

## 동심 환형관 내의 난류유동의 직접수치모사

정서윤\* · 리광훈\*\* · 성형진\*\*\*

### DNS of turbulent concentric annular pipe flow

Seo Yoon CHUNG, Gwang Hoon RHEE and Hyung Jin SUNG

**Key Words:** Concentric Pipe (동심 환형관), DNS (직접수치모사), Transverse Curvature Effect (횡방향 곡률 효과)

#### ABSTRACT

Direct numerical simulations (DNS) is carried out to study fully-developed turbulent concentric annular pipe flow with two radius ratios at  $Re_{pb} = 8900$ . In case of  $R_1/R_2 = 0.5$ , the present result for the mean flow is in good agreement with the previous experimental data. Because of the transverse curvature effects, the distributions of mean flow and turbulent intensities are asymmetric in contrast to those of other fully-developed flows (channel and pipe flow). From the distributions of skewness of radial velocity fluctuations, it can be identified that all of the characteristics of channel, pipe and turbulent flow on a cylinder in axial flow can be appeared in concentric annular pipe flow.

#### 1. 서론

환형관 내의 유동은 석유 산업에서의 시추작업이나 핵 반응기 내의 연료장치의 냉각 같은 분야에 공학적으로 응용이 되고 있다<sup>(1),(2)</sup>. 특히 시추작업에서 생기는 절삭된 물질의 이송이나 마찰열, 드릴의 마모 같은 문제를 해결하는데 환형관 유동에 대한 연구가 필요하다고 할 수 있다. 그리고 환형관 유동은 공학적인 응용 측면 뿐만 아니라 완전 발달된 난류유동의 일반적인 특성을 가지고 있다는 점에서 주목할 만하다. 예를 들어 동심 환형관의 경우 서로다른 속도와 난류량의 분포를 가지는 두 개의 경계층을 가지고 있고 파이프나 채널 유동이 환형관 유동의 극한적인 경우라 할 수 있기 때문에 환형관 유동에 대한 상세한 연구가 완전 발달된 난류유동의 일반적인 특성을 이해하는데 많은 도움이 된다고 볼 수 있다.

지금까지 동심 환형관 유동에 대한 연구는 주로 실험적으로 이루어졌다. 실험적인 연구에서 논란이 됐던

문제는 축 방향의 평균속도가 최대가 되는 지점과 전단응력이 0이 되는 위치의 일치 여부에 있었다. Knudsen & Katz<sup>(3)</sup>, Brighton & Jones<sup>(4)</sup>, Quarmby<sup>(5)</sup>는 평균 속도가 최대가 되는 위치와 전단응력이 0이 되는 위치는 같다고 주장했다. 이에 반해 Rehme<sup>(6)</sup>은 보다 정확한 측정을 통해 두 위치가 서로 다르고 전단응력이 0이 되는 위치가 최대속도가 되는 위치보다 안쪽 벽에 가깝다는 것을 확인했다.

Nouri 등<sup>(1)</sup>과 Escudier 등<sup>(2)</sup>은 LDV를 이용하여 공학적으로 가장 많이 응용될 수 있는 반경비 ( $\alpha = R_1/R_2$ ) 가 0.5인 형상에 대한 유동장 측정을 했다. 이들은 실제 유동 특성이 비뉴턴유체 인 점을 고려하여 뉴턴유체와 비뉴턴유체에 대해 실험을 수행했다.

실험적인 연구 외에 해석적인 방법과 수치적인 방법을 이용한 연구도 진행되어 왔다<sup>(7),(8)</sup>. Azouz 등<sup>(8)</sup>은 자신들이 제시한 one-layer 혼합거리모델과 Michiyoshi & Nakajima<sup>(7)</sup>의 two-layer 혼합거리모델, Speziale 등<sup>(9)</sup>의  $k-\tau$  모델을 이용해서 유동장에 대한 수치해석을 수행하고 Nouri 등<sup>(1)</sup>의 실험결과와 비교했다. 이들은 one-layer 혼합거리모델이 다른 모델보다 간단하고 그에 따라 계산시간을 단축시키면서 기존의 실험 결과와 잘 일치함을 보였다.

