

반복계산을 이용한 시간영역의 견실동정

이동철* · 조철제* · 배종일* · 정형환** · 조봉관*

*부경대학교 전기·제어계측공학부 · **동아대학교 전기·전자·컴퓨터공학부

Robust Identification of Time Domain Using Recursive Computation

*Dong-Cheol Lee *Cheol-Je Joe *Jong-Il Bae

**Hwung-Hwan Chung *Bong-Kwan Jo

*Dept. of Electric, Control & Instrumentation Eng. Pukyong Natl. Univ.

**Dept. of Electric, Electronic & Computer Eng. Dong-A Univ.

Abstract-This is to discuss on the robust identification method using the Caratheodory-Fejer theorem. The robust identification method in this paper points out the question at issue brought from numerical analysis in case of Zhou and Kimura method and carries out recursive computation considering the presence of probable noise. Effectiveness of the proposed method is verified theoretically through the numerical simulation.

1. 서론

시스템 동정은, 대상의 입출력 데이터로부터 어떤 목적을 근거로하여 대상과 동일한 것을 증명할 수 있도록 몇 개의 수학적 모델을 작성하는 것이다.

견실동정에 관한 연구는 시간영역과 주파수 영역으로 나눌 수 있다.

본 논문에서는, 시간영역에 있어서 이산시간 시스템의 견실동정에 대하여 언급하고자 한다. Zhou & Kimura[1, 2]의 방법에서는, 시간영역의 경우 데이터 수의 유한성에 의해 생기는 불확실성의 고차 임펄스응답열(impulse response series)을 Caratheodory-Fejer[3]의 정리에 의해 보간하고 있다.

본 논문에서는 Zhou & Kimura 방법의 경우 수치해석상의 문제점을 지적하고 확률적 잡음의 유무를 고려하여 반복계산을 이용한 견실동정법을 제안했다. 그 동정법의 수치 시뮬레이션을 나타내어 그 유효성을 확인한다.

2. 모델집합의 표현(4)

2.1 구조화되지 않는 불확실성

[가법적]

$$G(z) = G_0(z) + \Delta(z)W(z) \quad (2.1)$$

[승법적]

$$G(z) = (I + \Delta(z)W(z))G_0(z) \quad (2.2)$$

여기서, $G_0(z)$ 는 공칭모델(nominal model), $\Delta(z)$ 는 불확실성을 나타내는 미지의 섭동행렬(perturbation matrix)이며, 통상 식(2.3)과 같이 기준화되어 있다.

$$\|\Delta(z)\|_{\infty} \leq 1 \quad (2.3)$$

또 $W(z)$ 는 불확실성의 주파수 하중합수(weighting matrix)이다.

2.2 구조화된 불확실성

식(2.1)이나, 식(2.2)의 불확실성의 $\Delta(z)$ 구조는 식(2.4)와 같은 경우이다.

$$\Delta(z) = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Delta_n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

식(2.1)이나 식(2.2)는 선형분수변환(linear fractional transformation, LFT) 식(2.5)와 같이 표현된다.

$$G(z) = LFT(M(z); \Delta(z)) \quad (2.5)$$

여기서, $M(z)$ 는 식(2.6)과 같다.

$$M(z) = \begin{bmatrix} M_{11}(z) & M_{12}(z) \\ M_{21}(z) & M_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

이 LFT변환의 물리적 의미는 그림1과 같다.

단, u, y 는 각각 시스템 $M(z)$ 의 입력, 출력을 나타낸다.

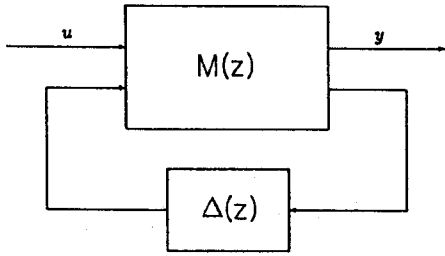


그림1. LFT변환의 블록선도

3. 가법적 불확실성의 보간

여기서, 주파수 하중함수 $W(z)$ 는 제어시스템의 설계사양에 의해 구성되므로 여기서는 $W(z)=1$ 이라고 한다. 이때 식(3.1)이 성립된다.

$$G(z) = \tilde{G}(z) + \Delta(z) \quad (3.1)$$

$\tilde{G}(z)$ 는 공칭모델을 나타내며, 식(3.2), (3.3)의 유리함수로 표현된다.

$$\begin{aligned} \tilde{G}(z) &= \frac{\tilde{N}(z)}{\tilde{D}(z)} \quad (3.2) \\ &= \frac{\tilde{n}_0 + \tilde{n}_1 z^{-1} + \dots + \tilde{n}_q z^{-q}}{1 + \tilde{d}_1 z^{-1} + \dots + \tilde{d}_q z^{-q}} \quad (3.3) \end{aligned}$$

