

평행링크 매니퓰레이터의 강인한 QFT(Quantitative Feedback Theory)제어기 설계

강민구, 변기식  
부경대학교 제어계측공학과

Robust QFT(Quantitative Feedback Theory) Controller Design of Parallel Link M

Kang Min-Goo, Byun Gi-Sik

Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Pukyong National University

**Abstract** - This paper proposes that it minimizes interference between link at high speed trajectory tracking of 2-degree parallel link manipulator and QFT(Quantitative Feedback Theory) controller which robust structure uncertainty and disturbance of plant. And using ICD(Individual Channel Design), it separates two channel from multivariable system, parallel link manipulator and designs robust controller with applying MISO QFT to each channel. Finally, we make sure of robustness and excellence of QFT controller through simulation and experiment.

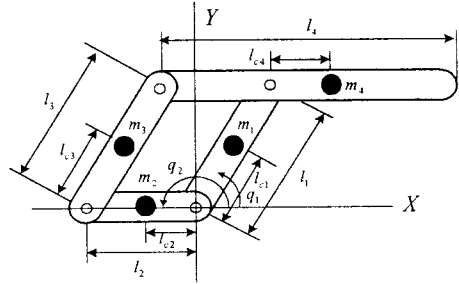


그림 1. 매니퓰레이터의 구조

1. 서 론

산업용 로봇의 가장 단순하고 일반적인 보상 방법은 PD제어기를 이용하는 것이다. 이 방법은 높은 기어비를 사용하기 때문에 각 축 사이를 독립적인 매니퓰레이터로 간주하여 설계하고 실제로 성능에 어느 정도 만족할 만한 성과를 보인다. 특히 본 연구에서 사용되는 평행링크 구조의 매니퓰레이터는 구조적으로 기존의 각 관절에 있던 무거운 모터가 하단부에 위치해 있고 구동 토크는 평행사변형 구조에 의해서 전달되는 형태를 가지기 때문에 플랜트의 전체적인 질량이 가벼워 제어의 효율성을 더욱 높일 수 있다. 또 각 링크 사이의 간섭을 작게 억제할 수 있어 산업용 매니퓰레이터에 많이 사용되어지고 있다. 하지만 고속, 정밀한 궤도 추종에 있어서는 링크사이의 간섭을 무시할 수 없게 되고 PD제어기법으로는 성능에 만족하지 못하게 된다.[1][2] 대부분의 제어는 동적 모델을 이용해서 제어기를 설계하게 되는데 파라메타의 불확실성과 모델구조 불확실성 그리고 외란등으로 제어기 설계가 어렵게 된다. 따라서 강인한 제어기법 도입이 필요한데 근래에는 적응제어, 슬라이딩 모드 제어기법들이 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 고전제어를 기초로 한 주파수 영역 설계 방법의 하나인 QFT(Quantitative Feedback Theory)를 이용해서 2자유도 시스템인 평행링크 매니퓰레이터를 ICD기법으로 채널을 분리한 뒤 각 채널에 MISO(Multi Input Single Output) QFT방법을 적용시켜 제어기를 설계한다.[3][4][5][6][7][8]

2. 본 론

2.1 로봇시스템의 모델링

2.1.1 로봇의 동역학 모델

그림 1.은 직접 제작한 2자유도 평행링크 매니퓰레이터이다.

$$M(q) \ddot{q} + h(q, \dot{q}) \dot{q} + F \dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \cos(q_2 - q_1) \\ M_{21} \cos(q_2 - q_1) & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$h(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -M_{12} \dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1) \\ M_{12} \dot{q}_1 \sin(q_2 - q_1) & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix}, \quad g(q) = \begin{bmatrix} V_1 \cos q_1 \\ V_2 \cos q_2 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

q는 링크 각도 벡터, τ는 입력 토크벡터, M(q)는 관성행렬, h(q, q̇)는 코리올리력 및 원심력항, F는 점성마찰항, g(q)는 중력항을 나타낸다.

2.1.2 전동기를 포함한 동역학 모델

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{12} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$h_{11} = \gamma^2 J_m + M_{11} \quad h_{12} = M_{12} \cos(q_2 - q_1)$$

$$h_{21} = M_{12} \cos(q_2 - q_1) \quad h_{22} = \gamma^2 J_m + M_{22}$$

$$d_{11} = \gamma^2 (D_m + \frac{K_t K_b}{R}) + F \quad d_{12} = -M_{12} \dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1)$$

$$d_{21} = M_{12} \dot{q}_1 \sin(q_2 - q_1) \quad d_{22} = \gamma^2 (D_m + \frac{K_t K_b}{R}) + F$$

$$g_1 = V_1 \cos q_1, \quad g_2 = V_2 \cos q_2$$

$$a = \frac{\gamma K_t K_t}{R}$$

Kt는 모터상수, Kb는 역기전력상수, Jm은 모터의 관성모멘트, Dm은 점성마찰계수, R은 전기자 저항, γ는 기어비, v는 제어입력전압을 나타낸다.

