 제어 법칙의 설계와 등가이다. 따라서, $V(0) = 0, V > 0, \text{for } s > 0$ 를 가진 리아프노프 함수,

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (4)$$

을 정의한다. 시스템(1)이 안정하기 위한 충분 조건은,

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(s^2) \leq -\eta |s| \quad (5)$$

이다. 여기서 s 는 슬라이딩 평면으로부터의 거리이며 η 는 양수이다. 도달 조건(reaching condition)은 다음과 같다.

$$s \cdot \text{sgn}(s) \leq -\eta \quad (6)$$

(6)식이 만족되어진다면, 시스템(1)은 슬라이딩 모드(sliding mode)가 된다.

절점 주파수의 역할을 하는 파라미터 λ 의 설계는 비모델화된 주파수 ν_u 를 제거시키는 방법으로, 하위 경계를 $\nu_{u, \min}$ 라 할때,

$$\lambda \ll \nu_{u, \min} \quad (7)$$

가 되도록 설계 한다. 슬라이딩 모드 제어 법칙을 만족 하는 제어 입력 u 는 식(6)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = \hat{\delta}^{-1}(\hat{u} - \hat{f}), \quad (8)$$

$$\hat{u} = G \cdot (\hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s)),$$

$$\hat{u} = x^{d(n)} - \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k \cdot e^{(n-k)},$$

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & \text{for } s > 0 \\ -1 & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (9)$$

채터링을 제거하기 위한 방법으로 가변 경계층,

$$B(t) = \{x | s(x, t) \leq \Phi\} \text{ 도입하면, (8)식에서 } \text{sgn}(s) \text{은 } \text{sat}(s/\Phi) \text{로 대체된다.}$$

$$\text{sat}(s/\Phi) = \begin{cases} s/\Phi & \text{if } |s| < \Phi \\ \text{sgn}(s/\Phi) & \text{if } |s| \geq \Phi \end{cases} \quad (10)$$

여기서, $K(x, t) > 0$ 이고, $\hat{\beta}$ 와 $\hat{\delta}$ 는 β 와 b 의 추정치이다.

G값을 결정하기 위해서 다음과 같이 경계를 정의한다.
 $0 \leq \beta^{\min} \leq b \cdot \hat{\delta} \leq \beta^{\max}$. (10)

여기서 $\hat{\delta}$ 은 추정 제어 이득으로, $\hat{\delta} = (\beta^{\min} \cdot \beta^{\max})^{1/2}$ 이고, $G = (\beta^{\min} \cdot \beta^{\max})^{-1/2}$ 로 정의된다.

그리고, $\beta = (\beta^{\max} / \beta^{\min})^{1/2}$ 이득 여유이다.

제어항 $K(x, t)$ 는,

$$K(x, t) \geq \beta(|\Delta f| + (1 - \beta^{-1}) \cdot |\hat{u}| + |\hat{z}| + \eta). \quad (11)$$

이고, $|\Delta f|, |\hat{u}|, |\hat{z}|$ 상한치를 다음과 같이 정의하면,
 $|\Delta f| < \hat{F}, |\hat{u}| < \hat{D}, |\hat{z}| < \hat{U}$ 최종적으로,

$$K(x, t) \geq \beta(\hat{F} + (1 - \beta^{-1}) \cdot \hat{U} + \hat{D} + \eta). \quad (12)$$

이다. 본 논문에서는 이러한 슬라이딩 평면 도달 조건 제어항 $K(x, t)$ 를 구성하고 있는 파라미터들을 퍼지 제어 기법을 이용하여 추정하여 슬라이딩 제어를 구성하는 것이다.

2.2 퍼지 제어기의 설계

퍼지 제어기를 설계하기 위해서 $f(x)$ 의 입출력 동작을 묘사 할 수 있는 식 (13)과 같은 IF-THEN 규칙을 사용한다.

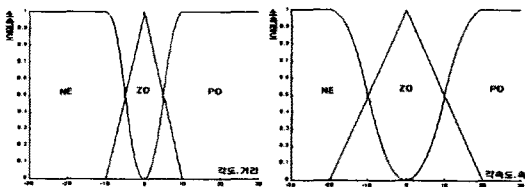
IF x_n is F_i^j and x_m is F_m^k THEN $f(x)$ is C_i ; (13)

여기서, F_i^j, C_i 은 퍼지 집합이고, $i=1,2,\dots$ 이다. 만약 비선형 함수 $f(x)$ 가 알려진 함수라면 제어 입력 u 로서 비선형성을 제거하여 선형 제어 이론을 바탕으로 제어기를 설계 할 오차를 $e = y_m - y = y_m - x$ 라 정의하고 s 평면의 좌반면에 위치하는 극값 k 를 정의하면 퍼지 제어기의 제어 입력은 식(14)와 같고, $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 조절 가능한 변수들이다. $f(x)$ 를 퍼지 제어기를 사용하여 설계한다.

$$u = u_i = \frac{1}{g(x) \Theta_j} [-f(x) \Theta_j + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (14)$$

2.2.1 소속함수

모든 상태를 포함한 퍼지 시스템을 이루고 있는 소속 함수는 다음과 같이 설계하였다.



2.2.2 IF-THEN 규칙과 비퍼지화

각도에 대한 퍼지 시스템 $f(x)$ 의 소속 함수 설정에 의한 각 상태의 IF-THEN 규칙이다.

비퍼지화는 Singleton fuzzifier, Center Average defuzzifier를 이용하여

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}^i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j^i}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{A_j^i}(x_j) \right)} \quad (15)$$

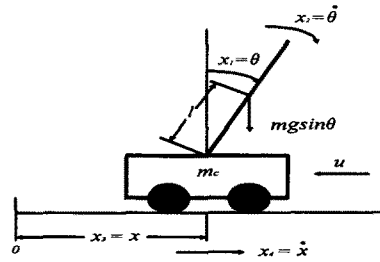
로 구하였다.