[정리 3.1] Caratheodory - Fejer정리

$$\min_{g(z) \in H_\infty} \|x_0 + x_1 z^{-1} + \dots + x_p z^{-(p+1)} g(z)\|_\infty = \bar{\sigma}(X_p) \quad (3.4)$$

이 정리는 p 차 까지의 계수 (x_0, \dots, x_p) 가 기지함수 $x(z)$ 의 H_∞ 노름의 하계(lower bound) Toeplitz행렬 X_p 의 최대특이치(maximum singular value)이다. 그리고 그림2와 같은 블록선도로 표현되는 시스템을 고려하자. 단, v 는 출력에 추가되는 백색관측 잡음이다. 신호 u, z , 잡음 v , 전달함수 $\tilde{G}(z)$ 에 관한 Toeplitz행렬을 각각 U_p, Z_p, V_p 및 G_p 라 하면 식(3.5)와 같이 표현된다.

$$Z_p = G_p U_p + V_p \quad (3.5)$$

식(3.1)에서 $G(z) = \tilde{G}(z) + \Delta(z)$ 이므로 $\tilde{G}(z), \Delta(z)$ 의 Toeplitz행렬을 \tilde{G}_p, Δ_p 라 하면 식(3.6)과 같이 표현된다.

$$\Delta_p = G_p - \tilde{G}_p \quad (3.6)$$

식(3.3)에서 $\tilde{G}_p = \tilde{N}_p \tilde{D}_p^{-1}$ 이므로 식(3.7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_p = (Z_p - V_p) U_p^{-1} - \tilde{N}_p \tilde{D}_p^{-1} \quad (3.7)$$

단, \tilde{N}_p, \tilde{D}_p 는 $\tilde{N}(z), \tilde{D}(z)$ 의 Toeplitz행렬이다. 따라서 [정리 3.1]을 이용하면 $\Delta(z)$ 의 전개계수는 $\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_p$ 까지 알고 있을 때 $\Delta(z)$ 의 H_∞ 노름의 최소치는 식(3.8)과 같다.

$$\begin{aligned} \min_{g(z) \in H_\infty} \|\delta_0 + \dots + \delta_p z^{-p} + z^{-(p+1)} g(z)\|_\infty \\ = \bar{\sigma}(\Delta_p) \\ = \bar{\sigma}((Z_p - V_p) U_p^{-1} - \tilde{N}_p \tilde{D}_p^{-1}) \quad (3.8) \end{aligned}$$

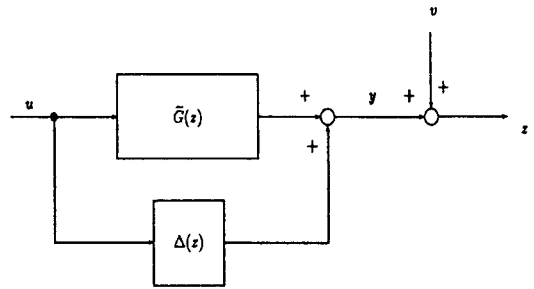


그림2. 시스템의 블록선도

4. 반복계산을 이용한 분자 분모의 건설동정

4.1 G_p 를 $Z_p U_p^{-1}$ 로 간주한 경우

먼저, 관측잡음을 무시한 경우에 대해 고려하자. 여기서, 식(4.1)로 표현되는 Δ_p' 를 정의하자.

$$\Delta_p' = Z_p U_p^{-1} - \tilde{G}_p \quad (4.1)$$

결국 이 경우, Fig. 2에 나타낸 $\Delta'(z)$ 의 Toeplitz행렬의 최대특이치를 최소화하는 $\tilde{N}'(z), \tilde{D}'(z)$ 를 추정하는 것이다. 식(3.6), (3.7)에 의해 $\Delta_p = Y_p U_p - \tilde{G}_p$ 를 이용하면 관계식은 식(4.2)가 된다.

$$\Delta_p' = \Delta_p + V_p U_p^{-1} \quad (4.2)$$

4.2 G_p 를 최소2승법으로 추정한 경우

G_p 는 플랜트 $G(z)$ 의 임펄스응답열 $\{g_i\}$ 의 Toeplitz행렬 임에 주의하면 임펄스 응답열을 최소2승법으로 추정하여 \tilde{G}_p 를 구성하면 식

(4.3)과 같다.

$$\Delta_p = \hat{G}_p - \hat{N}_p \hat{D}_p^{-1} \quad (4.3)$$

또 점근식은 식(4.4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta_p^{(m)} = \hat{D}_p^{(m-1)} (\hat{D}_p^{(m)} \hat{G}_p - \hat{N}_p^{(m)}) \quad (4.4)$$