환형관 유동은 횡방향의 곡률을 가지는 유동의 일종이라 할 수 있다. 반경비가 작은 경우 안쪽 벽면 근처의 난류구조는 실린더 주위의 축방향 유동과 유사하다고 보고된바가 있다<sup>(5),(10)</sup>. Neves 등<sup>(11)</sup>과 Shin & Choi<sup>(12)</sup>는 실린더 주위의 축방향유동에 대한 직접수치

\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 정회원, 순천대학교 기계자동차공학부

\*\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : hjsung@kaist.ac.kr

Tel : 042-869-3067 Fax : 042-869-5027

모사를 수행했다. 그들은 실제로 공간상으로 발달하는 실린더 주위의 난류경계층을 해석하는데 드는 어려움을 배제하기 위해 약한 압력구배를 갖는 중심이 같은 실린더 사이의 유동으로 문제를 가정했다. 그들은 수치결과를 통해 로그영역에서의 평균속도 기울기나 난류강도, 벽면 근처의 축방향 평균속도의 세기가 곡률 효과가 클수록 줄어든다는 것을 보였다. 그리고 에너지 분배 파라미터를 통해 곡률 효과가 커질수록 축방향의 에너지가 다른 두 방향으로 재분배되는 정도가 줄어든다는 것을 나타냈다. 한편 반경비가 작을 경우 안쪽 벽면과 달리 바깥쪽면에서의 유동구조는 파이프 유동과 유사할 것이라고 추측된다. 본 연구에서는 환형관 유동에 대한 직접수치모사(DNS)를 수행하고자 한다. 이를 위해 먼저 직접수치모사를 위한 코드를 개발하고 환형관 내의 유동장에 대한 수치해석을 수행해서 여태껏 실험적 또는 수치적 연구들에서 밝혀진 평균속도와 난류강도 분포와 같은 난류통계량 등을 얻는다. 그리고 고차통계량이나 순간 유동장 등을 구해 실린더 주위의 축방향 난류유동<sup>(11)</sup>과 파이프 유동<sup>(13)</sup>에 대한 기존의 수치해석결과와의 비교를 통해 안쪽 벽면과 바깥쪽 벽면에서의 난류구조, 다시 말해 철면(convex surface)과 요면(concave surface)에서의 난류구조를 비교, 파악하려 한다.

## 2. 수치적 방법

### 2.1 지배방정식

실린더 좌표계에서 무차원화된 비압축성 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{Dq_\theta}{Dt} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial q_\theta}{\partial r} \right) - \frac{q_\theta}{r^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 q_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 q_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial q_r}{\partial \theta} \right], \\ \frac{Dq_r}{Dt} &= -r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial q_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 q_r}{\partial \theta^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 q_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial q_\theta}{\partial \theta} \right], \\ \frac{Dq_z}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial q_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 q_z}{\partial \theta^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 q_z}{\partial z^2} \right] \\ \frac{1}{r} \frac{\partial q_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial q_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

여기서  $\frac{D}{Dt}$ 는 물질미분을 나타내며 자세한 식은 부록에 나타나 있다. 지배방정식은  $q_\theta = v_\theta$ ,  $q_r = r \cdot v_r$ ,  $q_z = v_z$ 의 변수로 나타낸다<sup>(14)</sup>.  $v_\theta, v_r, v_z$ 는 각각 원주방향, 반경방향, 축방향의 속도를 나타낸다. 모든 변수들은 특성 속도와 특성 길이로 무차원화 되었으

며,  $Re$ 는 레이놀즈 수를 나타낸다.

### 2.2 경계조건 및 계산 영역 결정

경계조건으로는 축방향과 원주방향으로 주기적인 경계조건이 사용되었다. 환형관 벽면에서는 속도 성분에 대해 no-slip 조건이 사용되었고 압력에 대해서는 Neumann 조건이 사용되었다.

