

실리콘 자이로스코프를 위한  
주파수 가중 모델 축소  $H_\infty$  제어기 설계

송진우\*, 이장규\*, 강태삼\*\*, 임형택\*, 김홍권\*

\*서울대학교 전기공학부 자동제어특화연구센터, (주)마이크로인피니티, \*\*호서대학교 정보제어공학과

Frequency Weighted Reduced  $H_\infty$  Controller Design  
for a Silicon Gyroscope

Jin Woo Song\*, Jang Gyu Lee\*, Taesam Kang\*\*, Hyung-Taek Lim\*, Yong Kweon Kim\*

\*ACRC, SoEE, Seoul National University, MicroInfinity co., Ltd., \*\*SoEE, Hoseo University

**Abstract** - 본 논문에서는 미세 구조물 가공 기술(MEMS)로 제작된 실리콘 자이로스코프를 위한 페루프 제어기를 주파수 가중  $H_\infty$  제어 기법과 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 설계하였다.

실리콘 자이로스코프는 수 kHz 대의 공진 특성을 이용하여 각속도를 측정하는 센서로서, 공진 주파수 영역의 특성이 매우 중요하므로 주파수 영역을 고려하고 공정 오차를 감안한 주파수 가중  $H_\infty$  제어기가 필요하다. 본 논문에서는 고차 강인 제어기의 회로적 구현과 ASIC화가 가능하도록 하기 위해, 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 공진 주파수 영역에서 성능을 유지하는 저차 제어기를 설계하였으며, 시뮬레이션을 통해 기존의 제어기 및 고차 제어기와 성능을 비교하였다.

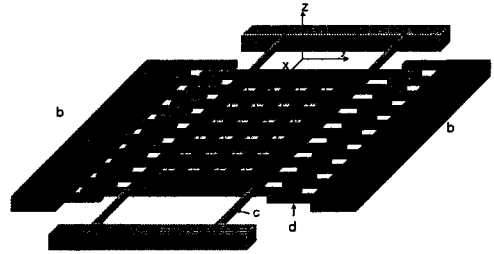


그림 1. 실리콘 자이로스코프의 원리.

1. 서 론

자이로스코프는 회전 각속도를 측정하는 관성센서로서, MEMS 기술의 발달로 인해 소형, 경량, 저가의 센서의 생산이 가능해진 이후 기존의 군수분야 뿐 아니라 민수용으로도 그 이용 범위가 확대되고 있는 항법센서이다[1]. MEMS 기술을 이용해 제작된 실리콘 자이로스코프는 코리올리 힘의 원리를 이용하여 외부 각속도를 감지해 내는 센서이다. 수 kHz대의 구동 주파수로 공진하고 있는 질량체에 각속도가 인가되면, 질량체는 구동 신호에 의해 공진되고 있는 방향과 수직인 방향으로 코리올리 힘이 작용하여 구동 주파수와 같은 주파수로 진동하게 되며, 이 때의 진동 폭을 측정하여 인가 각속도를 측정하게 된다. 실리콘 자이로스코프의 감도를 향상시키고, 대역폭, 동작범위 및 선형성 등의 성능을 개선하기 위해 페루프 제어기를 이용한다. 즉, 진동 폭을 영으로 유지시키는 제어기를 구성할 경우 제어기의 출력이 입력 각속도와 선형적인 관계를 가지게 되는 현상을 이용하여 각속도를 측정하게 된다[2].

실리콘 자이로스코프는 공진 특성을 가지고 있고, 동작이 이러한 공진 점 부근에서 이루어지므로, 페루프 제어기를 구성하기 위해서는 주파수 특성을 고려해야 하며, 공진 점 부근에서 강인해야 한다. 이러한 성질을 만족시키기 위해 기존에는 주파수 가중  $H_\infty$  제어기를 설계하였다[3]. 그러나 이 경우 제어기의 차수가 커서 아날로그 회로를 이용한 구현이 어렵고, 특히 ASIC으로 구현하기가 어렵게 되는 단점이 있다. 그러므로 본 논문에서는 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 고차의 강인 제어기의 성능을 유지하며 구현이 가능한 저차의 제어기를 구현하였다[4][5][6].