5. 시뮬레이션

4장에서 관측잡음의 영향을 저감시키는 두가지 방법을 제안했다. 하나는, 입력 u 의 초기치인 u_0 를 크게 취하는데 따라 $u^{-1}(z)$ 를 안정한 전달함수가 되었다. 그림3에 $u_0 = 5$ 일 때의 수치예를 나타냈다. 또 한가지 방법은, 최소2승법에 의한 시스템의 임펄스응답을 추정하고, 그림4에 그 수치예를 나타냈다. 단, 동정대상은 다음의 8차 유리전달함수로 나타냈다.

$$D(z) = 1 - 1.5942z^{-1} + 0.4392z^{-2} + 0.2292z^{-3} - 0.4376z^{-4} + 0.5182z^{-5} \\ - 0.0094z^{-6} - 0.1401z^{-7} + 0.0083z^{-8}$$

$$N(z) = 1 - 3.3283z^{-1} + 1.3024z^{-2} + 4.4025z^{-3} - 1.7907z^{-4} - 3.1866z^{-5} \\ + 0.4246z^{-6} + 1.2822z^{-7} - 0.1164z^{-8}$$

이 동정대상은 6차까지 추정한다. 공칭모델 분모의 초기치에 대해서는 최소2승법(식오차법)(ARX)(Matlab-System-Identification-Toolbox)으로 추정했다. 견실동정에 의한 최적해는 Matlab-Toolbox의 다변수함수 최소화함수 simplex법을 이용했다. 그림3, 그림4에 나타난 수치예에 의해 이들 방법의 유효성이 확인되었다.

6. 결론

본 연구는, Caratheodory-Fejer의 정리를 이용한 견실동정법에 대해 논하였다. 특히, 문헌[1, 2]의 방법의 경우, 수치해석상의 문제점을 지적하고 확률적 잡음의 유무를 고려하여 반복계산을 이용한 견실동정법을 제안했다. 또 그 동정법의 수치시뮬레이션을 나타내어 그 유효성을 확인했다. 데이터수에 대한 문제는 남아 있지만,凸해석법에 의한 공칭모델의 추정을 행하는 것이 유용하다. 이 방법의 기본적 특성으로서, 최소2승법이 일반적으로 부적합하다는 저주파대역에 있어서 이득추종 특성에 관하여 제안한 동정법은 양호한 성능을 나타냈다. 4장에서 확률적 외란을 경감시키는 방법 2가지를 제안했다. 이들 방법의 선택은 다른 방법 보다 어느것이 양호한 실시스템의 임펄스응답이 추정

되는가를 결정한다.

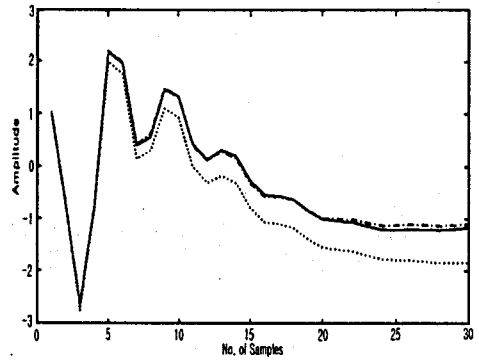


그림3. $G_p = U_p^{-1} Y_p$ 일때의 견실동정 ($u_0 = 5$)

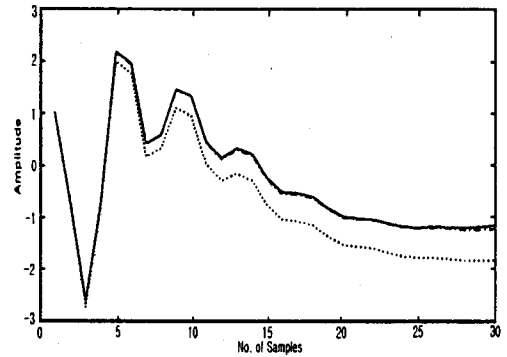


그림4. G_p 를 최소2승법으로 추정한 견실동정

[참고 문헌]

- [1] T. Zhou and H. Kimura, "Simultaneous Identification of Nominal Model, Parametric Uncertainty for Robust Control", Automatica, Vol. 30-3, pp. 391-402, 1994
- [2] T. Zhou and H. Kimura, "Time Domain Identification for Robust Control", System & Control Letters, Vol. 20-3, pp. 167-178, 1993
- [3] U. Grenander and G. Szego, Toeplitz Forms and its Applications, Univ. California Press, 1958
- [4] 木村英紀, ロバスト制御のためのシステム同定, SICEセミナー-制御のためのシステム同定-テキスト, 計測自動制御學會, 1995
- [5] 津村, 初音, 濟藤, "打ち切りモデルを用いた H_∞ 同定", システム制御情報學會論文誌, Vol. 9, No. 12, pp. 565-572, 1996