

## 가스터빈 회전의 채널내 2차원 비정상 유동 및 열전달 특성에 관한 연구

구경하\* · 김윤제\*\*

### A Study on the 2-D Unsteady Flow and Heat Transfer on Turbine Rotor Passage

K.-H. Koo, Youn J. Kim

**Key Words:** Gas Turbine(가스터빈), Heat Transfer(열전달), Wake Passing(후류통과),  
LRN  $k-\epsilon$  Turbulence Model(저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델)

#### Abstract

The characteristics of unsteady heat transfer and boundary layer flow in the SSME turbine rotor passage are investigated with LRN  $k-\epsilon$  turbulence model. The unsteady flow and heat transfer in a rotor blade passage as a result of wake/blade interaction is modeled by the inviscid/boundary-layer flow approach. The relevant governing equations are discretized to a system of finite different equations by means of a BTBCS implicit method. These equations have been solved numerically, for the velocity and temperature fields using TDMA method. Heat flux on the blade surface and flow parameters in the rotor passage are calculated with wake interaction. Numerical results show that velocity, pressure, turbulent kinetic energy and heat flux on the blade surface are varied periodically by wake passing.

#### 1. 서 론

고속으로 회전하는 터빈이나 압축기와 같은 터보기계내의 유동은 회전익의 형상, 날개간의 근접성 및 고정익(stator)과 회전익(rotor)의 상대운동 등과 같은 다양한 요인들로 인하여 비정상성(unsteadiness)이 유발되며 이러한 터보기계내의 유동특성은 고온 연소가스에 노출되어 있는 터빈 회전익에서의 열전달 특성에 매우 큰 영향을 미치게 된다. 특히 축류형의 회전기계는 상류 익렬 또는 연소기에서의 점성효과에 기인하여 발생하는 후류(wake)가 비정상 유동의 지배적인 요인으로 작용하게 된다. 운동량 결핍과 높은 난류강도

의 특성을 갖는 후류의 영향으로 인하여 상류 익렬로부터 유출되는 유동의 속도는 원주방향으로 변하게 되며, 후류가 하류 익렬로 유입되면서 여러 조각으로 분리되어 하류 익렬로의 유입속도, 난류 유동장 및 열전달 특성을 주기적으로 변화시키게 된다. 따라서 보다 정숙한 운전특성 및 작동수명의 연장이라는 측면뿐만 아니라 최적의 냉각장치 설계 및 장착을 위해서 회전익 채널내의 다양한 유동특성이 고려된 익표면에서의 열전달 특성을 해석하는 것이 필요하다. 후류에 의한 회전익 채널내의 유동 및 열전달 특성 변화에 관한 연구는 많은 연구자들에 의하여 수행되어 왔다.

Dring 등[1]은 축류 터빈의 고정익과 회전익 간의 공기역학적 상호작용에 대하여 실험적으로 연구하였으며, 익표면에서의 시간평균압력과 순간압력 및 시간평균 열전달 계수를 측정하였다.

Binder와 Romey[2]는 차가운 공기를 작동유체

\* 성균관대학교 대학원

\*\* 성균관대학교 기계공학부

로 하여 단단(single-stage) 가스터빈에 대한 후류장이 존재하는 유동의 비정상성에 대하여 실험하였으며, 회전익의 채널내에 반경방향으로 회전하는 2개의 순환(circulation) 유동이 있다는 것을 규명하였다. Doorly[3]는 부합면의 경우, 경계층이 난류로 천이(transition)된 후 후류장이 경계층에 미치는 영향은 상대적으로 작으며 후류의 통과에 따른 난류강도의 증가 또한 난류 경계층에서의 열전달율에 크게 영향을 미치지 않는다는 것을 실험적으로 연구하였다.

Ashworth 등[4] 및 Zhang과 Han[5]은 실험을 통하여 자유유동의 난류강도와 후류장이 가스터빈 회전익에서의 경계층 천이와 열전달 특성에 미치는 영향을 연구하였다. Ashworth 등은 후류장이 존재하며 주유동의 난류강도가 상대적으로 낮은 경우, 난류강도의 증가에 따라 경계층 천이가 보다 빨리 발생하는 것을 보였으며, Zhang 등은 낮은 난류강도일 때, 후류장이 열전달율을 상승시키는 요인으로 작용하지만 난류강도가 높은 경우에는 후류에 의한 영향이 상대적으로 작다는 것을 보였다.

