

측정값 Bias 보상을 통한  
수동소나체계의 표적기동분석 성능 향상 연구

유필훈\*, 송택렬  
한양대학교 전자전기 제어계측공학과

Improvement of Target Motion Analysis for a Passive Sonar System  
with Measurement Bias Estimation

Phil Hoon Yoo\*, Ta-da Lyul Song  
Department of Electronic, Electrical, Control and Instrumentation Engineering, HanYang Univ.

Abstract - In this paper the MMAE(Multiple Model Adaptive Estimation) algorithm using the MGEKF(Modified Gain Extended Kalman Filter) of which modes are set to be measurement biases is proposed to enhance the performance of target tracking with bearing only measurements. The state are composed of relative position, relative velocity and target acceleration. The mode probability is calculated from the bearing only measurements from the HMS(Hull-Mounted Sonar). The proposed algorithm is tested in a series of computer simulation runs.

측정치는 식 (3)과 같이 나타내며 측정잡음으로 평균이 0 이고 분산이  $\sigma_w^2$  인 백색 가우시안 (White Gaussian) 이 가해진 비선형 함수로 표현된다. 이에 관한 표적과 관측자의 기하학적 관계와 기동형태는 [8]에 제시 되어있다.

$$z = \tan^{-1} \frac{y}{x} + v_w \quad (3)$$

2.1.1 Biased Model

예인선배열소나의 경우 서론에 언급한 바와 같이 길이가 긴 특성 때문에 해상환경에서 운용할 경우 선배열소나의 형태가 그림 1 와 같이 일그러질 수 있기 때문에 측정치에 노이즈 뿐만 아니라 bias가 생길 수 있다. 실선은 모델링한 선배열 소나이며 점선은 실제 해상환경에서 나타날 수 있는 선배열 소나의 형태이다. 따라서 필터에 적용되는 측정치는 모델링 한 식(3)의 식이 되지않고 bias 가 추가된 식(4) 와 같이 된다.

1. 서 론

해양환경에서 수동소나체계를 이용한 표적기동분석 (TMA:Target motion analysis) 은 일반적으로 각도 정보만을 측정하여 표적의 위치, 속도와 같은 상태변수를 추정한다[1,2,4,5,7]. 수동소나체계의 하나인 선배열소나의 경우에는 주변 환경과 센서의 특성에 기인한 측정오차에 의해 TMA의 성능이 영향을 받게 된다. 선배열소나는 초음파를 측정하는 hydrophone 의 배열에 따라 길이가 길어지게 되어 예인함의 기동에 따라 선배열의 형태가 변형되면서 표적 측정치에 bias가 실리게 되어 표적의 상태변수 추정에 큰 오차가 발생하게 된다. 본 논문에서는 선배열소나 시스템에 측정치 bias가 존재하는 경우에 bias의 크기를 모드로 정한 다수의 MGEKF(Modified Gain Extended Kalman Filter)[6] 를 사용한 다수모델(Multiple Model) 추정기법을 사용하여 TMA 성능을 향상하는 방법을 제안하며 다수모델 추정기법의 모드 확률 계산에는 시스템의 가관측성을 확보하기 위해 간헐적으로 입수되는 HMS(Hull-Mounted Sonar)의 표적각도 정보를 이용한다. 제안된 TMA알고리즘을 단일 MGEKF를 사용한 알고리즘과 시뮬레이션을 통해 그 성능을 비교해본다.

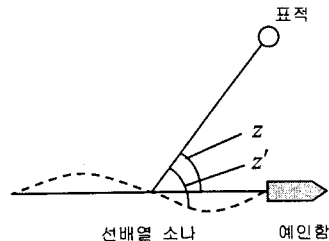


그림 1. 선배열소나의 형태에 따른 측정치 변화

$$z = \tan^{-1} \frac{y}{x} + v_w + \theta_b \quad (4)$$

그림 2 는 측정치에  $\theta_b$  와 같은 bias가 없을 경우와 bias가 있을 경우를 비교한 것이다. Observer는 예인함을 나타내며 4m/s 로 가관측성 분석을 하면서 기동하며 Target은 예인함의 초기위치를 기준좌표로 (3000,7000) 에서 출발하여 3m/s 로 움직인다. 그림 2 의 Estimated Value는 단일 MGEKF를 사용하여 표적의 위치를 추정한 결과이다. z' 에 실린 bias는  $\theta_b = 10^\circ \sin 0.00031t$  로 실어 주었다.

(a)는 unbiased 측정치를 사용한 결과 좋은 추정성능을 보였으나 (b)의 경우는 bias가 실린형태 그대로를 추정해 표적의 위치와 많은 차이를 보임을 알 수 있다.

2. 본 론

2.1 시스템 모델

각도정보를 측정치로 사용하는 수동소나체계의 표적 기동분석(TMA)에서는 2차원 평면에서의 표적 추적 시스템 동역학 모델이 필요하다[8].

