

최적제어 이론을 이용한 유도전동기의 속도제어

김정욱*, 김대호*, 박성욱**, 이영석***, 서보혁*
 경북대학교 전기공학과*, 구미대학**, 영진전문대학***

The Speed Control of Induction Motor Using Optimal Control Theory

Jung-wook Kim*, Dae-ho Kim*, Seong-wook Park**, Young-Seog Lee***, Bo-hyeok Seo*
 Dept. of Electrical Eng. Kyungpook Nat. Univ.*, Kumi College**, Yeungjin College***

Abstract - This paper presents speed control of a three-phase Induction Motor(I.M.) based on the optimal control theory. This technique is based on the optimal preview controller. The proposed technique comprises a new error system, vector control of the I.M. and the preview feedforward control loop. Preview feedforward steps are introduced into the control law to enhance the transient response and to improve the robustness of the controlled system. Some computer simulation studies are carried out.

1. 서 론

전동기 제어는 요즘 산업분야에서 매우 활동적인 분야이며, 3상 유도전동기는 견고하며 신뢰성이 높고, 직류 전동기에 비해서 구조가 간단하고, 고속 운전이 가능하여 전동기의 크기를 작게 할 수 있고, 영구자석형 전동기에 비해 가격도 싸므로 최적이다.[1] 하지만 비선형 다변수 구조를 가지기 때문에 제어가 어려운 단점이 있다. 그러나 최근 들어 마이크로프로세서와 전력용 반도체의 빠른 발전과 벡터제어 기술의 진보에 힘입어 유도전동기에 의한 가변속 구동에 대한 연구가 활발히 진행되었다.[2] 벡터제어는 유도전동기의 고정자 전류를 동기속도로 회전하는 d-q축으로 변환하고 d축을 회전자 자속축과 일치시키면 d축성분은 자속성분, q축 성분은 토크성분으로 분리할 수 있으면 각각을 독립적으로 제어함으로써 타여자 직류전동기처럼 빠른 과도응답특성 및 제어성능을 얻을 수 있다.

본 논문은 최적제어 이론을 유도전동기에 적용하여 속도제어에 관한 기술을 제시한다. 이것은 최적 예견 제어기의 설계를 기반으로 하고 새로운 오차시스템과 유도전동기의 벡터제어, 그리고 전방향 예견 제어 루프로 구성된다.[4][5] 시스템의 과도응답을 향상시키고 강인성을 높이기 위한 control law을 제시한다.

2. 본 론

2.1 유도전동기의 벡터제어

동기속도로 회전하는 회전좌표계에서 유도전동기의 전압방정식은 다음의 식(1)과 식(2)와 같다.

$$v_s = r_1 i_s + \frac{d\phi_s}{dt} + j\omega_1 \phi_s \quad (1)$$

$$v_r = r_2 i_r + \frac{d\phi_r}{dt} + j(\omega_1 - \omega_r) \phi_r \quad (2)$$

여기서 ω_1 은 동기 각속도, ω_r 은 회전자 각속도, r_1 은 고정자 저항, r_2 는 회전자 저항을 나타낸다.

고정자 자속벡터와 회전자 자속벡터는 인덕턴스와 전류 벡터의 곱으로 표현가능하고 식(3)과 식(4)로 표현된다.

$$\phi_s = L_s i_s + L_m i_r \quad (3)$$

$$\phi_r = L_m i_s + L_r i_r \quad (4)$$

여기서 고정자와 회전자의 자기 인덕턴스는 그림 1에서 $L_s = L_m + l_1$, $L_r = L_m + l_2$ 로 나타낼 수 있으며 L_m 은 상호 인덕턴스이고, l_1, l_2 는 각각 고정자와 회전자의 누설 인덕턴스이다.

