

Burst Error Channel에서 Reed-Solomon Product 코드의 에러 정정 평가 방법

한 성휴, 이운우, 황성희, 류상현, 신동호, 서중언  
 삼성 전자 디지털 미디어 연구소

The Performance evaluation of the Reed-Solomon Product Codes in Burst Error

Sung-hyu Han, Yoon-woo Lee, Sung-hee Hwang, Sang-hyun Ryu, Dong-ho Shin, Joong-eor  
 Digital Media R&D Center Samsung Electronics

**Abstract** - Burst Error Channel의 에러 정정 기술로써 Reed-Solomon Product Code(RSPC)가 광범위하게 사용되고 있다. 그러나 Random Error Channel과는 달리 Burst Error Channel 상에서 RSPC의 에러 정정 평가 방법에는 많은 어려움이 있다. 우리는 이번 논문에서 Burst Error Channel 상에서 RSPC의 Error Correction Capability의 확률적인 계산 방법을 기술하려 한다.

1. 서 론

최근에 활발히 연구되고 있는 디지털 데이터 저장 매체에 대한 에러 정정 기술로써 Reed-Solomon Product Codes(RSPC)가 사용되고 있다. RSPC는 강력한 에러 정정 능력을 지니고 있으며, 특히 Burst Error에 매우 강력한 것으로 알려져 있다. RSPC에 대한 기본 구조는 그림1에 나타나 있다. [1].

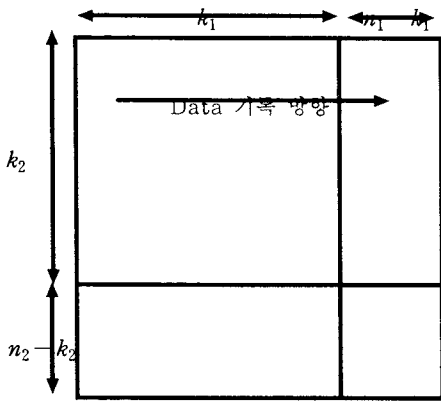


그림 1. RSPC 구조.

위 그림에서 가로 방향으로는  $C_1(n_1, k_1, d_1)$  코드가 사용되며, 세로방향으로는  $C_2(n_2, k_2, d_2)$  코드가 사용된다. 즉,  $n_2$ 개의  $C_1$  코드가 가로로 놓여있고,  $n_1$ 개의  $C_2$  코드가 세로로 배열되어 있다. 코드에 사용되는 기본 단위는  $GF(q)$ 의 원소이다. Burst Error Channel Modeling에는 Markov Chain이나 합성 Gilbert Mod이 사용된다. 이번 논문에서 우리는 그림2에서처럼 4-state Markov Chain을 사용한다. [2]

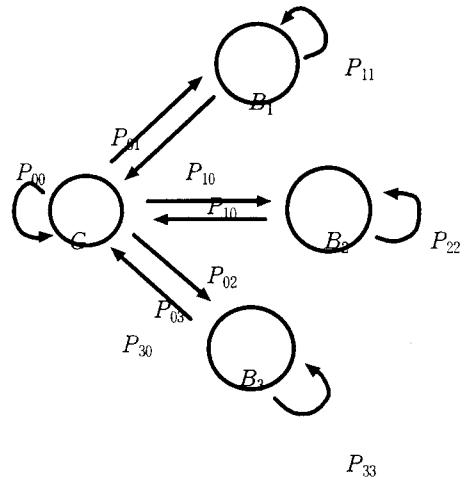


그림 2. 4-State Markov Chain (Byte).

$G$ 상태는 바이트 에러가 발생하지 않는 상태이고,  $B_1$  상태는 짧은 길이의 Burst Error가 발생하는 상태이고  $B_2$  상태는 중간길이의 Burst Error가 발생하며,  $B_3$  상태는 긴 길이의 Burst Error가 발생하는 상태이다.  $B_i$  상태의 개수는 Channel 상태를 고려하여 1개에서부터 여러 개까지 설정할 수 있다. 이 논문에서 나온 Error 정정 능력 평가 방법은 다른 개수의  $B_i$  상태에서도 어려움 없이 적용될 수 있다. 임의의 Byte가  $G$ 상태에 있을 확률을  $t_0$ 라고 하면,

$$t_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^3 \frac{p_{0k}}{p_{k0}}}$$

이고, 임의의 Byte가  $B_i$  상태에 있을 확률을  $t_i$ 라고 하면,

$$t_i = t_0 \frac{p_{0i}}{p_{i0}} \quad (i=1, 2, 3)$$

이다. 다음 본문에서는 RSPC의 에러 정정 평가 방법을 수식적으로 기술하도록 하겠다.

