

모델 스크램제트 연소기 내의 열적 질식 과정 수치 연구

이병로* · 문귀원* · 정인석* · 최정열**

Numerical Study of Thermal Choking Process in a Model SCRamjet Combustor

B.-R. Lee, G.-W. Moon, I.-S. Jeung and J.-Y. Choi

Key Words : 스크램제트 엔진, 초음속 연소, 열적 질식

Abstract

A numerical study was carried out to investigate the 'unstart' process of thermally-choked combustion in model scramjet engines. The combustion mechanism of supersonic combustor will be compared with the experimental results obtained from the T3 free-piston shock tunnel at ANU (Australian National University) and the high enthalpy supersonic wind tunnel at UT (University of Tokyo). For the numerical simulation of supersonic combustion, multi-species Navier-Stokes equations were considered, and detailed chemistry reaction mechanism of H₂-Air were adopted. The governing equations were solved by Roe's FDS method and LU-SGS method with MUSCL scheme. In this study, it is found that the thermal choking process could result from excessive heat release due to combustion. In detail, sufficient heat release could be generated at local region of very high temperature increased by reflection of shock waves or vortex sheets. Accordingly the flow of downstream of the combustor fell to subsonic field propagated upstream along the combustor. Sometimes the subsonic flow field propagated into isolator could generate precombustion shock waves in the isolator.

1. 서 론

차세대 여객기 및 비행체 개발의 핵심 목표 가운데 하나는 비행 속도를 높이는 데 있다. 빠른 속도에 비해 높은 비행 효율을 갖기 위해서는 공기흡입 추진방식이 필수적인데, 현재까지 연구된 공기흡입 추진기관 가운데 극 초음

* 서울대학교 항공우주공학과

** 부산대학교 항공우주공학과

속에서 가장 높은 효율을 갖는 엔진은 스크램제트 엔진으로 알려져 있다 [Fig.1].

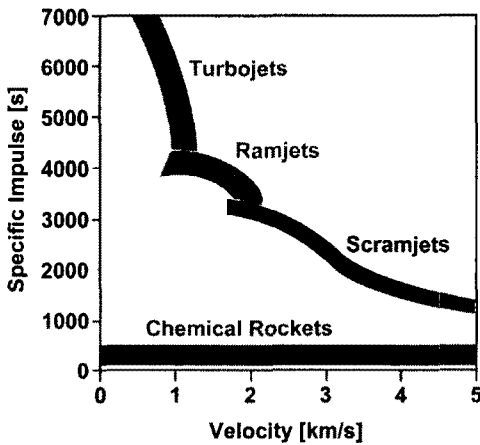


Fig. 1 각 엔진의 속도에 따른 성능

스크램제트 엔진과 유사한 추진기관인 램제트 엔진은 초음속으로 엔진 입구에 유입된 공기가 램 압축에 의해 아음속으로 감속되어 연소기에 공급된다. 그러나 극 초음속 환경에서 램제트 엔진을 운전하면 흡입된 공기가 지나치게 감속되어 공력 저항이 발생하고 연소기에 공급되는 공기의 온도가 과도하게 높아져 흡열반응인 열해리가 일어난다. 열해리 현상에 의해 연소열의 일부가 소모되어 노즐 추력이 손실된다. 따라서 극 초음속 비행 환경에서는 공기의 온도가 과도하게 높아지지 않도록 연소기 입구 유동을 초음속 상태로 유지시킴으로써 초음속 유동장 내에서 연소를 시킬 필요가 있는데, 스크램제트 (Scramjet; Supersonic Combustion Ramjet) 엔진은 이러한 개념에서 출발한 추진기관이다. 스크램제트 엔진에서 고속의 공기가 연소실을 통과하는 시간은 수 ms 정도에 지나지 않으며, 이 순간에

연료가 분사되어 공기와 급속하게 혼합이 이루어져야만 효과적인 연소가 가능하다.