2. 본 론

2.1 실리콘 자이로스코프 원리

실리콘 자이로스코프는 코리올리 원리를 이용해 각속도를 측정하는 관성항법센서로서 동작원리는 그림 1과 같다. [c]의 스프링에 연결되어 있는 질량체는 [b]의 comb 구동장치에 의해 y축 방향으로 구동된다. 이 때

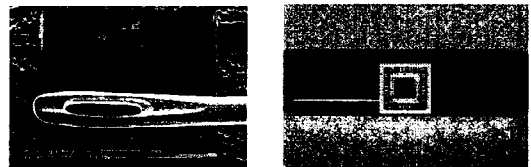


그림 2. 제작된 실리콘 자이로스코프.

x축 방향의 각속도가 인가되면, 코리올리 힘에 의해 z축으로의 진동이 생기게 된다. 이 진동의 진폭 변위를 측정하면 외부 인가 각속도의 크기를 알 수 있다.

변위는 질량체와 하부 전극 사이의 간극 변화에 의한 용량의 변화를 측정하여 얻을 수 있다. 이 때 측정된 용량의 변화는 구동 주파수에 변조되어 있으므로, 외부 각속도 신호를 얻기 위해서는 구동 주파수로 복조를 해야 한다. 또한 구동 신호와 기생 용량에 의한 잡음을 제거하기 위해 캐리어를 이용하며, 여러 가지의 신호 처리 회로가 부가적으로 필요하다.

MEMS 공정을 이용하여 본 논문에서 제작한 실리콘 자이로스코프는 그림 2와 같다.

2.2 페루프 제어기 설계

실리콘 자이로스코프는 고진공 상태에서 동작하며, 큰 Q-factor를 가지고 있기 때문에 개루프 시스템으로 이용할 경우 대역폭 수 Hz 정도로 작은 단점이 있다. 또한 감도를 향상시키기 위해서는 질량체와 감지 전극 사이의 간격이 좁아야 하는데, 이것은 동작 범위의 제한을 가져온다.

이러한 단점을 해결하고 선형성 및 잡음에 대한 강인성을 향상시키기 위해 페루프 제어기가 필요하다. 기존에는 제어기를 사용하지 않거나, 사용하더라도 PID 제어기를 사용하는 경우가 대부분이었다. 그러나 실리콘 자이로스코프는 공진 특성을 가지고 있고, 공진 상태에서 구동되며 동작하므로, 공진 주파수 특성을 잘 표현할 수 없는 기존의 제어기로는 성능 개선에 한계가 있었다.

본 논문에서는 이러한 단점들을 보완하기 위해 주파수

특성을 고려한 주파수 가중 강인 제어를 설계하였다. 그러나 주파수 가중치를 시스템에 확장시키면 제어기의 차수가 높아지게 되고, 회로적 ASIC 구현이 불가능해진다. 그러므로 제어기의 회로적 구현과 ASIC으로의 구현을 가능하도록 하기 위해 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 제어기의 차수를 감소시켰다[5].

### 2.2.1 주파수 가중 $H_\infty$ 제어기 설계

공정 오차에 의한 시스템의 변화에 강인하고, 공진 주파수 영역의 동작 특성을 잘 유지하도록 하는 제어기의 설계를 위해 주파수 가중  $H_\infty$  제어기를 설계하였다. 2차로 근사화된 시스템 방정식은 식(1)과 같다.

$$G_p = \begin{bmatrix} A_p & B_{p1} & B_{p2} \\ C_{p1} & D_{p11} & D_{p12} \\ C_{p2} & D_{p21} & D_{p22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{C}{M} & \frac{1}{MS_{\omega F}} & 0 & \frac{1}{MS_{1T}} \\ W_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_g \\ P_g & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

식(1)에서  $M$ 은 구조물의 질량,  $K$ 는 스프링상수,  $C$ 는 질량체와 전극 사이의 공기 저항에 의해 발생하는 댐핑상수이고,  $S_{\omega F}$ 는 입력 각속도로부터 코리올리 힘으로의 환산 계수이며,  $S_{1T}$ 는 제어출력으로부터 토크전압으로의 환산 계수이다.  $P_g$ 는 측정이득이며  $W_o, W_g$ 는 각각 출력과 외란에 대한 가중치이다.

