2001년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2001.7.18-20

적응백스테핑기법을 이용한 비선형시스템 강인제어

° 현근호*, 김동헌**, 김응석***, 김홍필****, 양해원**
신성대학 전기과*, 한양대학교 전기공학과**, 한라대학교 전기공학부***, 경일대학교 전기공학과****

Robust Control of Nonlinear System using Adaptive Backstepping Technique

° Keun-Ho Hyun*, Dong-Hun Kim**, Eung-Seok Kim***, Hong-Pil Kim****, Hai-Won Yang**
Shinsung College*, Hanyang University**, Halla University***, Kyungil University**** all Department of Electrical Engineering

Abstract - In this paper we presents a speed controller for permanent magnet synchronous motor using adaptive backstepping technique. The adaptive backstepping technique takes system nonlinearity into account in the control system design stage. The proposed control and adaptive law is proved to be asymptotically stable by the Lyapunov stability theory.

1. 서 론

비선형 시스템 제어 문제에서 최근 각광받는 제어기법 중의 하나가 백스테핑(backstepping) 기법이다. 특히, 제어대상 시스템의 파라미터 불확실성(uncertainty)을 극복할 수 있는 적응(adaptive) 백스테핑 기법은 이미 여러 비선형 시스템에 적용되어 타당성이 입증된 바 있다.[1][2] 본 논문에서는 영구자 동기전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor : PMSM)의 속도 제어에 적응백스테핑기법을 활용하여 그 효용성을 확인하고자 한다.

교류 전동기의 일종인 PMSM은 구조의 단순함과 영구자석 재료의 지속적인 보완으로 타 전동기에 비해 높은 토크, 고출력, 고효율 등 여러 가지 장점을 갖고 있어 정밀한 속도 제어가 필요한 소형 전동기로서의 수요가 증가하고 있다.[3]

2. 본 론

2.1 시스템 모델링 및 제어 목적

PMSM은 토크 방정식 뿐만 아니라 여자전류와 회전자속도 간의 비선형적인 관계로 인하여 정밀한 속도 제어가 까다롭다. 따라서, 본 논문에서는 타 교류기 해석에도 많이 응용된 바 있는 벡터제어이론(vector control theory)을 적용하여 PMSM의 동특성 방정식을 해석이 편리한 d-q축 형태로 변형해서 다음과 같이 제시하였다.[4][5]

$$\begin{aligned} v_d &= Ri_d + L_d\frac{di_d}{dt} - P\omega L_q i_q \\ v_q &= Ri_q + L_q\frac{di_q}{dt} + P\omega(L_d i_d + \Psi) \\ T_e &= T_L + J_m\frac{d\omega}{dt} + B_m\omega \\ T_e &= \frac{3P}{2}(\Psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, v_d, v_q는 d-q축 고정자전압(제어입력), i_d, i_q는 d-q축 고정자전류(여자전류), R은 고정자 1상당 저항, L_d, L_q는 d-q축 고정자 인덕턴스, T_e, T_L은 전자 및 부하 토크, J_m은 전동기 및 부하의 관성 모멘트, B_m은 전동기 마찰계수, P는 전동기 극수, ω는 회전자 속도(각주파수), Ψ는 고정자에 쇄교하는 회전자의 자속을 나타내며 고정자 인덕턴스 L_d, L_q와 부하토크 T_L의 값은 불확실하지만 여자전류 i_d, i_q와 회전속도 ω은 측정 가능하다고 가정하여 full state-feedback 상태에서 기준 회전 속도를 추종(tracking)하는 것이 제어 목적이다.

PMSM은 동기기이므로 별도의 제동권선으로 기동시키며 이로 인해 기동 시 비동기적인 동특성이 포함되나 본 논문에서는 해석의 복잡함을 피하기 위해 식(1)에서 이러한 특성은 제외하였다.