그런데 이러한 초음속 연소 과정에서 연소에 의한 열 방출이 임계값보다 커지면 연소실 내 유속은 음속으로 떨어지고 유동은 열적으로 질식되어 (thermally choked) 연소실 입구에 수직 충격파를 형성시킨다 [1]. 이러한 과정은 '불발(unstart)'이라고 알려져 있는데, 불발 과정은 결국 연소기 내에 큰 공력 저항을 만들어 엔진의 성능을 급격히 저하시킨다.

본 연구는 호주국립대학 (ANU; Australian National University)과 동경대학 (UT; University of Tokyo)에서 수행된 모델 스크램제트 연소기의 실험 결과를 바탕으로 열적 질식 현상에 대한 연소 메커니즘을 규명하는 데 목표가 있다.

2. 연소기 모델 및 실험 장치

2.1 연소기 모델

본 연구에서 계산한 연소기는 ANU의 O'Byrne 등이 실험한 모델 [2],[3]과 UT의 풍동을 사용하여 Takahashi 등이 실험한 모델 [4]이며, 각각의 형상 및 제원은 Fig.2 와 Fig.3 에 나타내었다. 두 모델 모두 사각형 덕트 형상이지만 ANU 모델은 연소기 중앙 strut (두께 4.8mm)에 연료 분사장치가 있고, UT 모

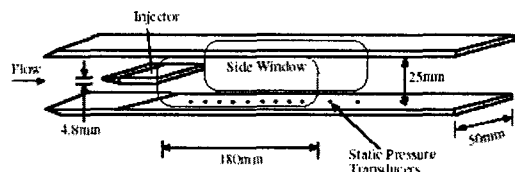


Fig. 2 ANU 연소기 개략도

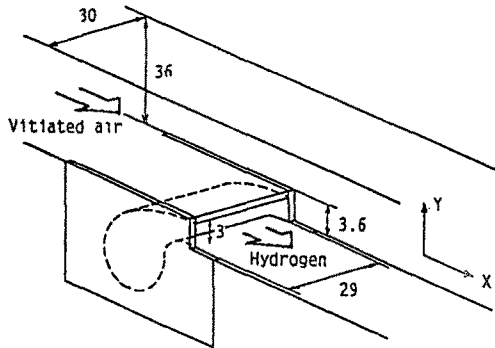


Fig. 3 UT 연소기 개략도

델은 연소기 벽면 step (높이 3.6mm)에 연료 분사장치가 있다.

2.2 실험 장비 및 실험 조건

Table 1 및 Table 2 에는 ANU 및 UT 의 실험 조건을 제시하였다. 두 모델에서 연료 (H_2)는 연료 분사장치를 통해 각각 초음속 (ANU 모델) 및 아음속 (UT 모델)으로 유동장 내에 분사된다. 당량비는 연료 분사 압력을 통해 조절된다. Table 과 같은 유동 조건을 만들기 위하여, ANU 실험에서는 반사 충격파 모드로 작동되는 T3 자유 피스톤 충격파 관 (free-piston shock tunnel)을, UT 실험에서는 가열부를 통해 습증기 (vitiated air) 형태의 높은 엔탈피를 갖는 유동이 연소기에 유입되는 고 엔탈피 초음속 풍동 (high-enthalpy supersonic wind tunnel)을 각각 이용하였다.

	inlet	injector
T_0 [K]	1200	151.5
P_0 [atm]	1.0	-
Mach no.	2.5	
u [m/s]	1710	2545

Table 1 ANU 모델의 초기 유동 조건

	inlet	injector
T_0 [K]	575	289
P_0 [atm]	0.49	-
Mach no.	2.0	0.24
u [m/s]	951	313