본 연구에서는 SSME(Space Shuttle Main Engine)터빈의 회전익을 대상으로 하여 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델을 적용한 비정상 2차원 경계층 방정식의 해를 구함으로써 익표면에서의 점성 영향 및 열전달 특성을 고찰하고자 한다. 자유유동의 난류강도 변화에 따른 회전익 표면에서의 열전달 특성을 해석하며, 후류장에 의한 영향을 고찰하기 위해 김윤재와 전용렬[6]이 제시한 비정상 비점성 유동해석 기법에  $k-\epsilon$  난류모델을 적용하여 난류유동의 해를 구하고 이를 경계층 방정식의 경계조건으로 사용한다.

## 2. 수치해석 기법

### 2.1 지배방정식

본 연구에서는 다음과 같은 2차원 압축성 난류 경계층 방정식을 사용하였다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \tilde{v})}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

운동량방정식 :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \tilde{v} \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right] \quad (2)$$

에너지방정식 :

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} + \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho \tilde{v} \frac{\partial H}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H}{\partial y} - \rho \overline{v'h'} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[ \mu \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right] u \right\} \quad (3)$$

여기서,  $x, y$ 는 각각 익표면을 따르는 방향과 이에 수직인 방향을 나타낸다.  $u, \tilde{v}$ 는  $x$ 방향으로의 시간평균속도 및  $y$ 방향으로의 질량평균속도이며,  $H$ 는 전체 엔탈피(total enthalpy)를 나타낸다.  $u', v'$ 와  $h'$ 는 각각 섭동속도(fluctuation velocity)와 엔탈피의 섭동량이다. 평균 정압  $P$ 는  $y$ 방향으로 일정하다고 가정하였으며, 따라서 유체의 물성치는 밀도  $\rho$ 와 점성계수  $\mu$  및 Prandtl 수  $Pr$ 에 의해 결정된다. 본 연구에서는  $Pr=0.7$ 을 사용하였으며, Fig. 1은 해석모델을 나타낸다. 또한, 난류응력  $-\rho \overline{u'v'}$ 는  $k-\epsilon$  난류모델에서의 선형 응력-변형률 관계를 이용하여 모델링하였다.

### 2.2 난류모델링

본 연구에서는 다음과 같은 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델을 이용하였다.

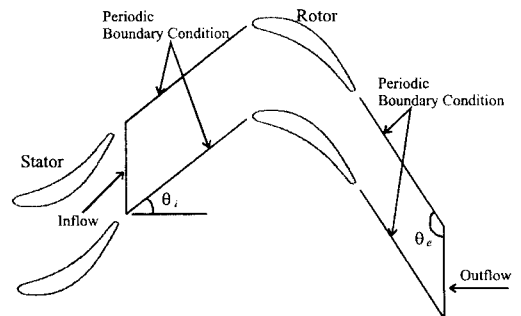


Fig. 1 Physical geometry

**난류운동에너지**

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho \tilde{v} \frac{\partial k}{\partial y} \\ & = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k - \rho \epsilon - D \end{aligned} \quad (4)$$

난류운동에너지 소산율 :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho \tilde{v} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} & = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \\ & + C_{\epsilon_1} f_1 \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon_2} f_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} + E \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $f_1$ 와  $f_2$ 는 벽면근접(near-wall)항이며  $D$ 와  $E$ 는 수치해석의 편이성을 도모하기 위해 벽면에서  $\epsilon_w = 0$ 인 조건을 만들기 위한 임의의 항이다. 난류운동에너지 생성을  $P_k$ 와 난류점성계수  $\mu_t$ 는 각각 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$P_k = -\rho \overline{u'v'} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

$$\mu_t = -C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

난류모델 상수는 Chien[7]이 제시한 값을 사용하였으며 Table 1에 그 값을 표기하였다.

**2.3 수치해석 기법 및 경계조건**

지배방정식 (1)~(5)의 해를 구하기 위하여, 방

**Table 1. Low-Reynolds-number function in LRN  $k-\epsilon$  turbulence model.**

constant	$C_\mu = 0.09, C_{\epsilon_1} = 1.35, C_{\epsilon_2} = 1.80,$ $\sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.30$
near-wall term	$D = 2\mu k / y^2,$ $E = -2\mu(\epsilon / y^2) e^{-0.5y^+},$ $f_1 = 1.0, f_2 = 1 - 0.22e^{-(Re_t/6)^2}$
turbulent Reynolds No.	$Re_t = \frac{k}{\nu \epsilon}$
friction velocity	$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$
turbulent Prandtl No.	$-\overline{v'h'} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial H}{\partial y}$

