

하이퍼카오스 회로에서의 카오스 동기화

배영철
여수대학교

Synchronization in Hyper-Chaos Circuit

Young-Chul Bae
Nat'l Yosu University

Abstract - In this paper, a transmitter and a receiver using two identical Hyper-Chaos that n-double scroll circuits are proposed and a hyper-chaos synchronizations are investigated. we are proposed unidirectional coupling of ide n-double scroll cell for hyper-chaos synchronizat We've shown that simulation result is synchronization.

1. 서 론

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다. Chua는 간단한 전자 회로로 카오스 현상이 존재함을 증명하였다. Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성을 가지며 1개의 비선형 소자인 3 구분 선형 저항(3 - segment piecewise - linear resistor) 과 4개의 선형 소자인 (R, L, C1, C2)로 구성되는 발진회로다.

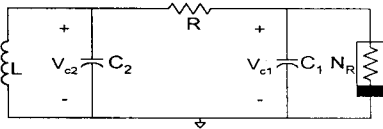


그림 1. Chua 회로

Fig. 1 Chua's circuit

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로[1]를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_2} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $G = 1/R$, $g(\cdot)$ 는 식 (2)와 같이 표현되는 3구분 선형 함수(3-segment piecewise-linear function)이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) [|v_R + B_P| - |v_R - B_P|] \quad (2)$$

여기서 m_0 는 외부 영역의 기울기, m_1 은 내부 영역의 기울기, $\pm B_P$ 는 break-point이다.

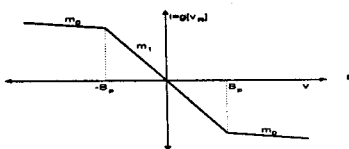


그림 2. 비선형 저항의 전압 전류 특성

Fig. 2 v-i characteristic of nonlinear resistor

그림2의 비선형 저항을 그림3과 4와 같이 구성하면 n-double scroll cell을 가진 카오스 신호보다 더 복잡한 신호가 나오게 되는데 이를 하이퍼 카오스 신호라고 한다.

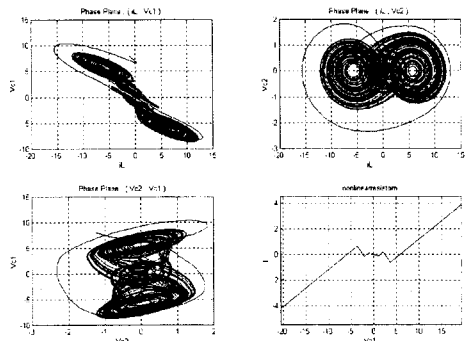


그림 3. 2-double scroll 위상공간과 비선형 저항
Fig. 3 phase plane of 2-double scroll and nonlinear resistor

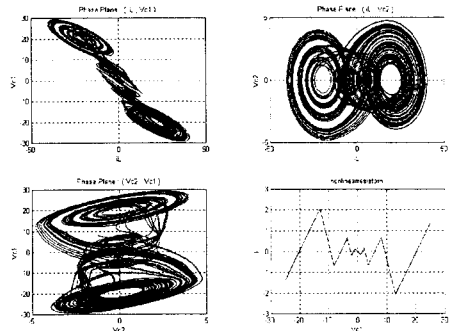


그림 4. 3-double scroll 위상공간과 비선형 저항
Fig. 4 phase plane of 3-double scroll and nonlinear resistor

n-double scroll에 관련된 상태방정식을 식(3)에 나타내고 그림 3의 비선형저항의 관계식을 식(4)에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha[y - h(x)] \\ \dot{y} &= x - y + z \\ \dot{z} &= -\beta y \end{aligned} \quad (3)$$

$$h(x) = m_{2n-1}x + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n-1} (m_{i-1} - m_i)(|x + c_i| - |x - c_i|) \quad (4)$$

그림 3과 4에서 보는 바와 같이 $2(2n-1)$ 개의 breakpoint를 가지며 $\alpha=9, \beta=14.286$ 라 할 때, 여러 가지 n-double scroll이 발생하게 된다.

