

자기부상 시스템을 이용한 임의의 금속구 부상을 위한 디지털제어기 설계

사영호, 이건영
광운대학교 전기공학과

Design of Digital Controller for the Levitation of Variable Steel Balls by using Magnetic Levitation System

Young Ho Sa, Keon Young Yi
Dept. Electrical Engineering, Kwangwoon University

Abstract - Magnetic Levitation System(MLS) levitates a steel ball to the desired position in the gravity field using electromagnetic force. MLS consists of light sensor to measure the position of steel ball and an electromagnet to control the position of the ball, that composes a feedback control system. This work does not use a steel ball with constant mass but variable mass steel balls as magnetic levitation targets. Differential equation of electric circuit for electromagnet and motion equation of the movement of steel ball are derived for modeling nonlinear system, that will be linearized at the nominal operating point.

We propose a digital control that can levitate a steel ball of which weight is not known for ED-4810 system. Algorithm for estimating ball weight and feedback control are implemented in digital scheme under pentium PC equipped with A/D and D/A converter, ACL-8112, using C-language. Simulation and experimental results are given to show the usefulness of the proposed controller

1. 서 론

자기부상 시스템(Magnetic Levitation System)은 질량을 가진 자성체를 중력장내에서 전자기력을 이용하여 일정한 위치에 부상시키는 시스템이다. 이것은 코일에 전류가 흐르면 전자석이 되는 성질과 자장(Magnetic Field)속에 놓여진 자성체가 자화 되면서 자석의 성질을 띄게 되는 두 가지 성질을 이용하는 것으로 구조가 간단하고 제어방식이나 원리도 비교적 간단하여 이해가 쉽고 활용이 용이한 장점을 가지고 있다[1]. 자기부상의 원리는 자기부상 열차, 자기 베어링 등에 이용되고 있다.

본 연구에서 사용된 시스템은 전자석의 자기력, 광센서를 이용한 금속구의 위치 검출과 feedback 제어를 이용하는 시스템으로 구성되어 있다. 시스템에 대한 선형화된 모델링을 세우고 임의의 금속구에 대한 M과 그때의 시스템 입력을 찾는다. 그리고 금속구를 부상시키는 디지털 제어기를 구현한다. C 언어를 이용하여 알고리즘을 구현한 실험 결과이다. Matlab를 이용한 시뮬레이션과 결과를 비교한다.

2. 본 론

2.1 자기부상시스템의 모델링

자기부상 시스템은 전자석을 구성하는 전기회로에 대한 미분방정식과 금속구의 움직임에 의해 생성되는 금속구의 운동방정식으로 모델링 된다[2].

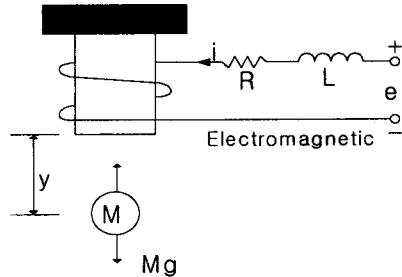


그림 1. 자기부상 시스템의 모델링
Fig 1. Modeling of magnetic levitation system

- L 전자석 코일 내에 존재하는 코일의 인덕턴스
- R 코일의 저항
- M 금속구의 질량
- y(t) 전자석 끝에서 금속구 중심까지의 거리
- y₀ 임의 부상 높이
- g 중력 가속도
- c 인덕터 상수
- i(t) 전자석 코일에 흐르는 전류
- e(t) 코일에 인가되는 전압

전자석에 의해서 생성되는 힘 f(t)는

$$f(t) = -\frac{i^2}{2} \frac{dL}{dy} \tag{1}$$

이며, L은 이 전자석 코일의 총 인덕턴스이다. 여기서 L은 식(2)와 같이 금속구와 전자석 사이의 거리에 따라서도 변하는데, 금속구가 전자석에 가까이 갈수록 L값은 증가하고 금속구가 전자석으로부터 멀어질수록 감소하여 충분히 멀어졌을 때 최소값에 도달한다.

$$L = L_1 + \frac{L_0 y_0}{y(t)} \tag{2}$$

L₁은 금속구가 없을 때의 전자석 자체의 인덕턴스이고, L₀는 금속구에 의하여 영향을 받는 인덕턴스이다.

