

Fractional step method를 이용한 엔진내부유동의 수치해석

이병서* · 공호진* · 이준식** · 유정열**

Numerical study on in-cylinder flow of a reciprocating engine using a fractional step method

Byoung Seo Lee, Hojin Kong, Joon Sik Lee and Jung Yul Yoo

Key Words: in-cylinder flows(실린더 내부유동), intake process(흡기과정), standard $k-\epsilon$ model(표준 $k-\epsilon$ 모델)

Abstract

A numerical code which can simulate unsteady, incompressible and 3-dimensional flows in an engine cylinder has been developed. The governing equations based on the cylindrical coordinate are discretized by the finite volume method with staggered variable arrangements. A geometric conservation rule is also incorporated into the simulation code in order to deal with a moving boundary problem. For the unsteady simulation, a fractional step method is adopted. The law of wall is applied to the wall boundaries and standard $k-\epsilon$ model is used to describe the in-cylinder turbulent flow. The model cylinder has one eccentric port, flat piston and flat cylinder-head. The comparisons with experimental data show fairly well qualitative agreement.

기호설명

b_ϕ^n 이산화식의 생성항중 이전시간단계에 관한 부분. 식 (6)
 $C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}, C_\mu$ $k-\epsilon$ model에서 사용되는 상수
 k 난류운동에너지
 p 압력
 r 반경방향으로 중심으로부터의 거리
 S_ϕ ϕ 에 관한 지배방정식의 생성항
 t 시간 좌표
 U_{rz} u_r 과 u_z 를 rz Plane상에 나타낸 속도
 $U_{r\theta}$ u_r 과 u_θ 를 $r\theta$ Plane상에 나타낸 속도
 u 속도

u_g 움직이는 격자의 축방향속도
 \tilde{u}_z 움직이는 좌표계에 대한 축방향의 상대속도
 V_p 피스톤의 순간 속도
 z 실린더헤드로부터의 축방향 거리
 z_p 실린더헤드로부터 피스톤의 축방향 거리
 Γ_ϕ 종속변수 ϕ 에 관한 확산 계수
 ϵ 난류운동에너지 소산율
 θ 원주방향각도
 μ 유체의 점성계수
 μ_e 유효 점성계수
 μ_t eddy or turbulent viscosity
 ν_t 와점도
 ξ 계산영역에서의 축방향거리
 ρ 유체의 밀도
 σ Schmidt number

* 서울대학교 대학원 기계공학부

** 서울대학교 기계항공우주공학부

ϕ 종속변수

상점자

n 이전 시간단계

$n+1$ 현재 시간단계

* 보정 속도

^ 중간 속도

1. 서론

엔진내부로 공기 또는 혼합기가 유입되면서 발생하는 복잡한 유체유동은 기관성능과 포트, 연소실 설계와 관련되어 많은 연구자들의 중요한 연구과제이다. 유동의 난류강도를 증가시켜 연소시 화염을 빠르게 전파시킴으로써 연소속도 저하와 초기 점화 불안정성 문제를 해결할 수 있다. 이러한 난류강도를 증가시키기 위해 스윙과 텀블이라는 각각 축방향과 그에 수직인 방향의 와류동이 있어야 한다. 또한 이러한 와류동은 연료와 공기의 혼합을 촉진시켜 기관의 성능향상에 기여한다. 경제성있는 고압축비 엔진은 고난류강도, 희박연소에 의해 가능하다는 것을 고려하면 엔진내부유동에 관한 연구는 반드시 필요하다.

이에 대한 연구는 실험적인 연구가 처음 시도되었고 수치해석적 접근이 후속되었다. 실험적 연구는 열선 유속계와 레이저도플러 유속계를 사용하여 엔진내부유동장이나 난류강도를 측정하는 것을 중심으로 이루어졌다. 그러나 엔진내부유동은 복잡한 3차원 비정상유동이기 때문에 실험에 의한 유동특성의 규명은 매우 어렵다. 흡기 포트와 연소실 형상의 최적화가 시도되지만 실험에 의할 경우 긴 시간과 많은 노력을 요하게 되므로 수치적 접근이 대안이 될 수 있다. Gosman[1]은 이에 관한 사항을 비교적 잘 정리하였다.