정식은 **BTC-BCS**(Backward time backward central space) 음해법을 이용하여 이산화하였으며, 이산화된 방정식에 TDMA(tridiagonal-matrix algorithm) 기법을 적용하여 해를 구하였다. 해의 정확도를 향상시키기 위해 다음과 같은 늘리기 함수(stretching function)를 사용하여 벽면으로 격자제를 조밀히 구성하였다

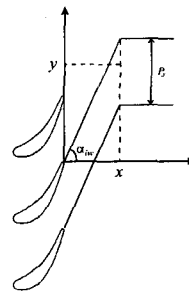
$$y = A_0(e^{A_1 z} - 1) \quad (8)$$

여기서  $y$ 와  $z$ 는 물리 좌표와 수치 좌표를 나타내며, 상수  $A_0$ 와  $A_1$ 는 해의 정확도를 구현하기 위하여 벽좌표  $y^+ \leq 0.5$ 와 경계층 edge에서의  $y=z$ 인 조건을 이용하여 결정하였다. 벽면에서는 점착조건(no-slip condition)을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \text{at } y = 0, \quad u = 0, \quad T = T_w \\ \text{at } y = \delta, \quad u = U_\infty, \quad T = T_\infty \end{aligned} \quad (9)$$

후류장에 의한 열전달 특성을 고찰하기 위해 김윤제와 전용렬[6]이 제시한 비정상 비점성 유동 해석 기법에  $k-\epsilon$  난류모델을 적용하여 난류 유동장을 해석하였고 이를 경계층 방정식의 외부유동 경계조건으로 사용하였다. 사용된 후류모델은 고정된 기준 좌표계에서 후류의 유동은 평행하고 후류에 의한 유동장내 난류강도 분포가 다음과 같은 Gauss 함수를 따른다는 Gaussian 후류모델을 사용하였다[8].

$$f(\eta) = D \exp\left(-\frac{\eta^2}{2W^2}\right) \quad (10)$$



**Fig. 2 Schematic for definition of  $\eta$**

여기서  $W$ 는 난류 후류 폭(turbulence wake width)이며  $D$ 는 후류 중심의 난류강도와 유입유동 자체가 갖는 난류강도와 차를 의미한다. 난류 후류 폭  $W$ 는 속도결합 후류 폭과 같으며, 본 연구에서는  $W=0.04$ 를 이용하였다. 또한 변수  $\eta$ 는 다음과 같이 정의된다 (Fig. 2 참조).

$$\eta = \frac{y - \tan(\alpha_{iw})x}{P_s} \quad (11)$$

### 3. 수치해석 결과

#### 3.1 정상상태

먼저 후류장의 영향이 없는 회전익 채널내의 정상유동 특성을 해석하였으며 이를 경계조건으로 이용하여 정상상태에서의 열전달 특성을 해석하였다. 온도장을 해석하게 되면 난류 경계층에서의 표면 열전달율과 Stanton 수는 다음 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$q_w = -\left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (12)$$

$$St = \frac{q_w}{\rho_e U_e (H_e - H_w)} \quad (13)$$

Fig. 3에는 압력면(pressure surface)과 부압면(suction surface)에서의 압력 및 Mach 수 분포를 도시하였다. Fig. 4는 후류장의 영향이 없는 정상상태의 경우에 대한 부압면과 압력면에서의 Stanton 수와 열속(heat flux)분포를 나타내고 있는데, Dunn 등[9]의 SSME 터빈 회전익에 대해 수행한 실험결과 및 일반적인 경험식을 이용하여 계산한 평판표면에서의 층류 Stanton 수를 함께 도시하여 비교하였다. 사용된 경험식은 다음과 같다.

$$St_l = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{-0.67} \quad (14)$$

부압면에서의 Stanton 수는 정체점에서  $x/C=10 \sim 20\%$ 인 지점까지 급격히 감소한 후 이후부터는 난류로 천이됨에 따라 Stanton 수가 증가함을 볼 수 있다. 또한 수치적인 해석결과는 실험결과와 잘 일치하고 있다. 자유유동의 난류강도에 따른 Stanton 수의 변화를 함께 도시하였는데, 자유유

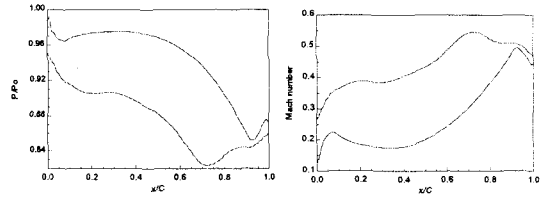
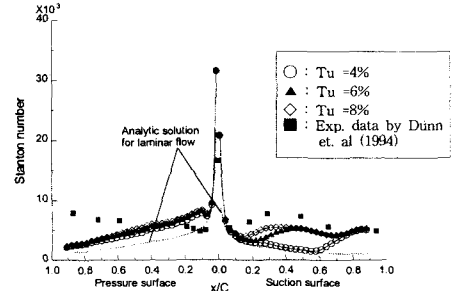


Fig. 3 Pressure and Mach number distributions on the SSME turbine blades.