식(2)과 그림 2.에서 보듯이 링크간의 간섭요소가 여러 개 있는 것을 알 수 있고 중력항이나 파라메타 변화등에 불확실성이 존재하는 것을 확인할 수 있다.

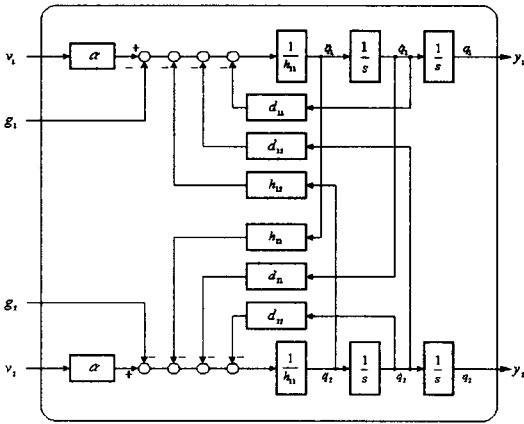
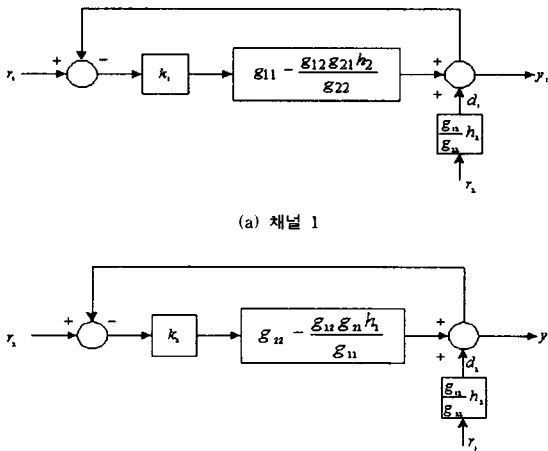


그림 2. 로봇매니플레이터의 블록선도

## 2.2 ICD 기법 및 QFT 제어 이론

### 2.2.1 ICD(Individual Channel Design)기법

ICD 기법은 다변수 시스템을 고전적 제어이론을 사용하기 위해 입력력 수와 같은 수로 채널을 분리하는 방법이다. 다변수 시스템의 제어기 설계는 그림 3.에서 각 채널의 제어기가 서로 영향을 준다. 따라서 제어기 설계가 SISO시스템과는 다른 것을 알 수 있다.



(a) 채널 1

(b) 채널 2

그림 3. ICD 기법을 이용한 채널 분리

채널 \$C\_1\$은 개루프 전달관계를 가지고 \$\gamma(s)\$는 상호간섭 정도를 나타내고 \$h\_2(s)\$는 채널1에서의 서브시스템을 나타내고 \$d\_1(s)\$는 채널 \$C\_1\$에서 \$r\_2\$를 통해 들어오는 신호를 외란으로 처리했다.

$$C_1(s) = k_1 g_{11}(1 - \gamma h_2) \quad (3)$$

$$\gamma(s) = \frac{g_{11}g_{21}}{g_{11}g_{22}}$$

$$h_2(s) = \frac{k_2 g_{22}}{1 + k_2 g_{22}} \quad d_1(s) = \frac{g_{12}}{g_{22}} h_2 \gamma_2$$

채널 \$C\_2\$도 채널 \$C\_1\$과 동일한 관계를 나타낸다.

$$C_2(s) = k_2 g_{22}(1 - \gamma h_1) \quad (4)$$

$$h_1(s) = \frac{k_1 g_{11}}{1 + k_1 g_{11}}$$

$$d_2(s) = \frac{g_{21}}{g_{11}} h_1 \gamma_1$$

제어기 설계할 때는 서브시스템을 1로 두고 설계한다.