Table 2 UT 모델의 초기 유동 조건

3. 지배방정식과 수치해법

3.1 지배방정식

연소기 내의 화학반응이 있는 초음속 점성 유동장을 해석하기 위하여, 다원 혼합기체에 관한 2 차원 Navier-Stokes 방정식을 이용하였다. 유동장의 해석을 용이하게 하기 위하여 지배방정식을 무차원화하고 일반화된 (ξ, η) 좌표계로 변환을 하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{1}{J} \mathbf{W} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_N \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho_1 U \\ \rho_2 U \\ \vdots \\ \rho_N U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ U(e + p) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho_1 V \\ \rho_2 V \\ \vdots \\ \rho_N V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ V(e + p) \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_v = \frac{1}{JRa} \begin{bmatrix} -\rho_1 U_1^d \\ -\rho_2 U_2^d \\ \vdots \\ -\rho_N U_N^d \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_v = \frac{1}{JRa} \begin{bmatrix} -\rho_1 V_1^d \\ -\rho_2 V_2^d \\ \vdots \\ -\rho_N V_N^d \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y \end{bmatrix}$$

ρ 는 각 화학종의 밀도 ρ_k 의 총합이고, u, v 는 직교 좌표계에서의 속도이다. 총 에너지 e 는 내부에너지와 운동에너지의 합으로 나타낸다. U 와 V 는 곡선 좌표계에서의 반전 속도이다. $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y, J$ 등은 좌표 변환에 쓰이는 값들이다. 압력은 이상 기체 상태방정식에 의해 구할 수 있다.

$$p = \sum_{k=1}^N \frac{\rho_k}{M_k} RT$$

M_k 는 화학종 k 의 분자량이고 R 은 일반 기체 상수이다. 온도 T 는 정의된 총에너지 양으로부터 Newton-Raphson 반복법을 이용하여 구했다. 각 화학종의 비열은 6000K까지 유효한 NASA 다항식을 이용하였다 [5].

확산 속도 U'_i 및 V'_i 를 계산하기 위해서는 다원 확산방정식을 풀어야 하지만 편의상 Fick's law를 이용하였다. 이원 확산계수는 Chapman-Enskog theory를 이용하여 구하였다 [6]. 각 화학종의 열 전달 계수와 동점성 계수는 6000K까지 유효한 온도의 다항식 표현을 인용했다 [7].

Ra 는 음속을 기준으로 한 Reynolds 수이다.

3.2 화학반응 모델 및 난류 모델

N 개의 화학반응에서 k 번째의 화학종 생성률 w_k 는 다음과 같이 표현된다.

$$w_k = M_k \sum_{r=1}^R (v_{k,r}'' - v_{k,r}') \left[k_{fr} \prod_{i=1}^N \left(\frac{\rho_i}{M_i} \right)^{\nu_{i,r}'} - k_{br} \prod_{i=1}^N \left(\frac{\rho_i}{M_i} \right)^{\nu_{i,r}''} \right]$$

$$k_r = A_r T^{B_r} \exp(-E_r^*/T)$$

여기서 $v_{k,r}'$, $v_{k,r}''$ 는 각 화학반응의 stoichiometric 계수, k_{fr} , k_{br} 은 Arrhenius의 식으로 나타내는 전방 및 후방 반응률 상수이다.

수소-공기 혼합기체에 대한 화학 반응은 GRI-Mech. 2.11/3.0 상세 반응 모델에 기초하여 사용하였다. 본 연구에서는 연소 반응에 큰 영향을 미치지 않는 N_2 의 해리 반응을 제외하여, H, H_2 , O, O_2 , H_2O , OH, H_2O_2 및 HO_2 등을 반응성 화학종으로, N_2 를 비활성 기체로 고려한 25단계 화학 반응 모델을 이용하였다 [8].

스크램제트 연소기 내의 레이놀즈 수는 매우 높기 때문에 층류로 가정하기에는 무리가 따르므로 완전 난류 유동으로 가정하였다. 본 연구에서는 스크램제트 연소기 내부의 연소 유동과 같은 문제의 경우 기존에 알려진 정확한 난류 모델이 존재하지 않으므로, 섭동이 전단응력 항에 미치는 영향을 고려하여 주기 위하여 비교적 간단한 형태의 난류 모델인 Baldwin-Lomax의 대수적 와 점성 모델 (algebraic eddy viscosity model)을 사용하였다 [9]. 난류 Prandtl 수와 난류 Schmidt 수는 각각 0.9로 가정하였다.