시스템에서 외란으로 모델링된 인가 각속도는 코리올리 원리에 의해 구동 신호에 변조된 형태의 신호이므로, 외란을 효과적으로 감쇄시키고 정상상태 오차를 줄이는 제어기의 설계를 위해 구동 주파수를 스톱밴드로 갖는 2차 노치필터 형태의 주파수 가중함수가 외란의 가중함수로 이용된다. 또한 가속도 입력과 고주파 캐리어 신호의 효과적인 제거를 위해 2차 대역통과필터가 이용되는데, 필터에 의해 제어기가 불안정해 지는 것을 방지하고 안정도 여유를 확보하기 위해 시스템에 2차 대역통과필터를 확장시켜 전체적으로 6차 시스템을 구성하였다.

확장된 6차 자이로스코프 모델에 대해 설계된 주파수 가중  $H_\infty$  제어기는 식(2)와 같다.

$$K_o(s) = \begin{bmatrix} A_{oc} & B_{oc} \\ C_{oc} & D_{oc} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서

$$A_{oc} = \begin{bmatrix} -1218 & 14186 & 0.092 & -0.111 & -0.389 & 0.468 \\ -14451 & -1251 & 0.118 & -0.048 & -0.440 & 0.481 \\ -747156 & 682231 & -619.1 & 14316 & -254.5 & 265.6 \\ -693546 & 633279 & -14400 & -641.9 & 246.7 & -256.4 \\ -198802 & 1815268 & -337.7 & -455.6 & -2090 & 15131 \\ -2398305 & 2189861 & -430.5 & -511.1 & -13978 & -2240 \end{bmatrix}$$

$$B_{oc} = [-7.132e-4 \quad 6.908e-4 \quad 1.891 \quad 1.755 \quad 5.031 \quad 6.069]^T$$

$$C_{oc} = [3.676e-8 \quad -1.892e-9 \quad 121.68 \quad -145.4 \quad 446.5 \quad -498]$$

$D_{oc} = 0$  이다.

### 2.2.2 주파수 가중 모델 축소

주파수 가중 모델 축소 기법은 Enn [6]에 의해 제안되었으며, 그 후 여러 가지 변형 기법들이 고안되었다. 본 논문에서는 Enn과 Zhou [5]의 기법을 바탕으로 한 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 제어기 차수를 줄이는 방법을 이용하였다.

이 방법은 시스템 모델에 입출력 주파수 가중함수를 적용하여 모델을 확장시키고, 확장 모델에 대하여 제어 그래미언과 관측 그래미언이 같아지도록 시스템을 변형시킨 후, 그래미언이 작은 상태변수를 제거하는 기법이다. 이 경우, 일반적으로 저차 모델의 안정성을 보장할 수 없다는 단점이 있으나, 주파수 가중치를 고려할 수 있는 장점이 있다. 또한 가중함수가 특정한 형태이거나 저차 모델의 가중제어성(혹은 가관측성)이 성립될 경우 저차 모델의 안정도를 보장할 수 있다. 모델 축소 알고리즘은 다음과 같다.

1. 입력 확장 시스템  $(A_i, B_i, C_i)$ 의 제어그래미언과 출력 확장 시스템  $(A_o, B_o, C_o)$ 의 관측그래미언을 구한다.

$$\overline{A}_i \overline{P} + \overline{P} \overline{A}_i^* + \overline{B}_i \overline{B}_i^* = 0 \quad (3)$$

$$\overline{Q} \overline{A}_o + \overline{A}_o^* \overline{Q} + \overline{C}_o^* \overline{C}_o = 0. \quad (4)$$

2.  $\overline{P} = \begin{bmatrix} P & P_{12} \\ P_{12}^* & P_{22} \end{bmatrix}$ 에서  $P$ 를 구한다.