Fig. 1은 계산영역의 개략도를 나타낸 것이다. 곡률 효과가 환형관 내의 벽면 근처의 유동장에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 반경비( $\alpha = R_1/R_2$ )가 0.5, 0.09인 경우에 대해 계산을 수행했다. Fig. 2와 3은 각각의 경우에 대한 축방향속도의 자체상관함수를 나타낸 것이다. 여기서 (a),(b)는 각각 안쪽과 바깥쪽 벽으로부터 벽단위로 5만큼 떨어진 곳에서의 축방향으로의 속도상관함수를 나타내고 (c),(d)는 각각 (a),(b)에 해당하는 위치에서의 원주방향으로의 속도상관함수를 나타낸다. 축방향으로의 계산영역 길이는 Fig. 2와 3의 (a),(b)를 통해 가장 큰 난류를 모사할 수 있을 정도로 충분히 크다는 것을 확인했다.  $\alpha=0.5$ 인 경우 원주방향으로 전체영역에 대해 계산하지 않고 1/4의 영역에 대해서만 계산을 수행했다. Fig. 2의 (c),(d)을 통해 1/4의 영역만을 풀어도 원주방향으로의 주기적인 조건을 사용할 수 있다는 타당성을 제시하고 있다.

Table 1은 계산영역 길이 및 격자 정밀도를 나타낸 것이다. 여기서  $R_1, R_2$ 는 각각 안쪽과 바깥쪽의 실린더 반지름을 나타내고  $N_1, N_2, N_3$ 는 각각 반경방향, 원주방향, 축방향으로의 계산격자수를 나타낸다. 계산격자는 원주방향과 축방향으로 균일격자를 사용하였고, 반경방향으로는 hyperbolic tangent 함수를 이용한 불균일 격자를 사용하였다.

### 2.3 수치적 방법

본 연구에서는 Kim 등<sup>(15)</sup>에 의해 제시된 Navier-Stokes 방정식의 모든 항을 Crank-Nicolson 방법을 사용하여 완전 내재적인 (fully-implicit) 방법으로 시간과 공간에 대하여 동시에 차분하여 행렬식을 구성한 방법을 사용했다. 이 방법으로 Kim 등<sup>(15)</sup>은 decaying vortex problem을 계산해서 제시된 수치 방법이 시간에 대해 2차 정확도를 가지는 것을 조사했고 minimal channel flow에 대한 직접수치모사를 수행하여 난류 유동해석의 타당성을 검증했다. 본 연구에서도 파이프 유동에 대한 직접수치모사를 통해 실린더 좌표계에 대한 위의 수치적 방법을 검증했다. 이 방법은 복잡한 난류 유동의 직접수치모사에서 정확도를 가지면서 대류항의 내재적인 처리로 인해 결합되는 속도 성분을 분리함으로써 반복적인 계산을 하지 않아서 계산시간을 단축시키는 효율적인 방법이라 할 수 있다.

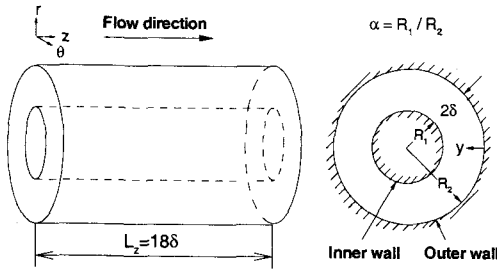


Fig. 1 Schematic diagram of concentric annular pipe.

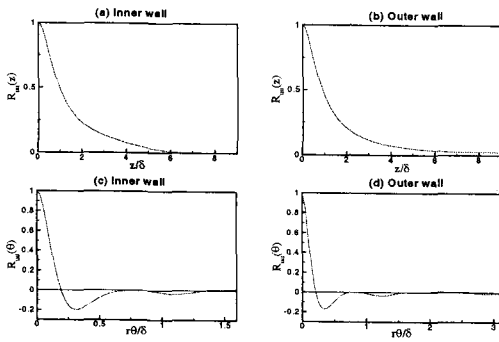


Fig. 2 Two-point correlation coefficients of velocity fluctuations ( $\alpha = 0.5$ ).