난류 확산화염의 경우 화학반응에 난류 섭동의 영향이 존재하는데 본 연구에서는 이 섭동의 영향을 고려하지 않았다. 이는 충분히 정확하고 간단한 형태의 모델이 아직 개발되지 않았기 때문인데 상세 화학반응 모델을 택함으로써 이 문제를 보완하였다.

3.3 수치 해법

연소기 내부의 유동장을 수치적으로 해석하기 위하여 지배방정식을 유한 체적법을 이용하여 이산화하였다. 충격파 포착 특성을 위하여, 차분화된 대류 플럭스 항은 일반 좌표계에서 다원 혼합 기체에 대하여 유도된 Roe의 FDS (Flux Difference Splitting) 기법을 사용하여 구하였으며, 공간 정확도를 3 차로 확장하기 위하여 MUSCL 기법을, TVD 성질을 유지하기 위하여 미분형 제한자를 사용하였다. 점성항은 중심 차분법을 이용하여 이산화하였다.

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{i,j} = \text{RES}_{i,j}$$

$$\text{RES}_{i,j} = -J_{i,j}(\tilde{F}_{i+1/2,j} - \tilde{F}_{i-1/2,j} + \tilde{G}_{i,j+1/2} - \tilde{G}_{i,j-1/2}) - H_{i,j}$$

$$+ W_{i,j} + \frac{J_{i,j}}{2}(F_{i+1,j} - F_{i-1,j} + G_{i,j+1} - G_{i,j-1}) + H_{i,j}$$

인공 점성을 포함하는 수치 플럭스 \tilde{F} , \tilde{G} 는 Roe의 FDS 방법을 사용하였다.

$$\tilde{F}_{i+1/2,j} = \frac{1}{2}[F(Q_r) + F(Q_l) - |A(Q_r, Q_l)|(Q_r - Q_l)]$$

이산화된 지배방정식을 시간에 대해 적분하여 해를 구하는 데 있어서는 정상 상태 가정을 적용하여 완전 내재적 시간 적분 기법을 이용하였다. 이 경우 플럭스 자코비안 행렬은 군사 분할을 이용하여 표현하였으며 이산화된 지배방정식은 LU 분할 기법을 이용하여 해석하였다. 지배방정식을 각 격자에 대해 완전 내재적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\left[\frac{I}{\Delta t} + J_{i,j} \left(\frac{\partial A}{\partial \xi} + \frac{\partial Q}{\partial \eta} \right) - Z \right]_{i,j} \Delta Q_{i,j} = \text{RES}_{i,j}''$$

$$D = I + \Delta t (A^+ - A^- + B^+ - B^- - Z)_{i,j}$$

$$L = D - A_{i-1}^+ - B_{i-1}^+$$

$$U = D + A_{i+1}^- + B_{i+1}^-$$

$$LD^{-1}U\Delta Q_{i,j} = \text{RES}_{i,j}$$

여기서, A, B, Z 는 각각 F, G, W 의 자코비안 행렬이며, A^\pm, B^\pm 는 분할한 플럭스 자코비안 행렬이다.

본 연구에서 쓰인 수치 알고리즘은 몽툰한 물체 주위의 충격파 유도 연소 현상이나 충격파-경계층 간섭 문제에 대한 수치 모사 결과를 실험값과 비교함으로써 검증되었다 [10],[11].

4. 결과 및 고찰

4.1 실험 결과

ANU 모델에 대한 실험 결과를 Fig.4에 나타내었다. Fig.4의 (a)는 연소 반응이 없는 유동장에서의 연료-공기 혼합 효과를 관찰하기 위하여 질소 흡입 유동장에 수소를 분사시킨 경우이다. 연료 분사장치로부터 발생된 충격파와 재압축 충격파 (recompression shock wave)가 연소기를 따라 전파되고 있는데, 이는 연소가 없는 경우 전 유동장이 초음속임을 증명한다. 한편 연료 분사장치 후방 약 50mm 까지 연료 체트를 관찰할 수 있는데, 이는 연소가 일어나지 않는 경우 연료와 공기의 혼합이 잘 일어나지 않음을 보여주고 있는 것이다.