3.  $P = R^* R$ 를 만족하는  $R$ 을 구한다.

4.  $RQR^*$ 를 대각화하여  $RQR^* = U \Sigma^2 U^*$ 를 얻는다.

5. 사상변환을  $T^{-1} = R^* U \Sigma^{-1/2}$ 로 놓고 시스템을 변환하여 변환 시스템 상태변수 중 그래미언이 작은 상태변수를 제거한다.

### 2.2.3 주파수 가중 모델 축소 $H_\infty$ 제어기 설계

주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 식(2)의 제어기를 3차로 축소시킨 결과는 식(5)와 같다.

$$K(s) = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -1605 & 14746 & -61.57 \\ -14746 & -3245.4 & 91.83 \\ 61.57 & 91.83 & -5.7934 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 48.5335 \\ 60.5380 \\ -0.3029 \end{bmatrix}$$

$$C_c = [48.5335 \quad -60.5380 \quad 0.3029], \quad D_c = 0$$

그림 3은 6차 제어기와 3차 제어기의  $\infty$ -노름 오차  $\|K_o(s) - K(s)\|_\infty$ 를 나타낸 것으로 balanced truncation, singular perturbation 기법[3]의 결과와 비교한 것이다. 그림으로부터 원하는 주파수 영역이 12000rad/sec 근처에서 원래 6차 제어기와 오차가 더 작은 것을 알 수 있다. 실제 0.1% 정도의 미미한 오차라 하여도, 1deg/hr 급의 정밀 자이로스코프를 제작할 경우에는 심각한 오차를 유발할 수 있다. 그러므로 본 논문에서 설계한 3차 제어기는 원하는 주파수 영역에서 고차 강인 제어기의 성능을 더욱 만족시키는 것을 알 수 있다.

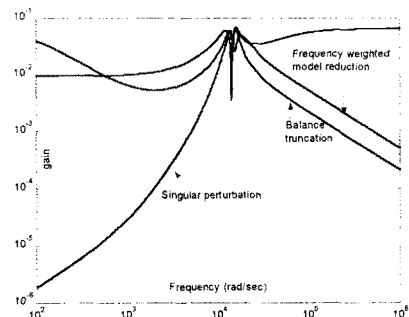


그림 3. 6차 제어기와 3차 제어기 사이의  $\infty$ -노름 오차

### 2.3 시뮬레이션 결과

제어기의 성능을 평가하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다.

시뮬레이션을 위해 1deg/sec의 스텝 각속도를 입력을 인가하였으며, 구동 잡음 10%와 측정 잡음 1%를 인가하였다. 시뮬레이션 결과는 그림 4, 그림 5와 같다. 그림 4는 질량체의 변위를 나타낸 것이고, 그림 5는 제어 출력, 즉 측정 인가 각속도를 나타낸 것이다. 그림으로부터 제어기가 측정 잡음 및 구동 잡음에 의한 오차를 최소로 유지하며 대역폭을 확장시키는 것을 확인하였다. 또한 출력의 오버슈트도 억제하며, 질량체의 변위도 작게 유지하여 질량체과 감지 전극 사이의 간극을 줄여서 감도의 개선이 용이해 지게 된다. 그림으로부터 시스템의 대역폭은 약 80Hz이며, 잡음의 표준편차는 약 0.001deg/sec (약 3.6deg/hr) 임을 알 수 있다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 실리콘 자이로스코프의 성능을 향상시키고, 구현도 가능한 저차 제어기를 설계하였으며, 시뮬레이션을 통해 그 성능을 검증하였다.