2. 본 론

2.1 에러 정정 평가 방법 기술.

이번 논문에서는 가로 방향의  $C_1$  코드(PI)에서 에러 정정을하고, 세로 방향의  $C_2$  코드(PO)에서 Erasure 정을 수행하였을 때, Block Error Rate(BE)를 계산하는

법을 수식으로 표현한다. PI에서 에러 정정의 결과로  $PI(i, j)$ 를 PO에 전달하게 된다. 여기에서  $PI(i, j)$ 는

$PI(i, j) = n_2$ 개의  $C_1$ 코드 중에서  $i$ 개의 Erasure와 개의 Decoder Error가 발생할 확률이다. 그림3.은 본문의 에러 정정 방법을 요약한 것이다.

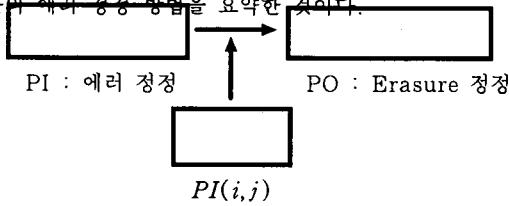


그림3. 에러 정정 방법.

위 그림으로부터 Block Error Rate(BE)는

$$BE = 1 - \prod_{i+j \leq d_2} PI(i, j)$$

이다. 이제 우리는 본 논문의 핵심부분인  $PI(i, j)$ 를 계산하는 방법을 기술한다.

## 2.2 $PI(i, j)$ .

[3],[4]에서 사용한 방법을 응용하여, 우리는 다음 정의한다.

$cwe_{ij} = n_1$ 개의 연속적인 Byte에서 첫 번째 Byte의 바로 앞의 Byte가  $i$ 상태에 있었을 때, 마지막 Byte가  $j$ 상태에 있고,  $\lfloor \frac{d_1-1}{2} \rfloor$ 개 이상의 에러가 발생할 확률. ( $i=0$  이면  $G$ 상태이고,  $i=1$  이면  $B_1$ 상태,  $i=2$  이면  $B_2$ 상태,  $i=3$  이면  $B_3$ 상태이다.)

비슷하게 다음을 정의한다.

$ncwe_{ij} = n_1$ 개의 연속적인 Byte에서 첫 번째 Byte의 바로 앞의 Byte가  $i$ 상태에 있었을 때, 마지막 Byte가  $j$ 상태에 있고,  $\lfloor \frac{d_1-1}{2} \rfloor$ 개 미만의 에러가 발생할 확률.

$PC_{ij}(m, n) = n$ 개의 연속적인  $C_1$ 코드에서 첫 번째 코드의 첫 번째 Byte의 바로 앞의 Byte가  $i$ 상태에 있었을 때, 마지막 코드의 마지막 Byte가  $j$ 상태에 있고  $n$ 개의 코드중  $m$ 개의 코드가 모두  $\lfloor \frac{d_1-1}{2} \rfloor$ 개 이상의 에러를 가질 확률.

그러면, 다음의 점화식을 얻는다.

$$PC_{ij}(m, n) = \sum_{k=0}^3 PC_{ik}(m, n-1) \cdot (ncwe_{kj}) + \sum_{k=0}^3 PC_{ik}(m-1, n-1) \cdot (cwe_{kj})$$

초기 값은

$$PC_{ij}(0, 1) = ncwe_{ij}, \quad PC_{ij}(1, 1) = cwe_{ij} \text{ 이다.}$$

이제  $n_2$ 개의  $C_1$ 코드에서  $m$ 개의 코드가 정정불능일 확률  $PC(m, n_2)$ 는 다음식으로 주어진다.