Fig.4의 (b)-(e)는 공기 흡입 유동장에 연료를 분사시킨 경우이다. Fig.4(b)에서 연료 분사장치 후방 약 60mm 까지는 질소 흡입 유동의 경우와 유사한 유동장을 보이지만 재 압축 충격파가 만나는 이후 지점에서는 수직 충격파가 가까운 충격파 구조가 형성되고 그 뒤에

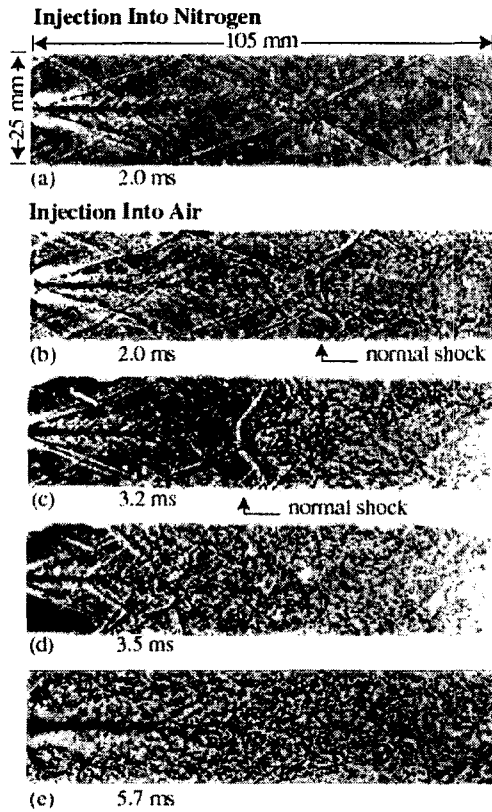


Fig. 4 ANU 실험 결과 (shadowgraph)

서 연소가 일어난다. 그 후 강한 연소에 의한 열 방출로 인해 Fig.4(c)에서 보듯이 수직 충격파가 전방으로 이동하게 되는데 이는 이미 유동이 질식되었음을 의미한다. 그러나 연소기 벽 근방에서는 아직 경사 충격파가 존재하는 것으로 미루어 유동은 부분적으로 질식 (partially choked)되었음을 알 수 있다.

근본적으로 충격파는 연소를 가속시키는 역할을 하기 때문에 충격파 후방에서 공급되는 열량은 계속 증가하게 되고 결국 시간이 경과함에 따라 Fig.4(d)를 거쳐 Fig.4(e)의 과정으로 연소기 전 영역이 질식되는 현상을 볼 수 있다.

Fig.5 는 UT 에서 실험한 결과의 사진

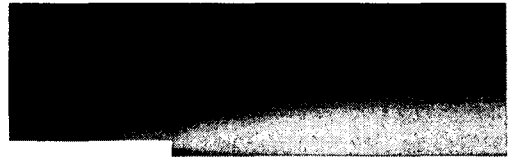


Fig. 5 UT 실험 결과 (photo image)

이미지이다. Fig.3 에서 언급했던 것과 같이 후방 단의 수직 벽면으로부터 연료가 분사되어 점화된 모습을 보여주고 있는데, 화염면이 분리부 (isolator)까지 전진해있음을 확인할 수 있다. 이는 연소기 내의 연소에 의한 압력 증가로 인해 연료가 단 벽면을 따라 분리부로 흘러감에 따라 연소면이 전진하는 것으로 생각된다. 이렇게 연소기 내부의 압력이 증가하고 화염면이 전진하는 현상은 연소기가 열적으로 질식되었기 때문으로 생각된다.