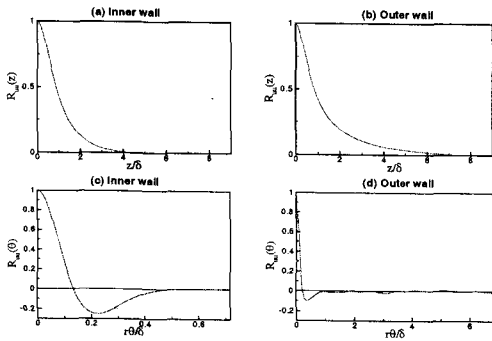


Fig. 3 Two-point correlation coefficients of velocity fluctuations ( $\alpha = 0.09$ ).

### 3. 수치결과 및 고찰

#### 3.1 평균 유동장 특성

Table 2는 평균 유동장의 파라미터를 나타낸 것이

$\alpha$	0.5	0.09
$L_z$	$18 \delta$	$18 \delta$
$L_z^+$	2747, 2605	3258, 2574
$L_{\theta_i}^+$	479.5, 454.5	227.5, 179.7
$L_{\theta_o}^+$	958.75, 909.25	2501.96, 1976.69
$\Delta z^+$	14.3, 13.6	16.97, 13.41
$(R_1 \Delta \theta)^+$	3.75, 3.55	1.18, 0.94
$(R_2 \Delta \theta)^+$	7.49, 7.10	13.03, 10.30
$\Delta r_i^+$	0.25, 0.24	0.3, 0.237
$\Delta r_o^+$	0.25, 0.24	0.3, 0.237
$\Delta r_{\max}^+$	12.96, 12.29	15.37, 12.15
$(N_1, N_2, N_3)$	(65, 128, 192)	(65, 192, 192)

Table 1 Grid resolution.

$\alpha$	0.5		0.09	
Wall	Inner	Outer	Inner	Outer
$Re_{D_h}$	8900		8900	
$Re_\delta$	3355		3497	
$Re_\tau$	151	144	181	143
$C_f$	$9.41 \cdot 10^{-3}$	$8.49 \cdot 10^{-3}$	$1.32 \cdot 10^{-2}$	$8.26 \cdot 10^{-3}$
$u_c / u_\tau$	22.09	23.26	19.33	24.46
$u_m / u_\tau$	14.65	15.43	12.30	15.56

Table 2 Mean flow parameters.

다. 여기서  $Re_{D_h}$ 는 평균 속도  $U_m$ 와 hydraulic diameter  $D_h (= 4\delta)$ 으로 나타낸 레이놀즈 수이다. 그리고  $Re_\delta$ 는  $Re_{D_h}$ 에 따른 값으로 층류 중심 속도  $U_c$ 와 벽면 사이의 반간격  $\delta$ 로 나타낸 것이다. Table 2에서 나타난 것처럼 표면 마찰 계수값은 안쪽 벽면이 바깥쪽 벽면에서보다 높게 나타난 것을 알 수 있고 반경비 ( $\alpha = R_1 / R_2$ )가 작아질수록 안쪽 벽면과 바깥쪽 벽면에서의 표면마찰계수가 서로 더 큰 차이를 보이는 것을 또한 알 수 있다.

Fig. 4는 평균 속도 분포를 나타낸 것이다. 여기서  $y$ 는 바깥쪽 벽면으로부터의 거리를 나타낸다. (a)의  $\alpha = 0.5$ 인 경우 Nouri 등<sup>(1)</sup>의 실험 데이터와 비교했다. 실험치가 수치결과보다 더 크게 나타나는데 이것은 실험측정에서의 오차에서 기인한 것으로 보인다. 그 이유로 반경방향으로 실험데이터를 적분한 양이 실험치의 경우 1보다 크게 나타나는 것에 비해 수치결과는 정확히 1을 나타내는 것을 들 수 있다. 이는 one-layer 혼합거리모델을 이용한 수치해석연구에서도 지적된 바 있다<sup>(8)</sup>. 위의 문제를 고려하여 실험 데이터를 다시 재구성하여 나타냈을 때는 수치결과와 거의 일치하는 것

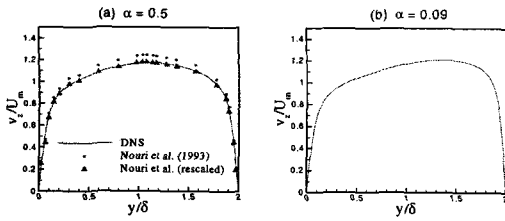


Fig. 4 Mean velocity distributions.