본 연구에서는 동일한 2개의 n-double scroll 회로를 이용한 카오스 동기화 기법에 대하여 연구하였다.

2. 하이퍼카오스 동기화

n-double scroll 하이퍼카오스 회로의 동기화를 위하여 동일한 n-double scroll 회로를 송수신부로 놓고 결합 동기에 의한 동기화를 이루었다. 송신부의 상태방정식은 식(5)와 같으며 수신부의 상태방정식은 식(6)과 같다.

송신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a[y - h(x)] \\ \dot{y} &= x - y + z + K_{j-1}(y - y') \end{aligned} \quad (5)$$

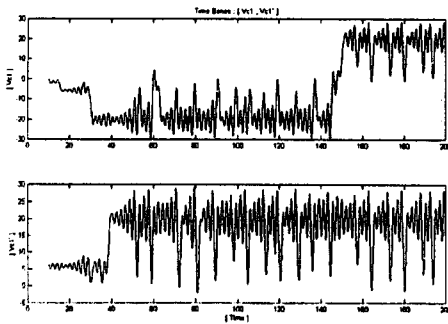
$$\dot{z} = -\beta y$$

수신부의 상태방정식

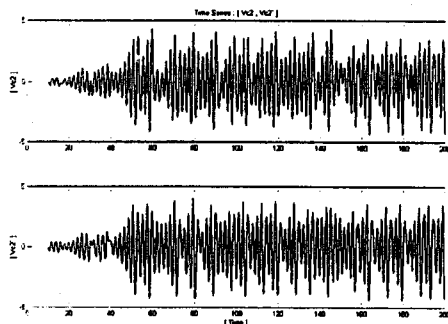
$$\begin{aligned} \dot{x}' &= a[y' - h(x')] \\ \dot{y}' &= x' - y' + z' + K_{j-1}(y' - y) \\ \dot{z}' &= -\beta y' \end{aligned} \quad (6)$$

송신부와 수신부의 시스템이 안정하도록 차시스템(difference system)을 이용하여 결합계수를 결정하면 $K < -1.3$ 의 범위에서 동기화가 이루어진다.

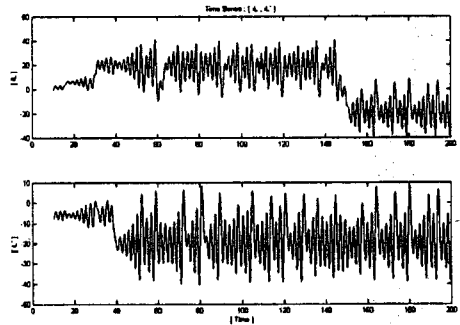
그림5에 동일한 하이퍼카오스회로에 대한 동기화 결과를 나타내었다.



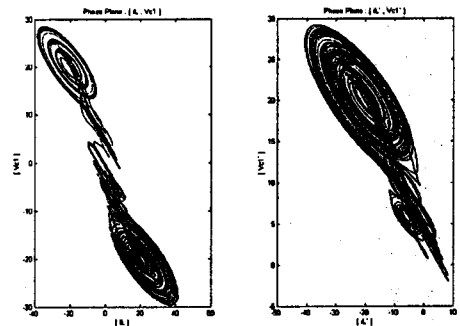
(a) 송수신부의 시계열 데이터(x, x')



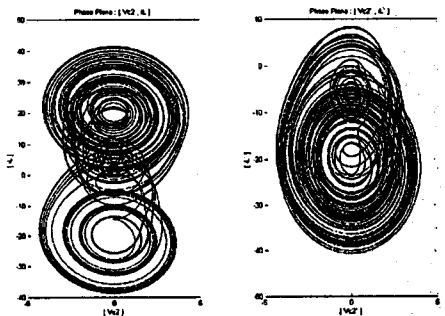
(b) 송수신부의 시계열 데이터(y, y')