기존 수치적 접근방법에도 많은 제약이 따르며 이러한 문제에 대한 대안으로 새롭게 Fractional step method를 도입한다. 엔진내부유동 해석은 계산격자의 움직임에 비례해 복잡한 경계형상과 비압축성 3차원 난류유동을 고려해야 하므로 시간이 많이 걸리게 된다. 그러나 Kim과 Moin[2], Choi 와 Moin [3]에 의해 사용된 Fractional step method는 비정상 유동계산에서 종래의 SIMPLE 방법에 비하여 계산시간을 상당히

절감할 수 있다.

그러나 Fractional step method를 사용하면 한가지 제약을 받아들여야 한다. Fractional step method는 비압축성유동 해석을 위해 개발되었으므로 이번 연구는 비압축성유동으로 모사될 수 있을 것으로 보이는 흡기과정으로 제한될 것이다. 그러나 흡기과정만의 고찰이라도 매우 유용한 정보를 제공할 수 있다. 흡기유동의 고찰은 포트설계에 이용될 수 있다. 실험적 방법으로 국내에서 편심률변화가 선회비에 미치는 영향에 관한 연구[4]와 포트형상이 선회비에 미치는 영향에 관한 연구[5] 등이 수행되고 있다. 수치적 연구도 이런 추세를 반영하여 Haworth[6] 이래로 실린더유동만 연구하는 것을 넘어 포트-실린더를 모두 해석하려고 시도하고 있다. 이런 연구는 포트(port) 최적화에 중요한 도구를 제공할 수 있다.

이번 연구는 흡기유동에 한하여 엔진내부유동에 Fractional step method를 적용하는 것이 타당한지 살펴보고 이를 바탕으로 엔진에 대한 유동해석을 수행함을 목표로 한다. 이를 위해 기존에 실험으로 수행된 엔진에 대해 유동해석을 수행하고 그 결과를 비교한다. 이는 비교적 저속(200 rpm)으로 운전되는 축대칭 엔진과 편심된 포트를 갖는 엔진에 대한 것이다. 여기에 난류모델로는 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였으며 경계에서 벽법칙으로 처리하였다.

2. 지배방정식

본 연구에서 해석하고자 하는 엔진에 대하여 적용한 좌표계는 원통좌표계이다. 원통좌표계상에서 축방향, 반경방향, 원주방향을 각각 z , r , θ 로 잡았다. 원통좌표계에 대한 일반적 형태의 보존방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho u_r\phi - r\Gamma_r \frac{\partial\phi}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\theta}(\rho u_\theta\phi - \Gamma_\theta \frac{\partial\phi}{\partial\theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z\phi - \Gamma_z \frac{\partial\phi}{\partial z}) = S_\phi \end{aligned} \quad (1)$$

위의 r , θ , z 에 관한 지배방정식은 피스톤의 운동을 반영할 수 있도록 r , θ , ξ 평면에 관한 식으로 다음과 같이 변환된다. 여기서 $\xi = z/z_p$ 이며 z_p 는 피스톤의 위치이다.

$$\frac{1}{z_p} \frac{\partial}{\partial t} (\rho z_p \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u_r \phi - r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_\theta \phi - \frac{\Gamma_\phi}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}) + \frac{1}{z_p} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \tilde{u}_z \phi - \frac{\Gamma_\phi}{z_p} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) = S_\phi \quad (2)$$

변환에서 z_p 는 순간 피스톤의 위치이고 \tilde{u}_z 는 움직이는 격자에 대한 유체의 상대속도이다. 즉 \tilde{u}_z 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{u}_z = u_z - u_g \quad (3)$$

여기서 u_g 는 계산 격자의 속도이며 다음과 같다.

$$u_g = \xi V_p \quad (4)$$

또 V_p 는 피스톤 속도이다.