2.3 독립 진자 시스템

제한한 제어 알고리즘의 성능을 평가하기 위해서 비선형 시스템의 모델로 대표적으로 사용되는 독립진자에 적용하였다. <그림 1>은 시뮬레이션을 위한 독립 진자의 모델과 적용된 기준 모델의 파라미터 값이다.

| | | | |
|---------|----------|----------|----------|
| | f_1^1 | f_1^2 | f_1^3 |
| f_2^1 | F_{11} | F_{12} | F_{13} |
| f_2^2 | F_{21} | F_{22} | F_{23} |
| f_2^3 | F_{31} | F_{32} | F_{33} |

<표 1> IF - THEN 규칙



<그림 1.> 독립 진자 시스템

다음은 각도($x_1 = \theta$)와 각속도($x_2 = \dot{\theta}$)를 고려한 독립 진자 시스템의 상태 방정식이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left(\frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{m_c + m} \right)}{\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{u + m l (x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{m_c + m}$$

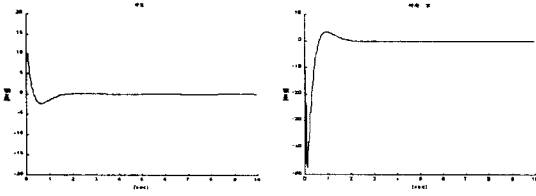
$$\begin{aligned} x_1 &: \theta [\text{degree}] & x_2 &: \dot{\theta} [\text{degree/sec}] & x_3 &: x [\text{cm}] \\ x_4 &: \dot{x} [\text{cm/sec}] & m &: 0.1 [\text{kg}] & g &: 9.81 [\text{m/sec}^2] \\ m_c &: 1 [\text{kg}] & l &: 0.3 [\text{m}] \end{aligned}$$

3. 결 론

3.1 시뮬레이션

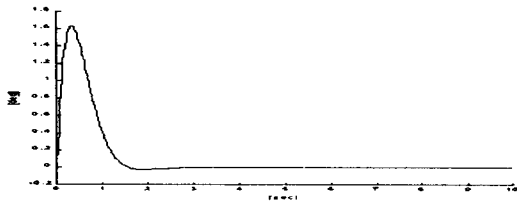
퍼지 제어기법에 의해 설계되어진 슬라이딩 제어기의 안정성과 성능을 검증하기 위해 시뮬레이션을 실행하였다. 추적 궤적을 식(17)과 같이 정의하고 제어 대상에 대한 정보를 포함하여 시뮬레이션한 결과는 다음과 같다.

$$y_m = 0 \quad (17)$$



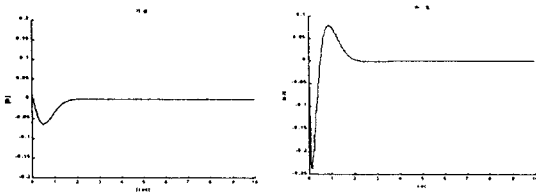
<그림 2> 목표 궤적 $y_m=0$ 에 대한 각도와 각속도의 상태 궤적

각도 제어기의 제어 입력의 시간에 따른 변화를 그림 3에서 보였다. 짧은 시간내에 제어 입력이 안정점으로 수렴함을 알 수 있다.

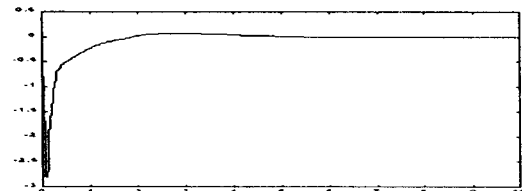


<그림 3> $y_m=0$ 에 대한 각도 제어기의 출력

<그림 4>는 추적 궤적을 식(17)과 같이 정의하고 제어 대상에 대한 정보를 포함하여 시뮬레이션한 결과는 그림 4와 같다.



<그림 4> 목표 궤적 $y_m=0$ 에 대한 거리와 속도의 상태 궤적



<그림 5> $y_m = 0$ 에 대한 거리 제어기의 출력

<그림 5>는 거리 제어기의 제어 입력의 시간에 따른 변화를 나타낸 것으로 단 시간내에 제어 입력이 안정점으로 수렴함을 알 수 있다.

3.2 결과

외란과 파라미터의 변동이 심한 비선형성이 강하고 불확실한 시스템을 제어하는데 유용한 방법으로 사용되는 슬라이딩 제어기 설계상의 문제점을 보완하고 학습 능력을 지닌 슬라이딩 제어기를 설계할 수 있었다. 본 논문에서는 제어하고자 하는 시스템에 대하여 수학적 모델식을 따르지 않고 제어 대상의 정보를 IF-THEN 규칙으로 묘사하는 퍼지 시스템으로부터 슬라이딩 제어기를 구성하고 있는 파라미터를 추정하기 위한 규칙을 만들었다. 실제 프랜트에 적용하여 결과를 확인하는 일이 과제로 남아 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] Li-Xin Wang, "A Course In Fuzzy Systems & Control" Prentice Hall PTR Prentice_Hall Inc. 1997
- [2] J. J. E. Slotine, Weiping Li "Applied Nonlinear Control", Prentice_Hall Inc., 1991
- [3] Li-Xing Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Pendulum Tracking", IEEE Trans. on Sys. Man & Cybern, Part B, Vol.26,no.5, 677-691,1996
- [4] ByungKook Yoo and Woonchul Ham "Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control of Nonlinear System, , IEEE, Vol.6.2,May, 315-321, 1998