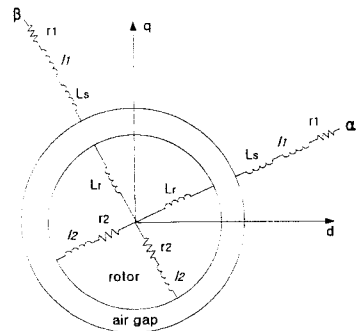


그림 1. 동기속도 회전좌표계에 대한 유도전동기 등가모델

유도전동기의 기계적인 토크방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T = \frac{3}{2} p I_m (\phi_s^* \cdot i_s) \quad (5)$$

여기서 p는 극수이고, I_m 은 허수부, *는 공액 복소수를 나타낸다.

3상 유도전동기의 상태공간 방정식[3]을 유도하기 위해서 회전자 자속벡터 식(4)를 간단히 다음과 같이 나타낸다.

$$\phi_r = L_m i_s + L_r i_r = L_r i_m \quad (6)$$

여기서 $i_m = i_{mu} + j i_{m\beta}$ 이다.

이 식을 회전자 자속과 전류에 대입하여 정리하면 식(7)을 얻을 수 있으며, $i_s = i_{sa} + j i_{s\beta}$, $i_m = i_{mu} + j i_{m\beta}$ 를 대입하여 실수부와 허수부로 나타내면 다음 식(8)을 유도할 수 있다.

$$\frac{d i_m}{dt} = -\frac{r_2}{L_r} i_m - j(\omega_1 - \omega_r) i_m + \frac{r_2 L_m}{L_r^2} i_s \quad (7)$$

$$\frac{d i_{mu}}{dt} = -\frac{r_2}{L_r} i_{mu} + (\omega_1 - \omega_r) i_{m\beta} + \frac{r_2 L_m}{L_r^2} i_{sa} \quad (8)$$

$$\frac{d i_{m\beta}}{dt} = -\frac{r_2}{L_r} i_{m\beta} - (\omega_1 - \omega_r) i_{mu} + \frac{r_2 L_m}{L_r^2} i_{s\beta} \quad (9)$$

식(5)의 토크방정식에서 $\phi_s = (L_s - \frac{L_m^2}{L_r}) i_s + L_m i_m$ 을

대입하고, $i_s = i_{sa} + j i_{s\beta}$, $i_m = i_{mu} + j i_{m\beta}$ 로 나타내어 상태방정식을 구하면 다음 식과 같다.

$$T = \frac{3}{2} P L_m (i_{mu} i_{s\beta} - i_{m\beta} i_{sa}) = J \frac{d\omega_r}{dt} + F\omega_r + T_L \quad (10)$$

여기서 J 는 관성모멘트, F 는 점성마찰계수이다.
 토크방정식을 $\frac{d\omega_r}{dt}$ 에 대해서 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d\omega_r}{dt} = -\frac{F}{J}\omega_r + \frac{3}{2}p\frac{L_m}{J}i_{ms}i_{sr} - \frac{3}{2}p\frac{L_m}{J}i_{ms}i_{su} - \frac{1}{J}T_L \quad (11)$$

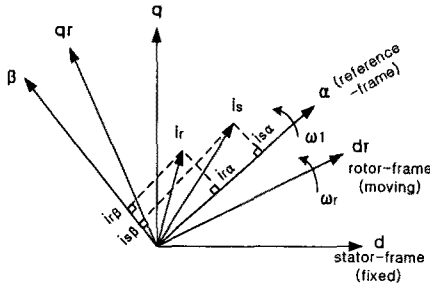


그림 2. 벡터도

2.2 유도전동기의 수학적 모델링

선형화된 유도전동기의 상태방정식은 식(8)과(9) (11)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) + Cd(t) \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{F}{J} & \frac{3}{2}p\frac{L_m i_{sr}^{in}}{J} & -\frac{3}{2}p\frac{L_m i_{su}^{in}}{J} \\ -i_{ms}^{in} & -\frac{r_2}{L_r} & \omega_s \\ i_{ms}^{in} & -\omega_s & -\frac{r_2}{L_r} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{2}p\frac{L_m i_{ms}^{in}}{J} & \frac{3}{2}p\frac{L_m i_{ms}^{in}}{J} \\ i_{ms}^{in} & \frac{r_2 L_m}{L_r^2} & 0 \\ -i_{ms}^{in} & 0 & \frac{r_2 L_m}{L_r^2} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서 상태변수 x , 입력변수 u , 출력변수 y , 외란신호 d 는 다음과 같다.