### 2.2.2 QFT 제어 이론

QFT는 1960년대 IM Horowitz에 의해서 제안된 주파수영역 설계기법인 고전제어이론으로서 정확하게 플랜트의 불확실성, 외란 및 요구되어지는 사양에 대해 제어를 결정하는 의미에서의 정량적인(quantitative)것이다. 다양한 조건을 절충시키는 안목과 주파수상에서 측정되어진 플랜트 응답에 적용할 수 있기 때문에 상태공간(State space) 형태나 그밖에 다른 형태의 모델이 필요하다. QFT 제어기의 설계 순서는 먼저 설계사양을 정하고 \$N\$개의 LTI 플랜트를 선정하여 각각의 주파수에서의 불확실한 플랜트의 주파수 응답의 집합인 템플레이트를 니콜스 선도에 나타낸다. 그런 다음 안정조건과 설계사양을 만족시키는 경계조건을 구한다. 경계조건은 루프형성에 의한 공칭루프전달함수 \$L\_0(s)\$의 결정에 제한을 받게 된다. 공칭루프전달함수 \$L\_0(s)\$는 식(5)로서 정의되어진다. \$L(s)\$는 가능한 한 경계조건 위어나 그 근처에 있도록 하여야 한다.

$$L_0(s) = P_0(s)C(s) \quad (5)$$

$$C(s) = \frac{L_0(s)}{P_0(s)}$$

### 2.3. QFT 제어기 설계

로봇 매니플레이터를 ICD 기법을 통해 먼저 채널을 분리하고 각 채널에 대해서 QFT 제어이론을 적용한다. 그림 1.에서 중력항과 링크간의 간섭 및 파라메타 오차 등에 \$\sin\$ 항과 \$\cos\$항이 포함 되어있기 때문에 각도가 변함에 따라 파라메타 값이 변하게 된다. 하지만 설계에서는 간섭항은 각 채널의 출력 외란으로 처리하고 중력항이나 파라메타 오차등은 불확실성으로 간주하여 처리했다. 관성모멘트를 정확하게 구하는 것은 상당한 어려우므로 식(6)에서 관성모멘트를 불확실한 구간으로 정하고 채널 1은 \$\omega = [0.1, 0.2, 0.4, 2, 4, 10, 100, 200, 400]\$, 채널 2는 \$\omega = [0.1, 0.2, 0.4, 2, 6, 10, 20, 100, 200, 400]\$의 주파수를 선정하여 제어기를 설계한다.

$$I_1 = [9.4650 \times 10^{-6} \quad 1.7983 \times 10^{-4}] \quad (6)$$

$$I_2 = [3.6864 \times 10^{-6} \quad 7.0042 \times 10^{-5}]$$

$$I_3 = [9.5420 \times 10^{-6} \quad 1.8130 \times 10^{-4}]$$

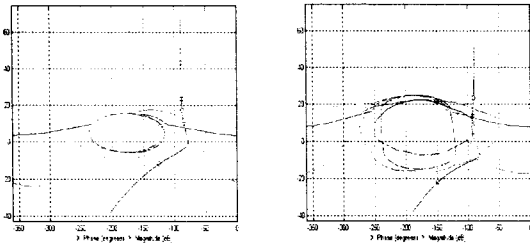
$$I_4 = [8.6330 \times 10^{-5} \quad 1.6 \times 10^{-3}]$$

설계사양은 1,2채널 모두 아래와 같다.

o 이득여유=10[dB]

o 위상여유=45°

$$o \left| \frac{Y(s)}{D(s)} \right| = \left| \frac{1}{1 + C(s)P(s)} \right| < 0.02 \left| \frac{s^3 + 64s^2 + 748s + 2400}{s^2 + 14.4s + 169} \right| \quad (7)$$



(a) 채널1의 Loopshaping (b)채널2의 Loopshaping

그림 4. 루프쉐이핑

$$C_1 = \frac{4.5873 \cdot 10^4 s + 1.8598 \cdot 10^6}{s^2 + 1447.2s + 265650} \quad (8)$$

$$C_2 = \frac{5.1137 \cdot 10^4 s + 3.0489 \cdot 10^6}{s^2 + 2234.5s + 435490} \quad (9)$$

그림 4.은 1,2채널의 루프쉐이핑한 결과이다. 식(5)에 의해서 식(8)은 채널1의 제어기고 식(9)은 채널2의 제어기다. 설계결과 채널1은  $GM=27.113[dB]$ ,  $PM=100.71^\circ$  채널2는,  $GM=27.295[dB]$ ,  $PM=98.216^\circ$  로 두 채널 모두 설계사양을 만족하고 있음을 알 수 있다.