이번 해석에서는 난류를 해석하기 위해, 난류 모델로 표준 $k-\varepsilon$ 모델을 사용하였다. 이 모델은 와점도 ν_t 를 경험식에서 취하지 않고 난류운동에너지와 난류운동에너지소산률의 관계로부터 결정한다. 이로 인해 3개의 운동량식 이외의 2개의 k, ε 에 관한 스칼라식이 지배방정식에 추가된다.

와점도는 $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ 의 관계를 통해 구한다. 실험을 통해서 구해지는 모델상수는 모두 표준적인 값을 사용하였다.

3. 수치해석

3.1 Fractional step method

앞 절에서 좌표변환된 지배방정식 식 (2)를 풀기 위해 Fractional step method의 4단계 시간전진법(four-step time advancement scheme)[3]을 적용한다. 연속방정식을 제외한 모든 종속변수에 관한 식을 시간에 대해 Crank-Nicolson 방법으로 전개한다. 이 때 압력과 관계된 항만은 과거의 값만을 취하며, 전개하면 다음과 같다. 여기서 삼첨자 \wedge 은 중간속도(intermediate velocity), *는 보정속도(correction velocity) 이고 n 과 $n+1$ 은 각각 이전 시간단계와 현재 시간단계를 의미한다.

$$f_i(\phi) = \frac{2z_p \rho \phi}{\Delta t} + \left[\frac{z_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r \tilde{u}_r \phi) - \frac{z_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Gamma_\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r}) \right] + \left[\frac{z_p}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho \tilde{u}_\theta \phi) - \frac{z_p}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\Gamma_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}) \right] + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \tilde{u}_z \phi) - \frac{\partial}{\partial \xi} (\Gamma_\phi \frac{1}{z_p} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) \right] + z_p S_\phi + b_\phi^* \quad (5)$$

$$b_\phi^* = -\frac{2z_p \rho \phi^n}{\Delta t} + \left[\frac{z_p^n}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u_r^n \phi^n) - \frac{z_p^n}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Gamma_\phi r \frac{\partial \phi^n}{\partial r}) \right] + \left[\frac{z_p^n}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_\theta^n \phi^n) - \frac{z_p^n}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\Gamma_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^n}{\partial \theta}) \right] + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho (\tilde{u}_z)^n \phi^n) - \frac{\partial}{\partial \xi} (\Gamma_\phi \frac{1}{z_p^n} \frac{\partial \phi^n}{\partial \xi}) \right] + z_p^n S_\phi^n \quad (6)$$

압력을 제외한 다섯 개의 종속변수에 대하여 $f_i(\phi) = 0$ 를 만족하도록 구하며 속도에 관한 것은 다음 단계속도를 구하기 위해 보정이 필요하나 난류에 관한 스칼라량은 임시적 값이 곧 다음 단계의 값으로, 즉 $\hat{k} = k^{n+1}$, $\hat{\varepsilon} = \varepsilon^{n+1}$ 로 처리한다. 속도 보정에 관한 절차는 다음과 같다.

$$\frac{u_i^* - \hat{u}_i}{\Delta t} = \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \quad (8)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \quad (9)$$

속도보정되는 절차에 대해 언급하자면, 식 (7)에서 임시속도를 이용해 보정속도를 구하고 식 (8)에서 보정속도를 이용해 압력장을 구하게 되고 마지막 식 (9)에서 최종적 다음시간단계의 속도를 구한다. 이것이 4단계 시간전진법이다.

3.2 차분화

격자계는 Fig.1에 나타내었으며 해석에서는 엇갈림격자를 사용하였다. 이산화를 위해 검사체적에 기초한 유한체적법을 사용하였다[7].