$$f(t) = -\frac{i^2(t)}{2} \left[-L_0 \frac{y_0}{y^2(t)} \right] = \frac{i^2(t)}{2} \frac{L_0 y_0}{y^2(t)} \tag{3}$$

y(t)가 y₀의 부근에 아주 좁은 영역에서만 움직인다면 y(t) = y₀이므로 다음과 같이 간략화가 가능하다. 여기서 c를 구하는 방법은 뒤에서 설명한다.

$$f(t) \approx \frac{L_0}{2} \frac{i^2(t)}{2} = \frac{c i^2(t)}{y(t)} \tag{4}$$

다음은 코일에 작용하는 전압-전류 관계를 알아보면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \tag{5}$$

구에 대한 운동방정식은 구의 가속도와 구에 작용하는 전체 힘이 Newton의 방정식으로 다음과 같다.

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = Mg - \frac{ci^2(t)}{y(t)} \quad (6)$$

시스템의 상태변수를 포함한 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t), x_2(t) = \dot{y}(t), x_3(t) = i(t) \\ \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= g - \frac{c}{M} \frac{x_3^2(t)}{x_1(t)} \\ \dot{x}_3(t) &= -\frac{R}{L} x_3(t) + \frac{1}{L} u(t) \end{aligned} \quad (7)$$

금속구가 평형점에 떠 있다고 가정한다면 금속구의 가속도는 0이고, 이로부터 앞에서의 c를 다음과 같이 구할 수 있다.

y^* 를 전자석과 금속구 중심사이의 거리, i^* 를 중력과 자기력이 평형을 이루기 위해 필요한 전류, e^* 를 평형을 이룰때의 인가전압이다. 평형점에서 중력과 자기력은 다음 식으로 표기된다.

$$Mg = \frac{ci^{*2}}{y^*} \quad (8)$$

만족하여야 한다. 이 식으로부터 상수 c는 다음과 같다.

$$c = \frac{Mgy^*}{i^{*2}} = \frac{MgR^2 y^*}{e^{*2}} \quad (9)$$

따라서 센서로부터 측정되는 y^* 와 부상직전의 e^* 를 측정하면 c의 계산이 가능하다.

위의 시스템이 비 선형 시스템이기 때문에 선형 제어이론을 적용하기 위하여 하나의 동작점에서 선형화가 필요하다. 즉 동작점 y^* 에서 상태는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x^*_1 = y^*, x_2(t) = x^*_2 = 0, x_3(t) = 0, \dot{x}_3(t) = 0 \\ x_3(t) &= x^*_3 = i^* = \sqrt{\frac{Mgy^*}{c}} \end{aligned} \quad (10)$$

$$u(t) = u^* = e^* = Ri^* = R\sqrt{\frac{Mgy^*}{c}}$$

이와 같은 동작점에서 (11)로 주어진 비 선형 시스템을 선형화 한다.

$$\begin{aligned} \Delta x(t) &= [\Delta x_1(t) \Delta x_2(t) \Delta x_3(t)]^T \\ \Delta x_i(t) &= x_i(t) - x^*_i (i=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Delta u(t) = u(t) - u^*$$

다음은 선형화된 시스템으로 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}(t) &= A \Delta x(t) + B \Delta u(t) \\ \Delta y(t) &= C \Delta x(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{c x^{*2}_3}{M x^{*2}_1} & 0 & -\frac{2c x^*_3}{M x^*_1} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{g}{y^*} & 0 & -2\sqrt{\frac{cg}{My^*}} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0] \quad (13)$$

위의 파라미터에 측정 값을 넣으면 다음과 같이 된다. $L=0.158, c=0.075, R=20, M=50$ 이므로

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 326.6 & 0 & -44.3 \\ 0 & 0 & -126.6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6.329 \end{bmatrix}$$

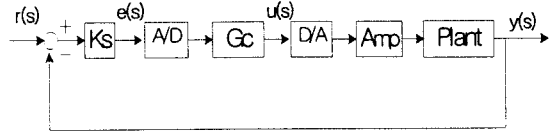


그림 2 디지털 제어기의 블록 다이어그램
Fig 2. Block diagram of digital control system

2.2 디지털 제어기 설계

그림 2는 디지털 제어기의 블록 다이어그램으로 오차 검출 신호는 기준입력 신호와 비교하고 센서이득(Ks)을 증폭한 다음 A/D 컨버터를 통하여 컴퓨터의 제어신호 입력된다. 디지털 제어기의 출력신호를 D/A 컨버터를 통과하여 작은 신호를 앰프이득(Amp)으로 증폭한 다음 시스템에 입력으로 사용되는 간략화된 제어 시스템이다.