일본 동북대학에서는 연소기 내의 열 방출이 특정 조건 이상으로 커지면 분리부 내에 precombustion 충격파 열이 생성됨을 실험적으로 증명하였다 [12]. Fig.6 에 동북대학의 실험 결과를 나타내었는데, 분리부 중앙에 형성된 거의 수직 충격파에 가까운 유동 구조는 후방의 유동이 질식되었음을 의미한다.

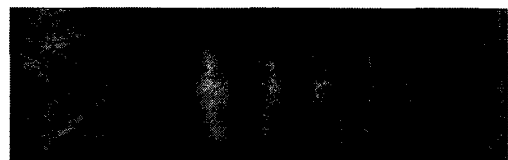


Fig. 6 동북대학 분리부 유동 실험 (schlieren image)
좌측:공기 흡입구, 우측:연소실

4.2 ANU 연소기 해석

Fig.7 에 ANU 연소기의 수치 모사 결과를 나타내었다. Fig.4 의 실험 결과와

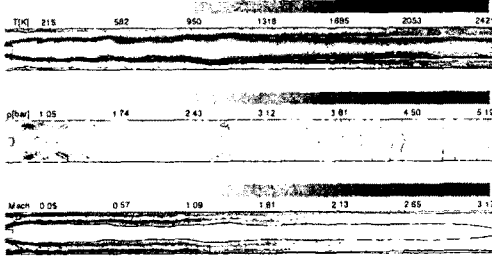


Fig. 7 ANU 모델 계산 결과
(점화 후, 마하 곡선에서 실선은
마하수 1 을 나타냄)

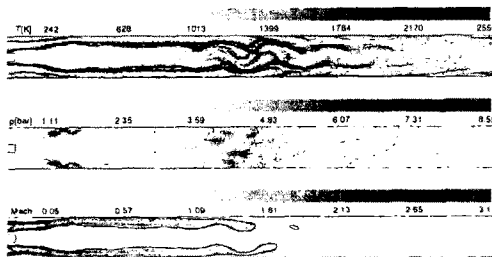


Fig. 8 ANU 모델 계산 결과
(열적 질식 과정, 마하 곡선에서
실선은 마하수 1 을 나타냄)

같이 점화 초기에는 대부분의 유동장에서 초음속 연소가 일어나고 있고, 단지 경계층과 연료 제트에서만 아음속 상태의 유동장이 형성됨을 확인할 수 있다.

Fig.7 은 또한 연료 분사장치 뒤에서 생성된 와류가 후방으로 전파해가는 것

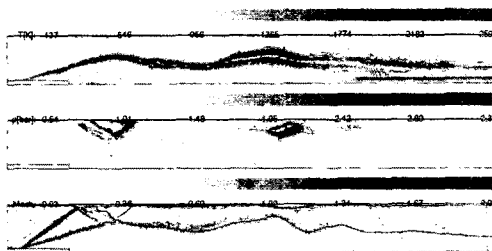


Fig. 9 UT 모델 계산 결과 (단순 단)
(점화 후, 마하 곡선에서 실선은
마하수 1 을 나타냄)

을 보여주고 있다. 연소로 인한 열 방출에 의해 국부적으로 매우 높은 온도를 갖는 혼합층이 형성될 수 있는데 [13], 이를 통해 불안정한 재순환 영역이 만들어질 수 있다. 이러한 과정은 재 압축 충격과 뒤에서 연소 반응을 더욱 촉진시켜 충분한 양의 열을 방출하는 영역을 형성할 수 있도록 한다.

연소에 의해 더욱 많은 열량이 공급되고 압력이 더욱 높아지면서 연소기 후방으로부터 아음속 유동장 영역이 형성되는데, 이는 곧 연소기가 열적으로 질식되었음을 뜻한다. Fig.8 은 연소기 후방에 심한 난류와 함께 고온 고압의 아음속 상태가 유지되는 양상을 보여주고 있다. 이러한 현상은 실험 결과와 같이 시간이 지날수록 상류 쪽으로 전진하는 경향을 띤다.