이 시스템의 상태변수로는 관측자와 표적간의 상대위치, 상대속도, 표적가속도가 있으며 시스템의 동역학은 식 (1) 과 식 (2) 로 나타낼 수 있다.

$$X = (x, y, \dot{x}, \dot{y}, A_x, A_y)^T \quad (1)$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} \quad (2)$$

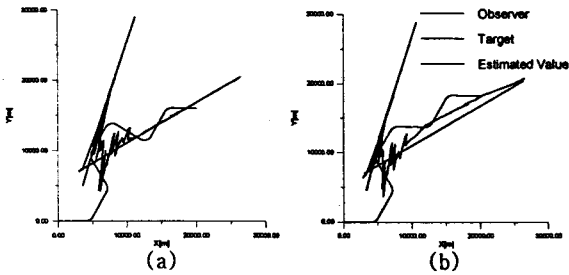


그림 2. 그림 2.  $z, z'$ 을 사용할 경우의 추정성능 비교

2.2 MMAE를 이용한 측정치 bias 추정기법  
 각도정보만을 이용한 TMA는 [8]에서 제시된 알고리즘인 Batch estimator를 이용하여 초기 상태값을 찾아내고 이것을 MGEKF를 사용한 Sequential estimator의 초기값으로 사용한다. 단일필터를 사용하는 sequential estimator는 식(5)와 같으며 multiple model에서 사용하는 필터는 이 식을 이용한다.

▶ Propagation

$$\bar{X}_k = \Phi(t_k - t_{k-1})\bar{X}_{k-1} - (X_{m_{k-1}} - \Phi(t_k - t_{k-1})\bar{X}_{k-1})$$

$$\bar{P}_k = \Phi \bar{P}_{k-1} \Phi^T + Q$$

▶ Measurement Update

$$\hat{X}_k = \bar{X}_k + K_k(z_k - h(\bar{X}_k))$$

$$K_k = \bar{P}_k C_k^T (C_k \bar{P}_k C_k^T + \sigma_k^2)^{-1}, C_k = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{X=\bar{X}_k}$$

$$\hat{P}_k = (I - K_k g(z_k, \bar{X}_k)) \bar{P}_k (I - K_k g(z_k, \bar{X}_k))^T + K_k \sigma_k^2 K_k^T$$

여기서 상태변수  $X$ 는 다음과 같이 정의되며

$$X = \begin{pmatrix} x & y & \dot{x} & \dot{y} & A_x & A_y \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{pmatrix}^T \quad (6)$$

전달함수  $\Phi$ 는 (7)식과 같이 계산된다.

$$\Phi = \begin{pmatrix} I_2 & TI_2 & \frac{1}{2}TI_2 \\ 0 & I_2 & TI_2 \\ 0 & 0 & I_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

그밖에 필터에 관련된 변수들은 다음의 식들로 계산된다.

$$h(\bar{X}_k) = \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1} \quad (8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial X} = \begin{pmatrix} -\frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} & \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$g(z_k, \bar{X}_k) = \frac{-\left(\frac{\tan^{-1} \alpha}{\alpha}\right) H(z_k)}{\cos \alpha z \cdot \bar{x}_1 + \sin \alpha z \cdot \bar{x}_2} \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{H(z_k) \bar{X}}{\cos \alpha z \cdot \bar{x}_1 + \sin \alpha z \cdot \bar{x}_2} \quad (10)$$

$$H(z_k) = (\sin \alpha z \quad -\cos \alpha z \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \quad (11)$$

$$\alpha z = \tan^{-1} \frac{y}{x} + v \quad (12)$$

2.2.1 MMAE 알고리즘

본 논문에서는 측정치의 bias가  $N$ 개의 mode중 어느 한가지 값을 갖는다고 가정하고 MMAE 알고리즘 [3]을 이용하여 측정치의 bias를 추정한다. 각 mode에 설정한

bias값과 실제 측정치의 차이를 각 mode의 update의 측정치로 넣어서 다음과 같은 순서로 추정이 이루어지며 필요한 상태변수의 추정값은 각 mode에 대해 Bayesian formula를 이용한 식(8)의 mode probability update가 이루어진다.

$$f(X_{k-1}|M_{k-1}^i, Z_{k-1}) \xrightarrow{\text{Prediction}} f(X_k|M_{k-1}^i, Z_{k-1}) \xrightarrow{\text{Update}} f(X_k|M_{k-1}^i, Z_k)$$

$$\hat{X}_{k-1}^i, \hat{P}_{k-1}^i \quad \bar{X}_k^i, \bar{P}_k^i \quad \hat{X}_k^i, \hat{P}_k^i$$

$$\text{prob}(M_k^i|Z_k) = \frac{f(z_k|M_k^i, Z_{k-1}) \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \text{prob}(M_{k-1}^j|Z_{k-1})}{\sum_{j=1}^N f(z_k|M_k^j, Z_{k-1}) \sum_{j=1}^N \pi_{ij} \text{prob}(M_{k-1}^j|Z_{k-1})} \quad (8)$$

$$f(z_k|M_k^i, Z_{k-1}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 |S_i|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(z_k - h(\bar{X}_k^i))^T S_i^{-1} (z_k - h(\bar{X}_k^i))\right) \quad (9)$$