### 3. 시뮬레이션 및 실험

표 1. 링크 파라메타

i	1	2	3	4
$m_i [g]$	0.0153	0.0098	0.0153	0.0220
$l_i [m]$	0.17	0.10	0.17	0.32
$l_{ci} [m]$	0.09	0.0498	0.085	0.05526
$I_i [kg m^2]$	$9.465 \cdot 10^{-5}$	$1.92 \cdot 10^{-5}$	$9.542 \cdot 10^{-5}$	$8.633 \cdot 10^{-4}$

표 2. 전동기 파라메타 값

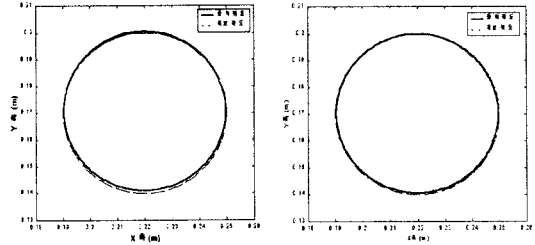
	Symbol	단위	Value
1	$J_m$	kg m <sup>2</sup>	$1.1 \cdot 10^{-5}$
2	$D_m$		0
3	$R$	$\Omega$	0.16
4	$\gamma$		14
5	$K_t$	Nm/A	0.0168
6	$K_b$	V/rps	0.0168
7	$K_v$		1

설계된 QFT 제어기를 이용해서 표.1,표.2의 사양을 가진 매니퓰레이터의 끝점에서 무부하일 경우와 100[g]의 부하를 단 경우에 대해서 원계적을 그려보았다. 그림 5.은 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과이다. 그림 6.의 실험 결과 목표계적을 잘 추종하고 있는 것을 확인할 수 있다. 실제 결과가 매끄럽지 못한 이유는 기어의 backlash 및 기구 제작시의 미숙함 때문이라 할 수 있겠다.

### 4. 결 론

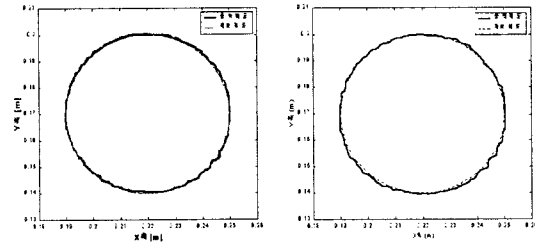
본 논문에서 제안한 ICD기법과 QFT이론을 이용한 2자유도 로봇 매니퓰레이터의 고속궤적 추종에 대해 알아 보았다. 고속궤적 추종시 링크간의 간섭을 최소화하였고

파라메타 변동과 외란 및 구조의 불확실성에도 불구하고 목표궤적을 잘 추종했다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 QFT 제어기의 강인성과 유용성을 확인하였고 실제 실험을 통해 시뮬레이션의 타당성을 입증하였다. 그리고 ICD기법을 통해 다변수 시스템에 고진제어 기법을 적용할 수 있는 계기를 마련했으며, QFT기법을 다변수 로봡 매니퓰레이터에 적용했다는데 큰 의미가 있다고 하겠다. 차후 ICD의 채널분리 과정에서 차수가 높아지게 되는데 이 부분에 대한 저차화 기법이 연구되어야 할 것 같다.



(a)주기:2[sec],반지름:0.03[m] 무부하시 (b)주기:2[sec],반지름:0.03[m], 부하시:100[g]

그림 5. 고속 원궤적 추종 시뮬레이션 결과



(a)주기:2[sec],반지름:0.03[m] 무부하시 (b)주기:2[sec],반지름:0.03[m] 부하:100[g]일 경우

그림 6. 고속 원궤적 추종 실험 결과

### [참고문헌]

- [1] H. Asada "Direct-drive Robots Theory and Practice" MIT Press. 1987
- [2] T. Namerikawa, M. Fujita, F. Matsumura "Robust  $H_\infty$  control of a Parallel Link Robot Manipulator" IEE Japen. vol.116-D, no.2. 1996
- [3] W.E Leithead, J. O'reilly "Multivariable control by Individual Channel Design" Int. J. of Control, 54, pp.1-46, 1991.
- [4] W.E Leithead, J. O'reilly "Structural Issues underlying the performance of 2-input 2-output multivariable systems using individual channel design" IEEE. vol.1, pp.575-580. 1991
- [5] I. Horowitz, "Quantitative feedback theory" IEE PROC. vol.129, no.6, 1982.
- [6] O. Yaniv "Quantitative Feedback Design of Linear and Nonlinear control systems." Kluwe Academic Publishers, 1999.
- [7] I. Horowitz "Survey of Quantitative Feedback Theory" Int. J. of Control, vol.53, no.2, pp255-291, 1991.
- [8] 강민규,변기식, "QFT를 이용한 불안정한 시스템의 안정화를 위한 강인한 제어기 설계" 한국신호처리시스템학회 추고중