$$x(t) = \begin{bmatrix} \omega_r(t) \\ i_{ms}(t) \\ i_{ms}(t) \end{bmatrix}; u(t) = \begin{bmatrix} \omega_s(t) \\ i_{su}(t) \\ i_{su}(t) \end{bmatrix}; y(t) = \begin{bmatrix} \omega_r(t) \\ i_{ms}(t) \\ i_{ms}(t) \end{bmatrix}; d(t) = T_L(t)$$

식(12)의 상태방정식을 이산시간(discrete time) 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k-1) + Cd(k) \quad (13)$$

출력방정식은 식(14)로 나타낼 수 있다.

$$y(k) = Ex(k) \quad (14)$$

여기서 k 는 샘플링 시간 kT 이고, T 는 샘플링 주기이다.

행렬들은 $A = a_{ij}$, $B = b_{ij}$, $j=1,3, i=1,3$, $C = c_i$, $i=1,3$ 이고, $E = I_3$ 는 3×3 행렬이다.

식(13)에서 입력벡터 $u(k)$ 는 마이크로프로세서의 수행 시간을 보상하기 위해 샘플링 주기를 1만큼 지연시켰다. 오차신호 $e(k)$ 는 다음과 같다.

$$e(k) = R(k) - y(k) \quad (15)$$

여기서 $R(k)$ 는 원하는 출력신호, 즉 reference 신호이다.

$$e(k) = \begin{bmatrix} e_r(k) \\ e_a(k) \\ e_s(k) \end{bmatrix}; R(k) = \begin{bmatrix} \omega_r^d(k) \\ i_{ms}^d(k) \\ i_{ms}^d(k) \end{bmatrix}$$

오차신호의 차이는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1) = F\Delta x(k) + \Delta R(k); F = -E$$

$$\Delta e(k+1) = \Delta e(k) + F[\Delta x(k+1) - \Delta x(k)] + \Delta R(k+1) - \Delta R(k) = \Delta e(k) + F(A - I_3)\Delta x(k) + F\Delta u(k-1) + F\Delta d(k) + \Delta z(k+1) \quad (16)$$

위의 식에서의 오차신호 차와 같이 식(13)의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k-1) + C\Delta d(k) \quad (17)$$

식(16)과 식(17)로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\Delta e(k+1) = \Delta e(k) + F_a\Delta x(k) + F_b\Delta u(k-1) + F_c\Delta d(k) + \Delta z(k+1) \quad (18)$$

여기서 $F_a = F(A - I_3)$; $F_b = FB$; $F_c = FC$; $F = -I_3$

$$\Delta z(k+1) = \Delta R(k+1) - \Delta R(k); \Delta = (1 - z^{-1})$$

다음의 오차시스템은 식(17)과 식(18)로부터 구성되어질 수 있다.

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \theta \Delta U(k) + G_a \Delta z(k+1) + G_d \Delta d(k) \quad (19)$$

오차시스템을 행렬로 표현하면 controllable하고 observable함을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta e(k+1) \\ \Delta x(k+1) \\ \Delta u(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 & 0 & 0 \\ 0 & I_3 & F_a & F_b \\ 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k-1) \\ \Delta e(k) \\ \Delta x(k) \\ \Delta u(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_3 \end{bmatrix} \Delta U(k)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ I_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta z(k+1) + \begin{bmatrix} 0 \\ F_c \\ C \\ 0 \end{bmatrix} \Delta d(k)$$

$$\text{즉, } X(k+1) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta e(k+1) \\ \Delta x(k+1) \\ \Delta u(k) \end{bmatrix}; \Phi = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 & 0 & 0 \\ 0 & I_3 & F_a & F_b \\ 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \theta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$G_r = \begin{bmatrix} 0 \\ I_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; G_d = \begin{bmatrix} 0 \\ F_c \\ C \\ 0 \end{bmatrix} \text{로 나타낸다.}$$

2.3 성능 지수(Performance Index)

식(19)의 오차시스템 조건하에서 다음의 성능지수를 최소화하고자 한다.