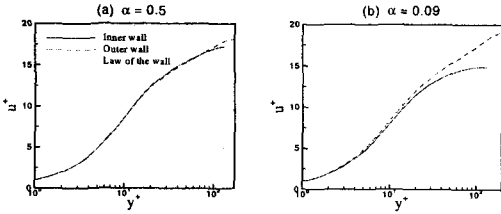


Fig. 5 Mean velocity distributions for the law of the wall.

을 알 수 있다. 그리고 (a), (b)를 비교해볼 때 반경비가 작을수록 속도 분포가 안쪽벽면으로 치우쳐짐을 알 수 있다.

Fig. 5는 마찰속도로 무차원화된 평균 속도 분포를 나타낸 것이다. (a)에서는 안쪽과 바깥쪽의 속도분포의 차이가 거의 없고 반면 (b)에서는 로그 영역에서 안쪽 벽면근처의 속도 기울기가 바깥쪽의 것에 비해 작아지는 것을 볼 수 있다. 이것은 실린더 주위의 축방향 난류유동의 수치모사<sup>(11)</sup>에서도 나타난 것처럼 안쪽실린더의 반지름의 감소로 인한 곡률의 영향이라 할 수 있다.

### 3.2 난류강도

Fig. 6은 속도 성분의 섭동량에 대한 rms (root-mean-square) 값을 나타낸 것이다. 채널이나 파이프 유동에서 나타나는 대칭적인 분포와는 달리 rms 값이 최소가 되는 지점이 안쪽 벽면으로 치우쳐져 있고 안쪽 실린더의 곡률이 클수록 더 심하게 나타나는 것을 알 수 있다. 그리고 rms값이 최소가 되는 지점을 중심으로 볼 때 바깥쪽 벽면쪽의 값이 안쪽 벽면쪽의 값보다 큰 것을 알 수 있다. 이것은 곡률 효과의 영향이라 할 수 있는데 바깥쪽벽의 길면적보다 커서 같은 부피에 대해서 더 많은 난류를 제공하기 때문이다. 이는 Fig. 7을 통해서도 확인할 수 있다.

Fig. 8은 에너지 분배 파라미터 분포를 나타낸 것이다. 여기서  $K^* = \frac{2}{v_r'^2 + v_\theta'^2} v_z'^2$ 로 평균 유동에 수

직한 성분의 난류에너지에 대한 평균 유동 방향의 난류에너지의 비를 나타낸다. Fig. 8의 (a),(b)에서 안쪽 벽면 근처의 값이 바깥쪽보다 큰 것을 알 수 있는데 이것은 바깥쪽 벽면 근처에서의 에너지 분배가 안쪽보

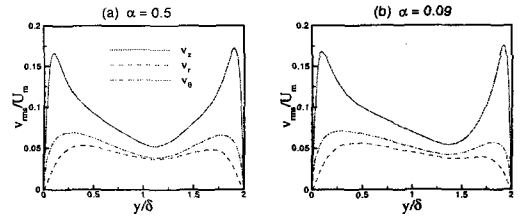


Fig. 6 Root-mean-square velocity fluctuations.

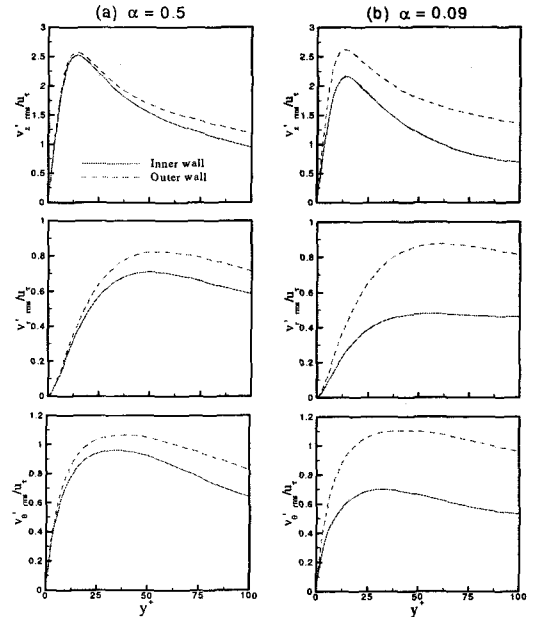


Fig. 7 Root-mean-square velocity fluctuations normalized by friction velocities.