또한 차분된 식은 유동변수에 대한 가정을 요하게 된다. 이번 연구에서는 확산항에 대해서는 중심차분방법을, 대류항에 대해서는 유동변수에 대해서 선형상류차분법(Linear upwind differencing scheme; LUDS)을, 난류와 관련된 스칼라 변수에 대해서 상류차분법(Upwind differencing scheme; UDS)을 사용하였다. 일반적으로 선형상류차분법(LUDS)은 상류차분법(UDS)에 비하여 정확한 방법으로 알려져있다. 그러나 난류운동에너지와 난류운동에너지소산률과 같이 변수가 항상 양수여야 하는 경우에 대하여서는 안정성을 위해 계수가 양인 조건을 만족하는 1차 정확도를 갖는 차분법을 사용하였다[7].

3.3 해석방법

전체적인 계산순서는 다음과 같다.

- (1) 이전 시간 단계의 ϕ^n 을 읽는다.
- (2) 식 (6)을 이용해 b_ϕ^n 을 구한다.
- (3) 이산화식 (5)를 풀어 $\hat{u}_r, \hat{u}_\theta, \hat{u}_z,$
 $\hat{k} = k^{n+1}, \hat{\varepsilon} = \varepsilon^{n+1}$ 를 구한다.
- (4) (3)의 과정의 결과가 수렴하면 (5)로 가고
 아니면 (3)을 반복한다.
- (5) \hat{u} 를 이용해 식 (7)에 대입하면 보정속도
 u^* 를 구한다.
- (6) 식 (8)을 FFT를 이용하여 풀어 압력을 구한
 다.
- (9) 식 (9)를 이용하여 u^{n+1} 을 구한다.

수렴조건은 속도, 난류운동에너지, 난류운동에
 너지 소산률에 대하여 유수(residue)값이 첫 번째
 계산에서 얻은 값의 10^{-5} 이 되는 것을 기준으
 로 하였다. 압력의 경우에도 동일한 기준을 사용
 하였다.

3.4 경계조건

경계처리를 위해 가장 주의를 기울여야 할 것
 은 벽법칙을 도입했다는 것이다. 벽경계가 아닌

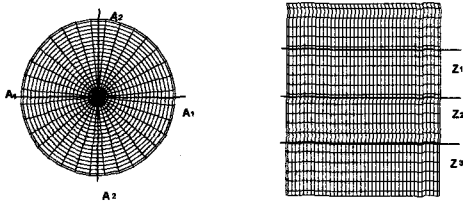


Fig.1 Grid system

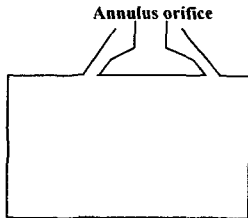


Fig.2 The shape of off-center engine

유출입경계의 경우는 그렇게 복잡하지 않으므로
 다음 절에서 다루는 초기조건과 유사하게 주면
 된다. 입구에서는 균일유동이 들어온다고 가정하
 였으며 유량은 피스톤의 움직임에 따라 유량이
 보존되도록 하였다.

3.5 초기조건

속도는 처음에 유체가 정지한 상태에서 시작하
 였으며 초기 난류운동에너지값은 모든 영역에서
 평균피스톤속도 \bar{V}_p 의 1%로 하였다. 초기 난류
 운동에너지소멸률은 다음과 같이 주었다.

$$\varepsilon_0 = C_\mu \frac{k_0^{1.5}}{0.005D}$$

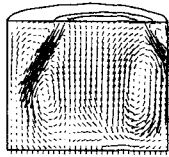
여기서 D 는 실린더의 지름이다.

4. 결과 및 고찰

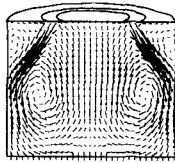
개발된 3차원 엔진유동해석 코드의 검증을 위
 하여 단순한 엔진에 대해 비교할 만한 실험한 결
 과로 Morse[9] 등의 실험이 본 해석의 경우와 매
 우 유사하였다. 엔진은 비교적 단순한 형태를 가
 졌다. 평평한 실린더헤드와 평평한 피스톤을 가
 졌으며, 밸브 역시 환형 오리피스로 대치되어
 밸브에 복잡한 경계를 쓰지 않아도 된다. Fig.2에
 밸브를 비롯한 엔진의 모형을 나타내었다.