4.3 UT 연소기 해석

Fig.9 와 Fig.10 에 UT 모델에 대한 수치 모사 결과를 나타내었다. Fig.9 는 단순한 형태의 후방 단만 있는 형상에 대한 결과이고 Fig.10 은 분리부에 췌기가 부착된 형상에 대한 결과이다. 두 경우 모두 화염면이 분리부까지 전진하였으며, 연소기 전 영역에서 초음속 유동장이 형성된 것을 볼 수 있다.

Fig.9 및 Fig.10 에서는 전방 화염면

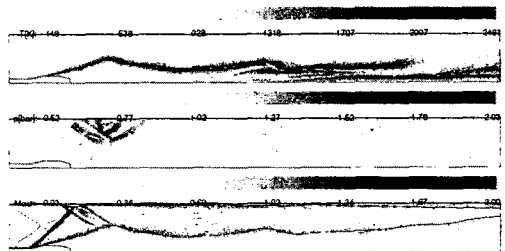


Fig. 10 UT 모델 계산 결과 (췌기 부착)
(점화 후, 마하 곡선에서 실선은
마하수 1 을 나타냄)

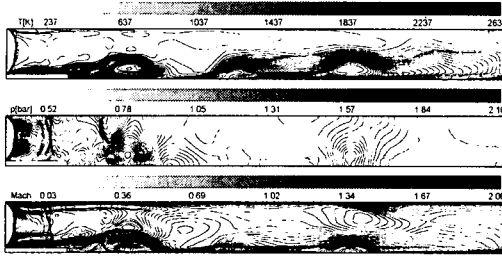


Fig. 11 UT 모델 계산 결과 (단순 단)
(열적 질식 과정, 마하 곡선에서
실선은 마하수 1을 나타냄)

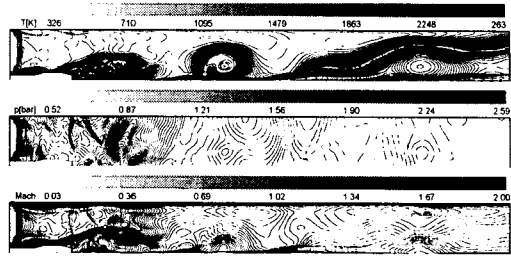


Fig. 12 UT 모델 계산 결과 (썩기 부착)
(열적 질식 과정, 마하 곡선에서
실선은 마하수 1을 나타냄)

에 의해 발생한 경사 충격파와 화염면이 상호 작용하여 화염을 유지시키고 있음을 관찰할 수 있다. 이러한 메커니즘은 특히 썩기 부착 형상에서 두드러지는데 이는 썩기에 의해 보다 강한 경사 충격파가 형성되기 때문이다.

두 경우 모두 점화 초기부터 연소면이 분리부로 전진하였다. ANU 모델의 경우에는 연소압 상승으로 인한 열적 질식 과정에서 화염이 전진하는 것과는 달리 UT 모델에서는 점화 초기부터 부분적으로 열적 질식되어 화염면이 전진한다. 이는 연료 분사 속도와 관련이 있는 것으로 생각되는데, UT 모델의 경우에는 아음속으로 연료가 분사되기 때문이다. 일단 단 후방에서 연소가 일어나 압력이 상승하게 되면 아음속 연료 유동은 주위 압력 조건을 만족시키기 위하여 벽을 따라 분리부 쪽으로 스며들기 때문에 연소면이 연료와 함께 전진한다.