다 잘 이루어지기 때문이다.

Fig. 9는 레이놀즈 응력과 전체 전단 응력(total shear stress)을 나타낸 것이다. 평균속도나 rms 분포처럼 전단 응력이 0이 되는 지점이 안쪽벽으로 치우쳐져 있고 그 위치는 평균 속도가 최대가 되는 지점보다 더 안쪽에 있는 것을 알 수 있다. (a)에서는 거의 비슷하게 나타나지만 (b)에서는 확실히 더 안쪽에 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 이전의 실험적인 조사에서도 보고된 바 있다<sup>(6)</sup>. 그리고 전단 응력은 곡률 효과로 인해 채널이나 파이프 유동에서의 직선 형태가 아닌 곡선을 띠게 됨을 알 수 있다. 아울러 (c),(d)를 통해 rms분포에서처럼 바깥쪽벽 근처에서의 값이 안쪽벽보다 큰 것을 알 수 있다.

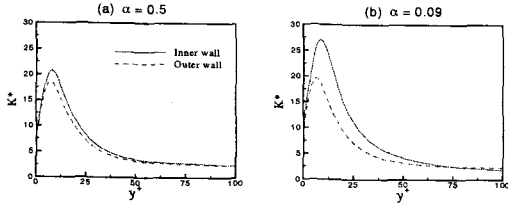


Fig. 8 Energy partition parameter.

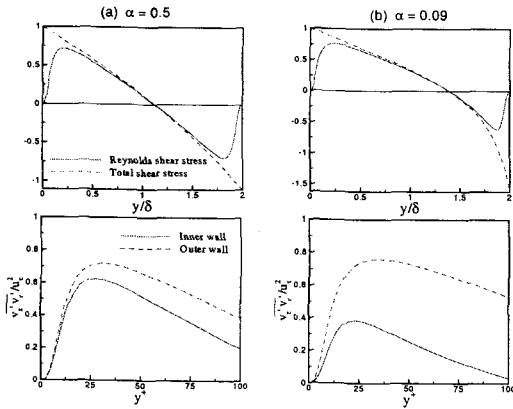


Fig. 9 Reynolds shear stress and total shear stress distributions.

### 3.3 고차 통계량

Fig. 10은 속도 섭동량의 비대칭도(skewness)를 나타낸 것이다. 상단의 두 그림은 축방향 속도에 대한 값으로 안쪽 실린더의 곡률이 작을 때는 양 벽면쪽의 값이 서로 비슷하게 나타나지만 곡률이 클 때는 바깥쪽이 안쪽보다 더 큰 것을 알 수 있다. 중간의 그림들은 반경방향의 속도에 대한 값으로 안쪽과 바깥쪽 벽면 근처의 경향이 확연히 다른 것을 알 수 있다. 먼저 (a)의 경우 안쪽 벽면 근처의 분포는 벽면에서 바깥쪽으로 (+), (-), (+) 값을 가지는 것을 볼 수 있다. 이것은 난류채널유동의 수치모사에서 나타난 결과와 비슷한 경향을 보이고 있는 것이다<sup>(16)</sup>. 반면 바깥쪽 벽면쪽에서는 0이 되는 지점을 중심으로 벽면 근처는 (-) 값을, 바깥쪽으로는 (+)의 값을 나타내는 것을 볼 수 있다. 이것은 난류파이프유동의 수치모사결과와 비슷한 경향이라 할 수 있다<sup>(13)</sup>. (b)에서 안쪽 벽면 근처는 (a)와는 달리 전 영역에서 (+)의 값을 가지고 바깥쪽은 (a)와 비슷한 경향을 보이는 것을 알 수 있다. 안쪽에서의 분포는 실린더 주위의 축방향 난류유동의 수치모사 결과와 비슷한 경향을 보이고 있다<sup>(11)</sup>. 이 두 그림을 통해 환형관 내의 난류유동은 채널이나 파이프, 실린더 주위의 축방향 난류유동의 특성을 모두 가질 수 있다는 사실을 알 수 있다.