2.2 제어기 설계

식(1)에서 여자전류, 고정자전압, 회전속도 및 토크에 대한 관계식이 3차 미분방정식으로 구성되어 속도제어를 위한 설계가 쉽지 않으므로 본 논문에서는 가능한 $i_d=0$으로 유지시키고 i_q에 의해 원하는 토크를 발생시키도록 하였다. $i_d=0$을 유지시킬 수 있다면 식(1)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\begin{aligned} v_d &= -P\omega L_q i_q \\ v_q &= Ri_q + L_q\frac{di_q}{dt} + P\omega\Psi \\ T_e &= T_L + J_m\frac{d\omega}{dt} + B_m\omega \\ T_e &= \frac{3P}{2}\Psi i_q \end{aligned} \tag{2}$$

적응백스테핑기법의 핵심은 가상적인 제어입력을 만들어 이를 안정화함수(stabilizing function)로서 활용하고 이 과정에서 발생하는 오차변수(error variable)를 리아프노프 안정도 이론(Lyapunov stability theory)을 이용하여 안정화(점근적으로 '0'으로 수렴)시키는 것이다.

본 논문에서도 오차변수의 일종으로 다음과 같이 추종오차(tracking error)를 설정한다.

$$e = \omega^* - \omega \tag{3}$$

여기서, ω^*는 기준(목표값) 회전속도이다. 식(3)을 미분하고 식(1)을 이용하면 다음과 같이 속도오차에 대한 동특성 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J_m\dot{e} &= -J_m\dot{\omega} \\ &= B_m\omega + T_L - \frac{3P}{2}(\Psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \end{aligned} \tag{4}$$

식(3)의 추종오차를 '0'으로 만들기 위해서는 i_d와 i_q을 가상입력으로 하는 제어기를 설계해야 한다. 안정화함수를 얻기 위해 리아프노프 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$V_1 = \frac{1}{2}e^2 \tag{5}$$

식(5)를 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e\dot{e} \\ &= \frac{e}{J_m}(B_m\omega + T_L) - \frac{3P}{2J_m}(\Psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q)e \\ &= -k_1e^2 + \frac{e}{J_m}(B_m\omega + T_L - \frac{3P}{2}\Psi i_q + k_1J_m e) \\ &\quad - \frac{3P}{2J_m}(L_d - L_q)i_d i_q e \end{aligned} \tag{6}$$

식(6)에서 k_1은 설계파라미터이며 추종 문제를 해결하기 위해서는 안정화 함수로 표현되는 여자전류의 목표값은 다음과 같이 정의한다.

$$i_q^* = \frac{2}{3P\Psi}(B_m\omega + T_L + k_1 J_m e) \qquad (7)$$
$$i_d^* = 0$$

식(7)에 따라서 전류 추종오차(current tracking error) $e_d = i_d^* - i_d$ 및 $e_q = i_q^* - i_q$를 '0'으로 수렴하도록 v_d, v_q를 적절히 선택하면 식(6)은 다음과 같이 되어 추종오차의 점근적인 안정을 얻을 수 있다.

$$\dot V_1 = -k_1 e^2 \le 0 \qquad (8)$$

한편, 부하토크 T_L은 불확실한 상태이므로 적응 추정(adaptive estimating)해야 하며 추정값을 $\hat{T}_L$이라 하면 식(7)에서 i_q^*는 다음과 같이 추정 전류식으로 변환된다.

$$\hat{i}_q^* = \frac{2}{3P\Psi}(B_m\omega + \hat{T}_L + k_1 J_m e) \qquad (9)$$

따라서, 부하토크에 대한 추정오차를 $\tilde{T}_L = \hat{T}_L - T_L$이라 하면 식(4)와 식(9)로부터 속도오차에 대한 동특성 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot e = \frac{1}{J_m}\left(\tilde{T}_L + \frac{3P}{2}\Psi e_q - k_1 J_m e + \frac{3P}{2}(L_d - L_q)e_d i_q \right) \qquad (10)$$

유사한 방법으로 식(1)을 이용하여 e_d 및 e_q에 대한 동특성 방정식도 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot e_d = \frac{1}{L_d}(Ri_d - P\omega L_q i_q - v_d) \qquad (11)$$
$$\dot e_q = \frac{1}{L_q}(Ri_q + P\omega L_d i_d - v_q + P\omega\Psi) + \frac{2(B_m - k_1 J_m)}{3P\omega J_m}\left(\frac{3P}{2}(\Psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) - B_m\omega - T_L\right)$$