엔진 사양은 200rpm으로 운전되며, 시트각 60
 도에 보어지름 75mm이며 스트로크가 지름의 0.8
 배가 되며 압축비가 3이 된다. 시간 단계는
 0.0005초로 하였는데 이는 180도 까지 진행하
 는데 300시간단계가 필요하다. 격자는 r, θ, z
 방향으로 각각 $30 \times 32 \times 40$ 로 하였다.

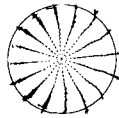
이 엔진에 대하여 유동해석을 수행한 결과를
 크랭크각 90도를 중심으로 고찰하였다. 우선, 유
 동장과 난류운동에너지분포를 살펴본다. Fig.3 은
 유동장이며 Fig.4는 난류운동에너지의 분포이다.
 자른 단면은 Fig.1의 격자에서 예시한 바와 같다.
 초기 밸브로부터 흡입된 제트유동은 실린더 벽으
 로 도는 와류와 중심으로 향하는 와류 두가지 와
 류를 생성한다. 이러한 와류가 90도까지 성장한
 것을 Fig.3의 Plane A에서 확인할 수 있다. 이에
 대응하는 난류강도의 분포 Fig.4를 보면 역시 난
 류강도의 분포가 유동장의 강한 영향을 받는 것
 을 알 수 있다. 이 등고선은 등간격으로 그린 것
 인데, 밸브로부터 흡입되는 강한 제트 유동을 따



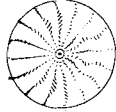
Plane A₁-A₁



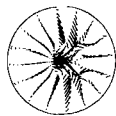
Plane A₂-A₂



Plane Z₁

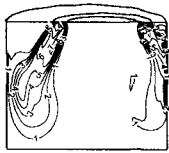


Plane Z₂

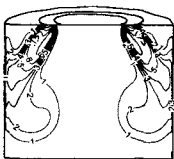


Plane Z₃

Fig.3 Distribution of Turbulence kinetic energy at 90° ATDC



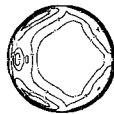
Plane A₁-A₁



Plane A₂-A₂



Plane Z₁



Plane Z₂

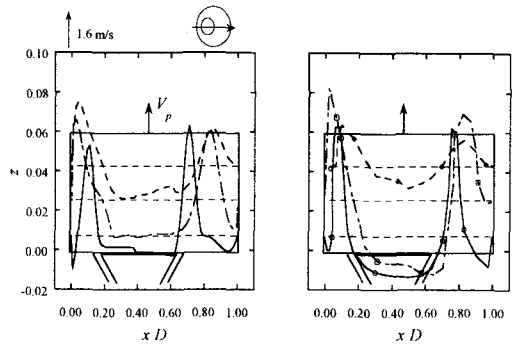


Plane Z₃

Fig.4 Distribution of Turbulence kinetic energy at 90° ATDC

라서 변화가 큼을 알 수 있다. 등고선은 등간격으로 그린 것이다.

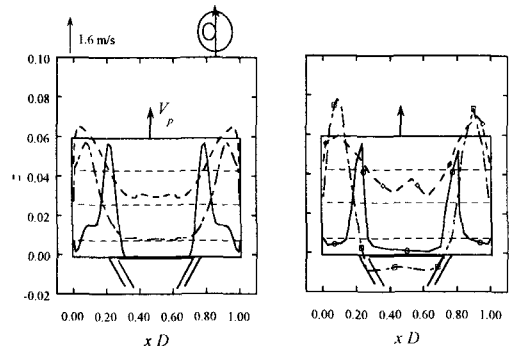
Fig.5와 Fig.6은 크랭크각 90도에서의 축방향 속도 프로파일을 실험치와 비교한 것이다. 각 그림의 우측 상단에 두 개의 원으로 된 그림은 단면