밑의 두 그림은 원주방향의 속도에 대한 값으로 대칭성에 의해 모두 0에 가까운 분포를 나타내는 것을 볼 수 있다.

Fig. 11은 속도 섭동량에 대한 편평도를 나타낸 것이다. 여기서 가우시안 분포 (Gaussian distribution)에

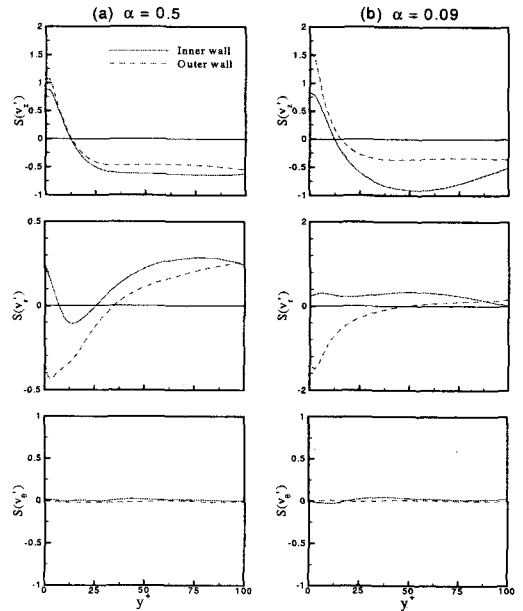


Fig. 10 Skewness distributions of velocity fluctuations.

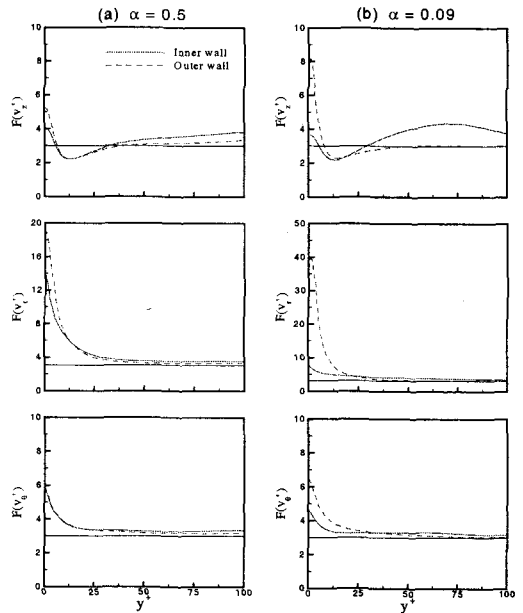


Fig. 11 Flatness distributions of velocity fluctuations.

따른 편평도 값 ( $F=3$ )은 직선으로 나타났다. 벽면 근처의 분포를 볼 때 대체로 바깥쪽 벽에서의 값이 안쪽보다 큰 것을 알 수 있다. 이는 바깥쪽 벽면 근처의 간헐성(intermittency)이 안쪽보다 크다는 것을 의미한다.

#### 4. 결론 및 향후 계획

본 연구에서는 동심 환형관 내 난류유동에 대한 직접 수치모사를 통해 평균 속도와 난류 강도 같은 여러 난류 통계량들을 구할 수 있었다. 평균 속도와 난류 강도의 분포는 채널이나 파이프와는 달리 비대칭적으로 나타났고 이는 곡률 효과로 인한 현상이라 할 수 있다. 그리고 반경방향 속도 성분량의 비대칭도를 통해 환형관 유동은 채널이나 파이프 유동의 특성을 동시에 지닐 수 있다는 것을 알 수 있었고 이는 완전 발달된 난류 유동의 일반적인 특성을 이해하는데 환형관 유동에 대한 세밀한 연구가 많은 도움을 줄 수 있다는 것을 뒷받침 해주는 결과라고 할 수 있겠다.