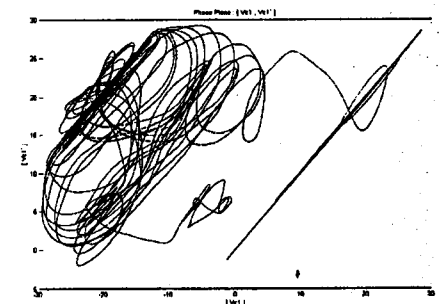
(c) 송수신부의 시계열 데이터(z, z')



(d) 송수신부의 위상공간(x-z, x'-z')



(e) 송수신부의 위상공간(y-z, y'-z')



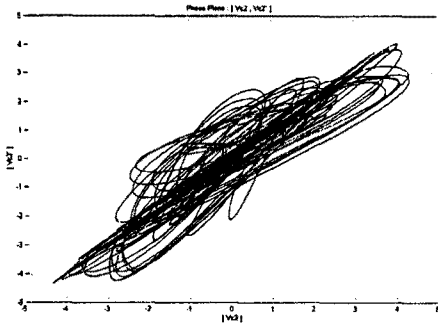
(f) 동기화척도(x-x')

3. 결 론

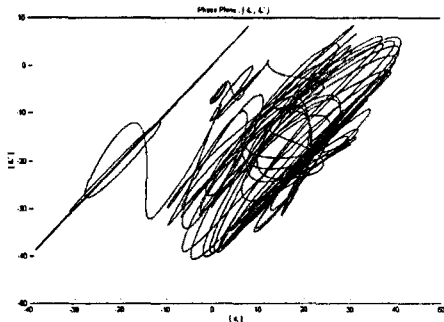
본 연구에서는 두 개의 동일한 하이퍼카오스 회로를 이용하여 결합동기에 의한 동기화를 이루었다. 앞으로 강건한 동기화 이론과 이를 암호통신에 적용하기 위한 방법이 계속 연구되어야 할 것으로 생각한다.

[참 고 문 헌]

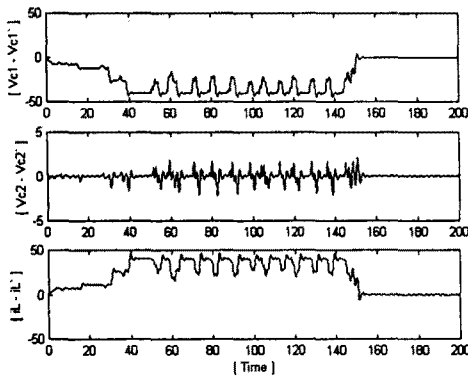
- [1] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. on Circuit and System, vol. CAS-31, pp. 1055 - 1058, 1984.
- [2] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 Bifurcation과 Attractor", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, pp. 664 - 666, 1995.
- [3] 배영철, 고재호, 임화영, "구분 선형 함수의 최적 구현에 관한 연구", 한국자동제어학회 회의 논문집, pp. 370 - 373, 1995.
- [4] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 파라미터 변화에 의한 Period-doubling과 Bifurcation에 관한 연구", 한국 자동제어 학술 회의 논문집, pp. 482 - 485, 1995.
- [5] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [6] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh and L. O. Chua, "Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 2, pp. 469-477, 1993.
- [7] J.A.K.Suykens, "n-Double Scroll Hypercubes in 1-D CNNs" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 8, pp. 1873-1885, 1997.



(g) 동기화척도($y-y'$)
(g) Synchronization degree



(h) 동기화척도($z-z'$)
(h) Synchronization degree



(i) 송수신부 차시스템
(i) difference system

그림 5 하이퍼 카오스 동기화 결과
Fig. 5 Synchronization result of Hyper-Chaos

그림 5에서 확인하듯이 일정시간이 지난후 동기화가 이루어졌음을 알 수 있다.