임의의 금속구의 질량을 추정하기 위한 가정으로 금속구 받침대의 높이는 고정된 것으로 한다. 식(9)에서 M은 다음과 같다.

$$M = k \frac{e^{*2}}{y^*}, (k = \frac{c}{gR^2} = \text{상수}) \quad (14)$$

e^* 가 점차 증가하여 y^* 가 상승하기 시작할 때, 전압과 부상 높이를 알 수 있으므로 M을 추정할 수 있다 일단 M이 결정되면 다음과 같은 선형제어기 방식으로 제어기 구성이 가능하다.

그림 2와 같은 디지털제어기를 구성하기 위해 식(12)를 ZOH를 고려하여 이산시간 시스템으로 표시하면 다음과 같다.[3]

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) \quad (15)$$

$$y(k) = Hx(k) + Ju(k)$$

폐루프 계통은 다음과 같은 상수행렬 K를 통한 상태변수 반환에 의해 구성된다. 즉 아래처럼 나타낸다.

$$u = -Kx = -[K_1 \ K_2 \ K_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

따라서 전체 이산시간 시스템은 다음과 같다.

$$x(k+1) = (\Phi - \Gamma K)x(k) + \Gamma r(k) \quad (17)$$

따라서 원하는 극점을 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 로 할 때 특성 방정식을 다음과 같이 놓으면 된다.

$$P(\Phi) = |zI - \Phi + \Gamma K| = (z - \lambda_1)(z - \lambda_2)(z - \lambda_3) \quad (18)$$

목표 극점은 방법은 Matlab의 DLQR함수를 이용하여 출력과 입력을 최소화하도록 하였으며, 이때의 극점은 다음과 같다.

$$\lambda_1 = 0.9935 + 0.0153i$$

$$\lambda_2 = 0.9935 - 0.0153i$$

$$\lambda_3 = 0.8933$$

이 극점을 변화시키는 경우 Ackermann's의 공식으로부터 K를 다음과 같이 구할 수 있다.[5]

$$K = [0 \ 0 \ 1] [H \ \Phi H \ \Phi^2 H] W_c^{-1} P(\Phi) \quad (19)$$

임의의 금속구에 대해 부상되는 파라미터 값을 적용하여 시스템 파라미터를 표시하면 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.001 & -0.000 \\ 0.445 & 1.000 & -0.032 \\ 0 & 0 & 0.881 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} -0.0000 \\ -0.0001 \\ -0.0051 \end{bmatrix}$$

앞서의 최적 이득 $K = [-592.9, -28.0, 6.5]$ 와 임의의

이득 $K = [-400, -10, 0]$ 에 대한 시뮬레이션 결과를 그림 3에 표시하였다. 그림에서 dlqr의 함수를 이용한 경우 임계계동을 보이고 있으며, PD제어기와 동일한 효과인 임의의 이득은 초기에 오버슈트가 발생하는 특성을 보인다.