여기서  $S_i$ 는 식 (10)을 통해 계산된다.

$$S_i \triangleq \left( \frac{\partial h}{\partial X} \bigg|_{X=\bar{X}_k^i} \right) \bar{P}_k^i \left( \frac{\partial h}{\partial X} \bigg|_{X=\bar{X}_k^i} \right)^T + R \quad (10)$$

여기에 적용되는 MMAE는 선배열 소나의 측정치에 bias가 실렸기 때문에 HMS의 정보를 사용한다. HMS는 특성상 예인함에 붙어있기 때문에 실제로 측정될 때 bias는 실리지 않지만 측정잡음이 심해서 정보의 질이 떨어질 수 있다. 제시한 알고리즘에서 이것은 표적의 각도정보가 선배열소나에 비해 상대적으로 낮은 sampling frequency로 들어오며 이 측정치를 이용해 mode probability update를 수행하고 HMS의 측정치가 없는 구간에서는 과거의 mode probability를 그대로 유지하게 된다.

$N$  개의 필터에서 추정된 값은 식(8)에 의해 확률적으로 나누어 각각의 필터로 다시 prediction 되며 실제 추정치는 total probability theorem에 의해 식 (11)과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{X}_k = \sum_{i=1}^N \hat{X}_k^i \text{prob}(M_k^i|Z_k)$$

$$\hat{P}_k = \sum_{i=1}^N (\hat{P}_k^i + \hat{X}_k^i \hat{X}_k^{i^T}) \text{prob}(M_k^i|Z_k) - \hat{X}_k \hat{X}_k^T \quad (11)$$

$$\hat{\theta}_b = \sum_{i=1}^N \theta_b^i \text{prob}(M_k^i|Z_k)$$

제시한 측정치 bias 추정과정을 그림3 에 도시하였다.

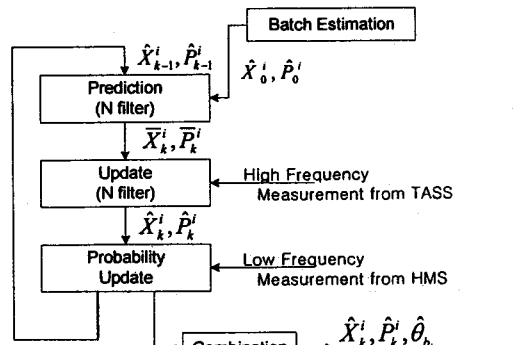


그림 3 알고리즘 흐름도  
 선배열소나 Bias Estimates  
 Target State Estimates

2.3 시뮬레이션

제시한 알고리즘을 TMA에 적용해 그 성능을 알아보기

위해 다음과 같은 시뮬레이션을 수행한다. 예인함과 표적의 초기속도는  $4m/s$  와  $3m/s$  이며 표적의 초기 위치는 예인함을 기준좌표로 (3000,7000)에서 출발한다. 예인함의 기동 패턴은 [8]에서 제시한 가관측성 분석방법을 적용하여 기동하도록 하였다. 예인함을 따르는 선배열소나의 sampling frequency는  $0.2Hz$  이며 예인함에 부착된 HMS의 자료는 sampling frequency는  $0.04Hz$  로 측정 되도록 하였다. 선배열소나의 측정잡음의 분산값은 표1 과 같이 하였다. 선배열소나와 표적의 상대각도에 따른 측정잡음의 분산값은 [8]에서 보듯이 선배열소나의 특성에 기인한다. HMS의 분산값은 선배열소나의 분산값 중 가장 큰 값을 택하였다.

표 1. 각도측정잡음의 표준편차

경우	$\sigma_\theta$
$30^\circ \leq  \psi  \leq 150^\circ$	$1^\circ$
$10^\circ \leq  \psi  < 30^\circ$	$3^\circ$
$150^\circ \leq  \psi  < 170^\circ$	$3^\circ$
$0^\circ \leq  \psi  < 10^\circ$	$5^\circ$
$170^\circ <  \psi  \leq 180^\circ$	$5^\circ$
예인함 기동시	$5^\circ$

측정치에 실리는 bias는  $\theta_b = 10^\circ \sin 0.00031t$  로 정해서 TMA를 수행하였으며 여기서 사용된 bias의 mode는 식(12) 같이 5개를 사용하였다.

$$\{\theta_b\} = \{-10^\circ \ -5^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 10^\circ\} \quad (12)$$

그림4 는 표적이 직선으로 움직일 때 2차원 평면에서 보여지는 추정성능을 비교한 것이며 그림5 는 실제표적의 위치와 추정된 위치의 거리차이를 비교한 것이다. 그림6 의 (a)는 표적의 측정치에 실린 bias를 추정한 것이며 실제의 bias를 잘 추정하고 있음을 알 수 있다. (b)는 각 mode의 probability의 변화를 본것이다.