$$PC(m, n_2) = \sum_{0 \leq i, j \leq 3} t_i \cdot PC_{ij}(m, n_2)$$

이제 Decoder Error를 계산해보자. [5].

$$V_{n_1} = \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{d_1-1}{2} \rfloor} \binom{n_1}{i} (q-1)^i \text{ 라 하면,}$$

$C_1$ 코드에서 정정범위 이상의 에러가 발생했을 때

Decoder Error가 발생할 확률  $PI_{dr}$  은

$$PI_{dr} = \frac{(q^{d_1} - 1) \cdot V_{n_1}}{q^{n_1} - V_{n_1}} \text{ 이다.}$$

그러므로,

$$PI(i, j) = PC(i+j, n_2) \cdot \binom{i+j}{i} \cdot (1 - PI_{dr})^i \cdot (PI_{dr})^j$$

이다.

## 2.3 Simulation.

이번 장에서는 디스크의 먼지분포를 이용하여 상태 천이 확률을 구한 후에 본 논문에서 사용된 에러 정정 평가 방법을 DVD Format에 적용한 Simulation의 결과 제시하도록 한다. 디스크의 먼지분포는 [6]의 결과를 이용하였다.

Simulation Data는 다음과 같다.

$$C_1(182, 172, 11)$$

$$C_2(208, 192, 17)$$

$$p_{01} = 2.736586e-003$$

$$p_{02} = 3.106023e-005$$

$$p_{03} = 5.544656e-006$$

$$p_{00} = 1 - (p_{01} + p_{02} + p_{03})$$

$$p_{10} = (3.224294e-001)$$

$$p_{11} = 1 - p_{10}$$

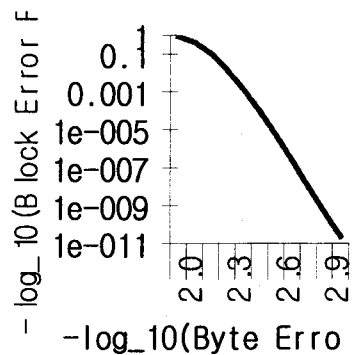
$$p_{20} = (3.758593e-002)$$

$$p_{22} = 1 - p_{20}$$

$$p_{30} = (1.273736e-002)$$

$$p_{33} = 1 - p_{30}$$

Simulation의 결과인 Block Error Rate 는 아래 그래프 같다.



그래프 1. Block Error Rate

## 3. 결 론

본 논문에서 제시한 방법은 광 디스크의 Data Format을 평가하는데 쓰일 수 있을 것이다. 그러나 본 논문에

서는 PI 와 PO에서 한 번씩만 정정하였다. 반복 정정을 하게 되면, Block Error Rate가 감소하는 것으로 알려져 있다. 앞으로 반복 정정에 관한 에러 정정 평가 방법에 대해서 연구를 해야 할 것이다.

[참 고 문 헌]

[1] Seung Ho Kim, Sang Wu Kim and Chee Sun "Decoding Starategies for Reed-Solomon Product Co Application to Digital Video Recording Systems", Transactions on Consumer Electronics, Vol. 38, August 1992

[2] Kunimaro TANAKA, Koji FUFITA, Tuy SAKAMOTO, Ken NAGASHIMA, Yoshinori NEGISHI Yutaka KURIHARA, "Performance Evaluation of Detection and Correcting Code for Optical Disk Distance Code)"

[3] James R. Yee and Edward J. Weldon, Jr., "Evalu the Performance of Error-Correcting Codes on a G Channel", IEEE Transactions on Communications, V No. 8, August 1995

[4] Gaurav Sharma, Amer A. Hassan and Ajay Dh "Performance Evaluation of Burst-Error-Correcting Co a Gilbert-Elliott Channel", IEEE Transactions Communications, Vol. 46, No. 7, July 1998

[5] KAR-MING CHEUNG, "More on the Decoder Probability for Reed-Solomon Codes", IEEE Transacti Information Theory, Vol. 35, No. 4, July 1989

[6] Kouhei Yamamoto, Masayuki Hattori, Tatsuya Na "Error Modeling and Performance Analysis Error-Correcting Codes for the Digital Video Reco System"