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} (\|e(k+1)\|_q^2 + \|\Delta u(k)\|_r^2) \quad (20)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 는 벡터의 norm이고 q 와 r 는 가중치 행렬이다.

$$q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}; r = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}$$

식(20)는 식(19)의 $X(k+1)$ 의 정의에 의해 다음 식으로 변환될 수 있다.

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} \{X(k+1)^T Q X(k+1) + \Delta u(k)^T R \Delta u(k)\} \quad (21)$$

여기서 Q 는 12×12 , q 와 R 3×3 행렬이다.

$$Q = \begin{bmatrix} q & q & q \\ q & q & 0 \\ q & q & 0 \end{bmatrix}; q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}$$

2.4 최적 예견 제어기 설계

성능지수를 최소화하기 위한 제어입력 $\Delta u(k)$ 는 다음과 같다.

$$\Delta u(k) = GX(k) + G_1 W(k+1) + \sum_{j=2}^M (G_j k_1)^{j-2} W(k+j) \quad (22)$$

여기서 역방향 이득은 $G = -\gamma \theta^T k \Phi$ 이고 전방향 이득은 $G_1 = -\gamma \theta^T k$, $G_2 = -\gamma \theta^T \Phi^T \lambda$, $G_i = G_{i-1} k_1$; $i=3,4,\dots,M$ 이다.

$k_1 = k^{-1} \Phi^T \lambda$ 이고 k , γ , λ 는 다음의 리카티(Riccati) 방정식(7)의 정상상태 해가 되고 다음과 같다.

$$k(i) = Q + \Phi^T \lambda(i+1) \Phi$$

$$\lambda(i+1) = k(i+1)[I_2 - \theta^T \gamma(i+1)\theta^T k(i+1)]$$

$\gamma(i+1)=[R+\theta^T k(i+1)\theta]^{-1}$
 그리고 $W(k+1)=G_r \Delta z(k+1)+G_d \Delta d(k)$ 이다.
 실시간 최적의 제어입력은 다음과 같다.

$$u(k) = g_1 \sum_{i=0}^k e(i) + (g_2 - g_1)e(k) + g_3 x(k) + g_4 u(k-1) + \sum_{i=1}^M \{F_{rj}[\Delta R(k+i) - \Delta R(i)] + F_{dj}[d(k+i-1) - d(i-1)]\} \quad (23)$$

여기서 $G=[g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4]$

$F_{rj}=G_j G_r$; $F_{dj}=G_j G_d$; $j=1,2,\dots,M$, $M \geq 1$
 식(23)의 최적 예견 제어기의 구성은 그림 3의 블록도로 구현될 수 있으며, 전체 시스템의 구성은 그림 4와 같다.

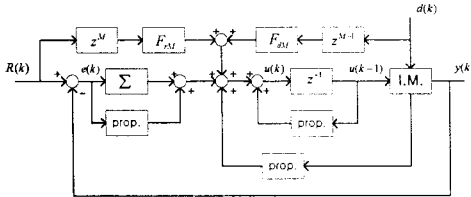


그림 3. 최적 예견 제어기 블록도

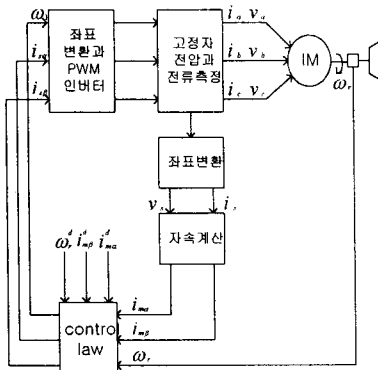


그림 4. 제어계의 전체구성도

2.5 사례 연구

제어기의 강인성을 보이기 위해 몇 가지 컴퓨터 시뮬레이션 하였다. 사용된 유도전동기의 파라미터들은 다음과 같다. $r_1=0.2842\Omega$, $r_2=0.2878\Omega$, $J=0.0179Kg \ m^2$, $F=0.0008Nm/rad/s$, $L_s=28.3mH$, $L_r=28.8mH$, $L_m=26.8mH$