한편, PMSM을 포화 운전하는 상태에서는 인덕턴스 L_d, L_q의 값도 변화하므로 이에 대한 추정값 $\hat{L}_d, \hat{L}_q$를 사용해야 하며 결국 인덕턴스 추정오차를 $\tilde{L}_d = \hat{L}_d - L_d$, $\tilde{L}_q = \hat{L}_q - L_q$라 하면 e, e_d, e_q, $\tilde{T}_L$, $\tilde{L}_d$ 및 $\tilde{L}_q$를 모두 고려한 새로운 리아프노프 함수를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$V_2 = \frac{1}{2}\left(e^2 + e_d^2 + e_q^2 + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{T}_L^2 + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{L}_d^2 + \frac{1}{\gamma_3}\tilde{L}_q^2\right) \qquad (12)$$

식(12)를 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\dot V_2 &= e\dot e + e_d\dot e_d + e_q\dot e_q + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{L}_d\dot{\hat{L}}_d + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{L}_q\dot{\hat{L}}_q + \frac{1}{\gamma_3}\tilde{T}_L\dot{\hat{T}}_L \\
&= -k_1e^2 - k_2e_d^2 - k_3e_q^2 + \frac{e}{J_m}\Big(\tilde{T}_L + \frac{3P}{2}\Psi e_q - k_1 e J_m \\
&\quad + \frac{3P}{2}(L_d - L_q)e_d i_q\Big) + e_d\left(\frac{R}{L_d}i_d - \frac{P\omega L_q}{L_d}i_q - \frac{v_d}{L_d} + k_2 e_d\right) \\
&\quad + e_q\Big(\frac{2(B_m - k_1J_m)}{3P\Psi J_m}\Big(\frac{3P}{2}(\Psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) - B_m\omega \\
&\quad - T_L\Big) + \frac{Ri_q}{L_q} + \frac{P\omega L_d}{L_q}i_d - \frac{v_q}{L_q} + \frac{P\omega\Psi}{L_q} + k_3 e_q\Big) \qquad (13) \\
&\quad + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{T}_L\dot{\hat{T}}_L + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{L}_d\dot{\hat{L}}_d + \frac{1}{\gamma_3}\tilde{L}_q\dot{\hat{L}}_q
\end{aligned}$$

식(13)에 대하여 v_d, v_q에 대한 제어칙(control law)을 다음과 같이 선택한다.

$$\begin{aligned}
v_d &= Ri_d - P\omega\hat{L}_q i_q + k_2 e_d\hat{L}_d + \frac{3P}{2J_m}\hat{L}_d(\hat{L}_d - \hat{L}_q)i_q e \\
v_q &= \frac{2\hat{L}_q(B_m - k_1J_m)}{3P\Psi J_m}\left(\frac{3P}{2}(\Psi i_q + (\hat{L}_d - \hat{L}_q)i_d i_q)\right. \qquad (14) \\
&\quad \left. - B_m\omega - \hat{T}_L\right) + Ri_q + P\omega(\hat{L}_d i_d + \Psi) \\
&\quad + k_3 e_q\hat{L}_q + \frac{3P}{2J_m}\Psi\hat{L}_q e
\end{aligned}$$

제어입력을 식(14)와 같이 설정하면 식(13)은 다음 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
\dot V_2 &= \frac{e}{J_m}\left(\tilde{T}_L + \frac{3P}{2}\Psi e_q - k_1 e J_m + \frac{3P}{2}(L_d - L_q)e_d i_q\right) \\
&\quad + \frac{e_d}{\hat{L}_d}\left(-P\omega(L_q - \hat{L}_q) - k_2 e_d\hat{L}_d - \frac{3P}{2J_m}(\hat{L}_d - \hat{L}_q)\hat{L}_d e i_q\right) \\
&\quad + \frac{e_q}{\hat{L}_q}\Big(\frac{\hat{L}_q(B_m - k_1J_m)}{\Psi J_m}(L_d - \hat{L}_d - L_q + \hat{L}_q)i_d i_q \\
&\quad - \frac{2\hat{L}_q(B_m - k_1J_m)}{3P\Psi J_m}(T_L - \hat{T}_L) + P\omega(L_d - \hat{L}_d)i_d \\
&\quad - k_3 e_q\hat{L}_q - \frac{3P}{2J_m}\Psi e\hat{L}_q\Big) \qquad (15) \\
&\quad + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{T}_L\dot{\hat{T}}_L + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{L}_d\dot{\hat{L}}_d + \frac{1}{\gamma_3}\tilde{L}_q\dot{\hat{L}}_q
\end{aligned}$$