실리콘 자이로스코프는 소형, 경량, 저전력, 대량생산 등의 장점으로 인해 점차 수요가 늘어나고 있으나, 대역폭, 분해능, 동작범위, 바이어스안정도 등의 성능의 한계로 인해 아직은 정밀 항법시스템 등에는 사용되지 못해왔다. 이러한 단점을 보완하여 항법시스템에서 이용할 수 있는 수준의 고정밀, 광대역폭 자이로스코프의 개발을 위해서는 페루프 제어기의 적용이 필수적이다. 그러나 일반 제어기로는 자이로스코프의 공진 특성을 잘 나타낼 수 없는 단점이 있으며, 차수가 높아질 경우 구현이 복잡한 문제가 있으므로, 이러한 단점을 해결하기 위해 본 논문에서는 강인 6차 제어기를 주파수 가중 모델 축소 기법을 이용하여 3차 제어기로 축소하였다.

시뮬레이션 결과 설계된 제어기는 대역폭을 80Hz 이상으로 증가시키며, 잡음 수준도 0.001deg/sec 수준으로 억제하는 것을 알 수 있었다. 질량체의 변위도 작은 수준으로 유지하여 감도 개선을 위해 질량체와 감지 전극 사이의 간극의 축소를 가능하게 하는 것을 확인하였다. 또한 다른 모델 축소 기법을 이용하여 설계한 저차 제어기에 비해, 고차 제어기의 특성을 더욱 잘 유지시키는 것을 확인하였다.

### 감사의 글

본 연구는 국방과학연구소와 서울대학교 자동제어특화연구센터의 지원과 주식회사 마이크로인피니티의 도움으로 수행되었습니다. 관계자 여러분께 감사 드립니다.

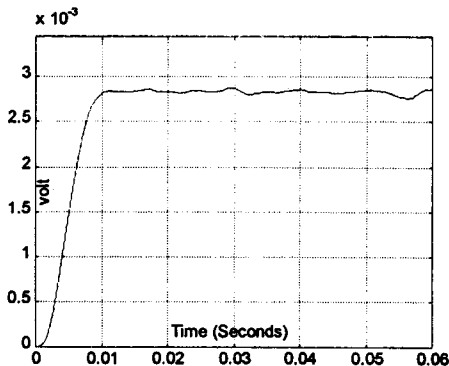


그림 4. 페루프 시스템에서 질량체의 변위 (V)

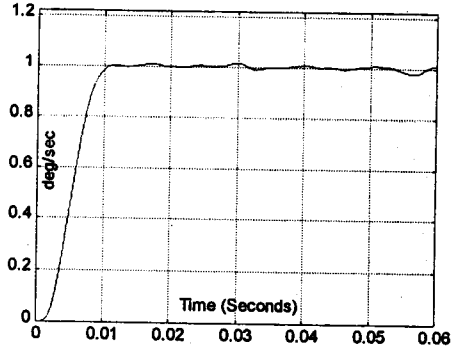


그림 5. 주파수 가중 모델 축소 3차 제어기의 제어 출력 (deg/sec)

### [참 고 문 헌]

- [1] P.Greiff, B.Boxenhorn, T.King, and L. Niles, "Silicon Monolithic Micromechanical Gyroscope", MEMS Proceeding, pp. 966-968, 1991.
- [2] J. G. Lee, Research on the micro gyroscope and accelerometer for inertial navigation system, Seoul Nattoinal University, 2000.
- [3] J. W. Song, J. G. Lee, T. Kang, S. K. Sung, H. T. Lim, and Y. K. Kim, "Feedback controller design for an in-plane gimbaled silicon gyroscope using  $H_{\infty}$  control technique", Proceedings of the 2000 KSME Summer Conference on Dynamics and Control, pp. 52-57, 13-14 June 2000.
- [4] K. Zhou, "Frequency weighted  $L_{\infty}$  norm and optimal Hankel norm model reduction", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 40, no. 10, pp. 1687-1699, October, 1995.
- [5] J. W. Song, J. G. Lee, T. Kang, "Model Reduction via Frequency Domain Approach", SICE2001, 24-26 July, 2001.
- [6] D. Enn, "Model reduction with balanced realizations: An error bound and a frequency weighted generalization", Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Decision and Control, NV, 1984.