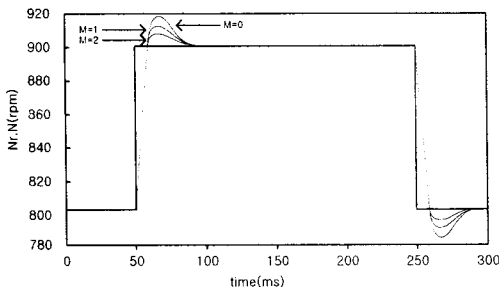


그림 5. M값의 변화에 따른 회전자 속도 응답 곡선

그림 5는 최적 예견 제어기에서 전방향 예견 단계를 $M=0,1,2$ 으로 증가 시켰을 때의 회전자 속도의 응답곡선을 나타낸다. N_r 은 회전자 속도의 reference값으로 800에서 900 rpm의 계단 함수를 입력하였다. 그래프

에서 M의 값이 클수록 과도응답이 향상됨을 알 수 있다. 행렬의 가중치는 $q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$ $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 로 하였을 때 나온 결과이다. 그림 6은 $M=2$ 일 때 회전자 속도 변화에 대한 부하토크의 영향을 보여준다.

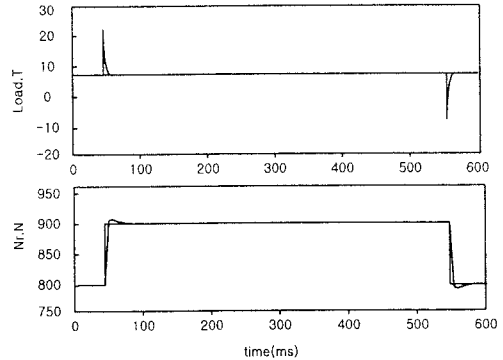


그림 6. 회전자 속도의 변화에 대한 부하토크의 영향

3. 결론

본 논문에서는 비선형성의 대표적인 플랜트인 유도전동기의 속도제어를 위해서 최적제어 이론을 적용하여 과도응답을 향상시키기 위한 control law를 제시하였다. 최적 예견 제어기는 오차시스템과 유도전동기의 백터제어, 전방향 예견 제어 루프로 구성되며, 예견 제어 스텝의 M값을 증가시키면 시스템의 강인성이 향상됨을 시뮬레이션으로 확인하였다.

(참고 문헌)

- [1] B. K. Bose, "Power Electronics and AC Drivers", Prentice Hall, 1986.
- [2] S. A. Shirsavar, et al., "Speed Sensorless Vector Control of Induction Motors with Parameter Estimation", IEEE IAS. Ann. Mtg., pp. 262-269, 1996.
- [3] T. Murata, T. Tsuchiya and I. Takeda, "Vector control for induction machine based on the application of optimal control theory", IEEE Trans. Indust. Electronics, vol.37, no.4, pp. 283-290, 1990.
- [4] R. D. Lorenz, "Tuning of field oriented induction motor controllers for high performance applications", IEEE Trans. Industry Appl., vol. IA-22, no.2, pp. 293-297, 1986.
- [5] M. M. M. Negm, S. A. Leithy, H. Dorrah, and A. Kamel, "Vector control for a three phase induction motor based on optimal regulator theory", Proceed. of the IEEE Africon' 96, S. A. pp. 654-660, 1996.
- [6] W. Dixon and J. N. Rivarola, "Induction motor speed estimator and synchronous motor position estimator based on a fixed carrier frequency signal", IEEE Trans. Industry Electro., vol. IE-43, no.4, pp. 505-509, 1996.
- [7] M. M. M. Negm and A. F. Kheireldin, "Efficiency optimized speed control of reduced dynamic equation of D.C. motor based on robust preview control system theory", Modelling, Simulation and Control, A, AMSE, vol.33, no.2, pp. 39-52, 1991.