이렇게 점화되어 연소가 활발하게 일어나면 ANU 모델의 경우와 마찬가지로 연소열에 의해 연소기 후방 쪽의 압력이 상승하고 아음속 유동장이 형성되어 열적 질식 현상이 나타난다. Fig.11 과 Fig.12 에 이러한 과정을 나타내었는데, 연소기 내부에 열적 질식 현상이 진행

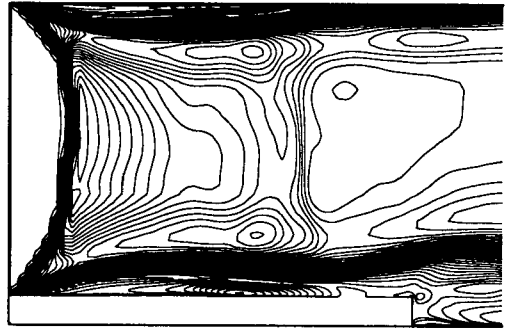


Fig. 13 UT 모델의 고압부 압력 곡선

됨에 따라 Fig.6 과 같이 분리부에 수직 충격파에 가까운 유동 구조가 형성되는 것을 확인할 수 있다. Fig.13 에는 Fig.11 의 분리부를 확대하여 나타내었다.

5. 결론

열적 질식 현상은 스크램제트 엔진의 성능을 크게 저하시키는 주요 원인으로 취급되고 있다. 본 수치 연구에서는 모델 스크램제트 엔진에서의 열적 질식 과정을 규명하였다. 즉, 스크램제트 연소기 내에 점화가 일어났을 때 특정 조건 이상의 열이 방출될 경우 연소기 내부의 온도와 압력이 증가하여 아음속 유동장이 형성되는 열적 질식 현상을

야기시킨다. 본 연구는 향후 본격적인 스크램제트 엔진 연구에 중요한 참고 자료로 활용될 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 2000년도 두뇌한국 21 사업의 지원에 의해 수행되었습니다. 본 연구 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Curren, E.T., Heiser, W.H. and Pratt, D.T., "Fluid Phenomena in Scramjet Combustion Systems," Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 28, pp. 323-360, 1996.
- (2) O'Byrne, S., Doolan, M., Olsen, S.R. and Houwing, A.F.P., "Analysis of Transient Thermal Choking Processes in a Model Scramjet Engine," Journal of Propulsion and Power, Vol. 16, No. 5, pp. 808-814, 2000.
- (3) McIntyre, T.J., Houwing, A.F.P., Palma, P.C., Rabbath, P.A.B. and Fox, J.S., "Optical and Pressure Measurements in Shock Tunnel Testing of a Model Scramjet Combustor," Journal of Propulsion and Power, Vol. 13, pp. 388-394, 1996.
- (4) Takahashi, S., Wakai, K., Tomioka, S., Tsue, M. and Kono, M., "Effect of Combustion on Flowfield in a Model Scramjet Combustor," Proceedings of the Combustion Institute, Vol. 27, pp. 2143-2150, 1998.
- (5) Gardiner, W.C.Jr., "Combustion Chemistry," Springer-Verlag, New York, 1984.
- (6) Bird, R.B., "Transport Phenomena," John Wiley & Sons, New York, 1960.
- (7) Shuen, S. and Yoon, S., "Numerical Study of Chemically Reacting Flows Using a Lower-Upper Symmetric Successive Overrelaxation Scheme," AIAA Journal, Vol. 27, No. 12, pp. 1752-1760, 1989.
- (8) Jachimowski, C.J., "An Analytical Study of the Hydrogen-Air Reaction Mechanism With Application to SCRamjet Combustion," NASA TP-2791, Feb. 1988.
- (9) Baldwin, B.S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow," AIAA Paper 78-257, 1978.
- (10) Choi, J.-Y., Jeung, I.-S., and Lee, S., "Dimensional Analysis of the Effect of Flow Conditions on Shock-Induced Combustion," Proceedings of the Combustion Institute, Vol. 26, pp.2925-2932, 1996.
- (11) Choi, J.-Y., Jeung, I.-S., and Yoon, Y., "CFD Algorithms for Unsteady Shock-Induced Combustion, Part I: Validation Study," AIAA Journal, Vol.38, pp. 1179-1187, 2000.
- (12) <http://www.scramjet.mech.tohoku.ac.jp/research/iso/isostudy.htm#kadai>
- (13) Casey, R., "An Investigation of Supersonic and Hypersonic Mixing and Combustion," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Queensland, Australia.