식(15)에서 불확실한 파라미터와 관련된 항을 분리하여 재정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\dot V_2 &= -k_1e^2 - k_2e_d^2 - k_3e_q^2 \\
&\quad + \tilde{T}_L\left(\frac{e}{J_m} + \frac{2e_q(B_m - k_1J_m)}{3P\Psi J_m} + \frac{1}{\gamma_1}\dot{\hat{T}}_L\right) \\
&\quad - \tilde{L}_d\left(\frac{3Pee_d i_q}{2J_m} + \frac{e_q(B_m - k_1J_m)i_d i_q}{\Psi J_m} + \frac{e_q P\omega i_d}{L_q} - \frac{1}{\gamma_2}\dot{\hat{L}}_d\right) \qquad (16) \\
&\quad + \tilde{L}_q\left(\frac{3Pee_d i_q}{2J_m} + \frac{e_q(B_m - k_1J_m)i_d i_q}{\Psi J_m} + \frac{e_q P\omega i_q}{L_d} + \frac{1}{\gamma_3}\dot{\hat{L}}_q\right)
\end{aligned}$$

식(16)을 참고하여 $\hat{T}_L$, $\hat{L}_d$ 및 $\hat{L}_q$에 대한 적응칙(adaptive law)을 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{T}}_L &= -\gamma_1\left(\frac{e}{J_m} + \frac{2e_q(B_m - k_1J_m)}{3P\Psi J_m}\right) \\
\dot{\hat{L}}_d &= -\gamma_2\left(-\frac{3Pee_d i_q}{2J_m} - \frac{e_q(B_m - k_1J_m)i_d i_q}{\Psi J_m} - \frac{e_q P\omega i_d}{L_q}\right) \qquad (17) \\
\dot{\hat{L}}_q &= -\gamma_3\left(\frac{3Pee_d i_q}{2J_m} + \frac{e_d P\omega i_q}{L_d} + \frac{e_q(B_m - k_1J_m)i_d i_q}{\Psi J_m}\right)
\end{aligned}$$

따라서, 식(12)의 리아프노프 함수의 미분값은 최종적으로 다음과 같이 정리된다.

$$\dot V_2 = -k_1e^2 - k_2e_d^2 - k_3e_q^2 \le 0 \qquad (18)$$

식(18)에 의하여 속도 및 전류 추종오차를 '0'으로 수렴시키고 제어기를 포함한 전체 폐루프 시스템의 모든 신호가 점근적인 안정을 보장받을 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 PMSM의 속도제어를 적응백스테핑기법을 사용한 제어기로 구현하였으며 리아프노프 이론으로 안정성을 입증하였다. 단, 시스템 상태(ω, i_d, i_q)가 모두 측정 가능하다는 전제(full state-feedback)하에서 제어기를 설계하였으나 여자전류 i_d, i_q에 대한 관측자를 이용하여 output-feedback 제어기로 개선하는 추가적인 연구가 필요하며 모의실험 혹은 하드웨어실험으로 적용 가능성을 입증해야 할 것이다.

[참 고 문 헌]

[1] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, "Nonlinear and Adaptive Control Design", John Wiley and Sons, 1995

[2] R. Marino, P. Tomei, "Nonlinear Control Design-Geometric, Adaptive and Robust", Prentice Hall, 1995

[3] T. S. Radwan, M. A. Rahman, A. M. Osheiba, A. E. Lashine, "Dynamic Analysis of a High Performance Permanent Magnet Synchronous Motor Drive", Proceedings of IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, pp.611-614, 1996

[4] D. M. Dawson, J. Hu, T. C. Burg, "Nonlinear Control of Electric Machinery", Marcel Dekker, 1998

[5] M. A. Rahman, P. Zhou, "Analysis of Brushless Permanent Magnet Synchronous Motors", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.43, no.2, pp.256-267, April 1996