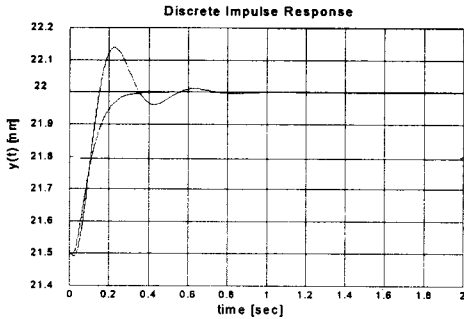


그림 3 시간변화에 대한 부상의 안정도

Fig 3. stability of levitate for time variable

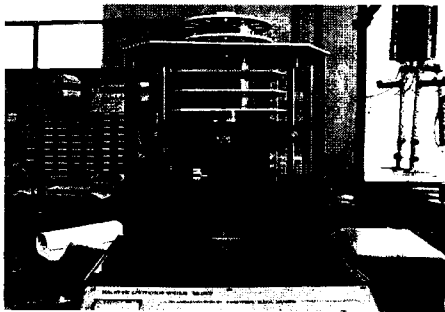


그림 4. 실험에 사용된 자기부상 시스템
Fig 4. Laboratory using magnetic levitation system

2.3 동작 및 실험

위 그림은 실험장비로 사용한 ED-4810이다. 이 시스템의 동작은 광 센서가 동작하면 금속구의 반대쪽에 있는 solar cell의 그림자의 양에 따라 전압을 발생시킨다. 따라서 금속구의 위치를 검출하게 된다. 위치에 따른 제어 신호가 마그네트 코일에 입력되는 전류의 크기를 변화하여 자기력의 세기를 조절할 수 있다. 기준 위치를 중심으로 아래쪽으로 낙하하면 전자석에 많은 전류가 흐르므로 금속구에 작용하는 자기력이 많아지며, 위쪽으로 상승하면 전류를 감소시켜 부상되는 높이를 낮추는 방법이다. 디지털 제어를 설계할 때 제어신호를 얻는 샘플링 주기 설정과 원하는 시간간격으로 하드웨어 인터럽트를 발생하도록 하는 프로그램이 중요시된다. 자기부상 시스템에 사용되어진 Parameter는 다음과 같다.

- (1) A/D, D/A
 - Input Cannel 16 single-ended
 - Output Cannel 2 Double-Buffered analog outputs
 - Sampling Rate 100KHz
 - Resolution 12bit
 - Input Range $\pm 5V$
- (2) Magnet
 - Number of coil 3500T
 - Coil current 1A Max(DC 40V)
 - Core $19 \times 19mm$

- (3) Sensor Device
 - Opto Transmitter Lamp(6V, 1.8W)
 - Opto Receive Solar Cell($18 \times 4.5mm$)

또한 그림 2에서 센서이득(K_s)값은 465(금속구가 1mm상승하는데 -0.4V변화), 2.2mm에서 2.7mm까지 선형적인 구간만 사용이 가능하다. 그리고 Amp 이득은 13.96(입력이 0~5V로 출력이 0~38V까지 변화)이며 동작범위 전압은 1.2~2.5V이다.

그림 5는 임의의 금속구가 고정된 받침대에서 임의의 금속구를 올려놓으면 센서의 제어신호에 금속구의 무게를 알 수 있게 된다. P1은 제일 큰 금속구이고, P2는 중간 크기의 금속구, P3는 제일 작은 금속구이다. 실험에서 C언어를 이용하여 23mm의 높이로 부상하는 알고리즘을 구현한 결과를 보여준다.

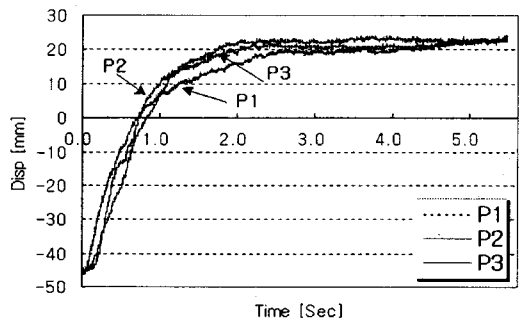


그림 5 디지털 제어기출력의 시뮬레이션

Fig 5. Simulation of digital controller output

3. 결 론

본 논문에는 자기부상 시스템을 위한 디지털 제어기를 설계하여 시뮬레이션 및 실험을 하였다. 제시한 제어기는 임의의 금속구 무게를 추정하여 이에 적절한 상태 피드백 이득을 자동으로 정하여 금속구의 질량과 무관하게 자기부상을 하는 능력을 보여주었으며, 이는 현 제품의 제어기 단점인 제어기(PID) 이득 결정의 문제점을 해결한 것이다.

(참 고 문 헌)

- [1] 박영용 한정엽, 방효충, "자기부상 시스템을 활용한 3축 자세 감지기 응용", 한국자동제어학회 논문집, 2권, pp. 1891-1894, 1998.
- [2] Benjamin C. KUO, *Automatic Control System*, 7th, pp.189-190, 274, 1995.
- [3] Gene F. Franklin, David Powell, Abbas Emami-Naeini, *Feedback control of dynamic systems*, 3th, pp.63-64, 1994.
- [4] Gene F. Franklin, David Powell, Michael Workman, *Digital Control of Dynamic System*, 3th, pp.280-282, 1998.
- [5] Katsuhiko Ogata, *Discrete-Time Control System*, 2th, pp.402-410 1995.
- [6] Shibukawa, K., Tsubakiji, T., Kimura, H. Robust stabilization of a magnetic levitation system, Proceedings of the 30th IEEE Conference, vol.3, pp.2368-2371, 1991.