앞으로는 이런 결과를 토대로 난류에너지수지식(turbulent energy budget)과 순간유동장 등을 추가로 조사해서 곡률이 환형관 내 벽면 근처의 난류 구조에 미치는 영향을 좀 더 명백히 밝히는 작업이 필요하다고 사료된다.

#### 후기

이 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 일환으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

#### 부록

$$\frac{Dq_\theta}{Dt} = \frac{\partial q_\theta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta q_r}{\partial r} + \frac{q_\theta q_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta^2}{\partial \theta} + \frac{\partial q_\theta q_z}{\partial z}$$

$$\frac{Dq_r}{Dt} = \frac{\partial q_r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{q_r^2}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{q_\theta q_r}{r} \right) + \frac{\partial q_r q_z}{\partial z} - q_\theta^2$$

$$\frac{Dq_z}{Dt} = \frac{\partial q_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_r q_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta q_z}{\partial \theta} + \frac{\partial q_z^2}{\partial z}$$

#### 참고문헌

- (1) Nouri, J.M., Umur, H. and Whitelaw, J.H., 1993, "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 253, pp. 617-641.
- (2) Escudier, M.P., Gouldson, I.W. and Jones, D.M., 1995, "Flow of Shear-thinning Fluids in a Concentric Annulus," *Exp. in Fluids*, Vol. 18, pp. 225-238.
- (3) Knudsen, J.G. and Katz, D.L., 1950, "Velocity Profiles in Annuli," *Proceedings of Midwestern Conference on Fluid Mechanics*.
- (4) Brighton, J.A. and Jones, J.B., 1964, "Fully Developed Turbulent Flow in Annuli," *J. of Basic*

- Engng.*, Vol. 86, pp. 835-844.
- (5) Quarmby, A., 1967, "An Experimental Study of Turbulent Flow through Concentric Annuli," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 9, pp. 205-221.
- (6) Rehme, K., 1974, "Turbulent Flow in Smooth Concentric Annuli with Small Radius Ratios," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 64, pp. 263-287.
- (7) Michiyoshi, I. and Nakajima, T., 1968, "Fully Developed Turbulent Flow in a Concentric Annulus," *J. of Nuclear Science Technology*, Vol. 5, pp. 354-359.
- (8) Azouz, I. and Shirazi, S.A., 1998, "Evaluation of Several Turbulence Models for Turbulent Flow in Concentric and Eccentric Annuli," *J. of Energy Resources Technology-Trans. of the ASME*, Vol. 120, No. 4, pp. 268-275.
- (9) Speziale, C.J., Abid, R. and Anderson, E.C., 1992, "Critical Evaluation of Two-equation Models for Near-Wall Turbulence," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 324-331.
- (10) Jonsson, V.K. and Sparrow, E.M., 1966, "Experiments on Turbulent-Flow Phenomena in Eccentric Annular Ducts," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 25, pp. 65-86.
- (11) Neves, J.C., Moin, P. and Moser, R.D., 1994, "Effects of Convex Transverse Curvature on Wall-bounded Turbulence. Part 1. The Velocity and Vorticity," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 272, pp. 349-381.
- (12) Shin, D. and Choi, H., 1999, "Direct Numerical Simulation of Axial Turbulent Boundary Layer," *Proc. of the KSME 1999 Spring Annual Meeting*, pp. 50-55.
- (13) Eggels, J.G.M., Unger, F., Weiss, M.H., Westerweel, J., Adrian, R.J., Friedrich, R. and Nieuwstadt, F.T.M., 1994, "Fully Developed Turbulent Pipe Flow: A Comparison between Direct Numerical Simulation and Experiment," *J. Fluid Mech.*, Vol. 268, pp. 175-209.
- (14) Verzicco, R. and Orlandi, P., 1996, "A Finite-Difference Scheme for Three-Dimensional Incompressible Flows in Cylindrical Coordinates," *J. of Comput. Phys.*, Vol. 123, No. 2, pp. 402-414.
- (15) Kim, K.Y., Baek, S.-J. and Sung, H.J., 2000, "Fully-implicit Decoupling Method for Incompressible Navier-Stokes Equations," *KSME J.*, in press.
- (16) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., 1987, "Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 133-166.