(a) present

(b) experiments

Fig.5 Axial velocity profiles at 90° ATDC Plane A₁-A₁



(a) present

(b) experiments

Fig.6 Axial velocity profiles at 90° ATDC Plane A₂-A₂

의 자른 방향을 표시한다. 두 가지 그림에서 (a)는 이번 해석에서 구한 각각의 축방향위치에서 원주방향으로의 축방향 속도 프로파일을 구한 것이다. (b)는 동일한 Morse의 실험치를 나타낸 것이다. 프로파일의 형태를 보면 (a)와 (b)가 비슷하다는 것을 볼 수 있다. 정성적인 일치성을 보이고 있다. 그러나 정량적으로는 불일치가 있다. 이러한 경향은 이와 수직으로 잘랐을 때인 Fig.11에서도 거듭 확인된다. 정성적으로 일치하지만 실험치의 경우 보다 밸브로부터 흡입된 제트유동이 약하고 넓게 퍼지는 경향이 나타난다. 이러한 경향은 Gosman의 동일한 엔진에 대한 수치해석[10]에서도 나타난다. 이는 아마 수치적 확산(numerical dissipation)때문인 것으로 보인다.

Gosman의 경우 피스톤 부의 속도에 역류가 일어나지 않는다. 그러나 본 해석의 경우 예측하고 있다. 그의 결과는 실험결과에 비해 실린더중심의 와류동이 작게 나타나는데 비해 본 해석결과는 비교적 와류동의 크기를 더 정확하게 예측하는 것으로 생각된다.

4. 결론

1) Fractional step method를 이용한 유동해석 코드를 개발하여 3차원 실린더 내부유동을 해석하였다.

2) 실험과의 비교에서 경향상의 유사함을 보여 주었지만, 실험치에 비해 흡입제트의 강도가 약하고 넓게 퍼지는 것으로 나타났다.

3) 난류운동에너지의 분포는 유동장의 강한 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) A. D. Gosman, " Flow Processes in cylinders", in J. H. Horlock and D. E. Winterbone (eds), *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*, Vol. II, Oxford University Press, 1986.
- (2) J. Kim and P. Moin, " Application of a fractional step method in incompressible Navier-Stokes equations", *J. Comp. Phys.*, Vol. 59, pp. 308-323, 1985.
- (3) H. Choi and P. Moin, "Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow", *J. Comp. Phys.*, Vol. 113, pp. 1-4, 1994.
- (4) 이지근, 주봉철, 강신재, 노병준, "나선형 흡기 포트의 편심을 변화에 따른 실린더 내 선회비 특성에 관한 실험적 연구", *한국자동차 공학회 논문집 제 4권 제 5 호*, pp. 70-81, 1996.
- (5) 김재웅, 최영돈, " 선회류 생성 DOHC 흡기 포트 형상의 실험적 최적화에 관한 연구", *한국자동차 공학회 논문집 제 5권 제 2호*, pp. 149-161, 1997.
- (6) D. C. Haworth, S.H. ElTahry, M. S. Huet, Shengming Chang, " Multidimensional Port-and-Cylinder Flow Calculations for Two-and Four-Valve-Port Cylinder Engines: Influence of Intake Configuration on Flow Structure", SAE paper No. 900257 , 1990.
- (7) S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mcgraw-Hill, 1980.
- (8) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, *Numerical recipes in fortran with 2nd ed.*, Cambridge Univ. press, 1992.
- (9) A. P. Morse, J. H. Whitelaw and M. Ylanneskis, "The flow characteristics of a piston-cylinder assembly with an off-centre, open port", *Proc IMechE* 1980 Vol. 194, No. 31, pp. 291-299.
- (10) A. D. Gosman, Y. Y. Tsui and A. P. Watkins, "Calculation of three Dimensional air motion in model engine", SAE paper 840224.