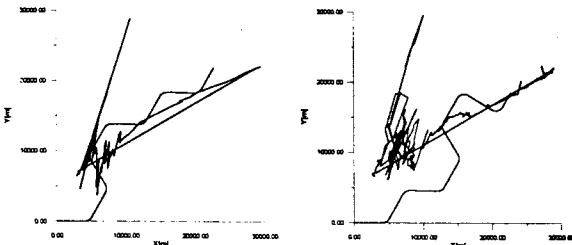


그림 4. 단일필터와 제안된 알고리즘을 사용한 TMA 성능

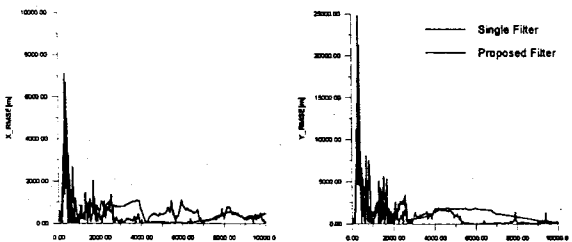


그림 5. 단일필터와 제안된 필터의 거리차이 비교

그림4 에서 초기에 추정성능이 좋지 않은 것은 [8]에서 제시한 초기위치를 추정할 때 사용되는 시간으로서 이 시간은 시뮬레이션에서 의미를 갖지 않는다. 그러므로

추정치가 수렴하기 시작하는 2300 초 이후의 시간을 살펴 보면 추정성능의 비교가 확연히 된다. 또한 그림5 를 보면 알 수 있듯이 각각의 축별로 추정된 거리 차이를 비교하면 제안된 알고리즘이 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있다.

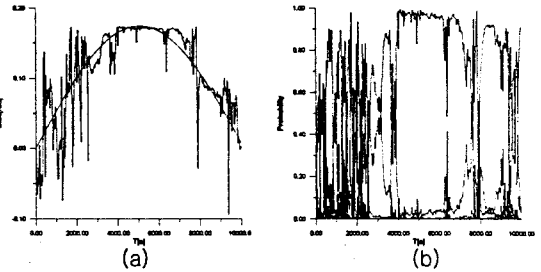


그림 6. Bias추정성능과 Mode Probability 변화

## 2. 결 론

본 논문에서는 선배열소나를 사용하는데 있어서 단점인 선배열소나 형태의 왜곡으로 인한 측정치 bias를 보상하기 위하여 보조센서를 이용한 효과적인 bias추정 알고리즘을 제시하였다. 제시한 알고리즘은 bias에 대하여 다중모델중의 하나인 MMAE를 적용하였으며 각 필터는 기존의 TMA알고리즘에 사용하였던 MGEKF를 이용하여 이루어져 있다. 제안한 필터와 기존의 단일필터를 사용한 결과를 비교하여 시뮬레이션 하였으며 제안한 필터를 사용할 경우 기존의 단일필터보다 우수한 TMA성능을 나타냄을 확인하였으며 측정치의 bias 추정에 대한 결과를 통해 그 추정성능이 우수함을 확인하였다.

## [참 고 문 헌]

- [1] C. Jauffret and D. Pillon, "Observability of passive target motion analysis," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 32, no. 4, pp. 1290-1300, Oct., 1996.
- [2] E. Fogel and M. Gavish, "Nth order dynamics target observability from angle measurements," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 23, no. 3, pp. 305-308, May., 1988.
- [3] Magill, D. T., "Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-18, pp. 621-629, Sep., 1982.
- [4] S. C. Nardon and V. J. Aidala, "Observability criteria for bearings-only target motion analysis," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 17, no. 2, pp. 162-166, Mar., 1981.
- [5] T. L. Song, "Observability of target tracking with bearings-only measurements," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 32, no. 4 pp. 1468-1472, Oct., 1996.
- [6] T. L. Song and J. L. Speyer, "A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 30, no. 10, pp. 940-949, Oct., 1985.
- [7] T. L. Song and T. Y. Um, "Practical guidance for homing missiles with bearings-only measurements," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 31, no. 1, pp. 434-443, Jan., 1996.
- [8] 한태곤, 송택필, "수동센서를 이용한 자동 표적기동분석," 제13차 한국자동제어학술회의 논문집, 제1권, pp. 573-576, 10. 1998.