#### (a) Stanton number



#### (b) heat flux

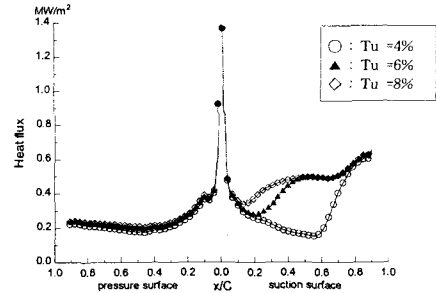


Fig. 4 Variation of the Stanton number and the heat flux on SSME turbine blade with different turbulent intensity.

동 난류강도의 증가에 따라 경계층 천이점이 전연(leading edge) 방향으로 이동함을 볼 수 있으며, 난류강도가 증가함에 따라 천이점의 이동은 감소하는 것을 알 수 있다.

압력면에서의 열전달 및 경계층 특성은 강한 역압력구배의 영향과 오목곡률(concave curvature)의 영향으로 인하여 경계층이 매우 불안정하고 Goetler vortex 등이 발생하기 때문에 매우 복잡한 특성을 나타낸다. 압력면에서는 정체점으로부터  $x/C=10\%$  지점까지 Stanton 수가 급격히 감소하며 10% 이후부터 점차 감소하기 시작한다. 그러나 실험결과와 비교하면, 코드길이의 약 40%까지는 결과가 비교적 잘 일치하고 있지만 40%이후부터 실험결과는 점차 증가하는 경향을 나타내고 있

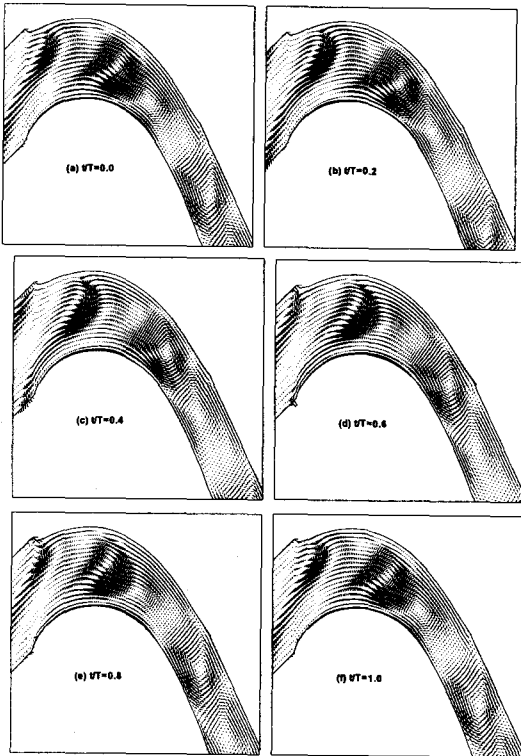


Fig. 5 Velocity defect vector in the SSME turbine blade passage.

다. 이것은 본 연구에서 사용된 2차원 경계층 방정식으로는 압력면에 작용하는 2차 유동 (secondary flow)의 영향을 해석할 수 없기 때문이라 사료된다.

### 3.2 비정상상태

전술한 바와 같이 Gaussian 후류모델을 이용한 회전익 채널내 비정상 비점성 유동해석 결과를 경계층 방정식의 경계조건으로 이용함으로써 후류장이 익표면에서의 비정상 열전달 특성에 미치는 영향을 해석하였다.

Fig. 5에는 후류장의 통과에 의한 회전익 채널내 속도결함벡터(velocity defect vector)를 도시하였다. 후류장의 통과주기(t)를 6개의 시간단계로 나누어 시간의 흐름에 따른 후류의 움직임을 도시하였다. 이러한 속도결함벡터는 순간속도와 정상상태 속도 값의 차로부터 얻어진다. 상류 고정익의 출구각과 동일한 각도로 유입되는 후류는 회전익 채널내로 유입되면서 서로 반대방향으로 회전하는 2개의 순환을 형성시키는 것을 볼 수

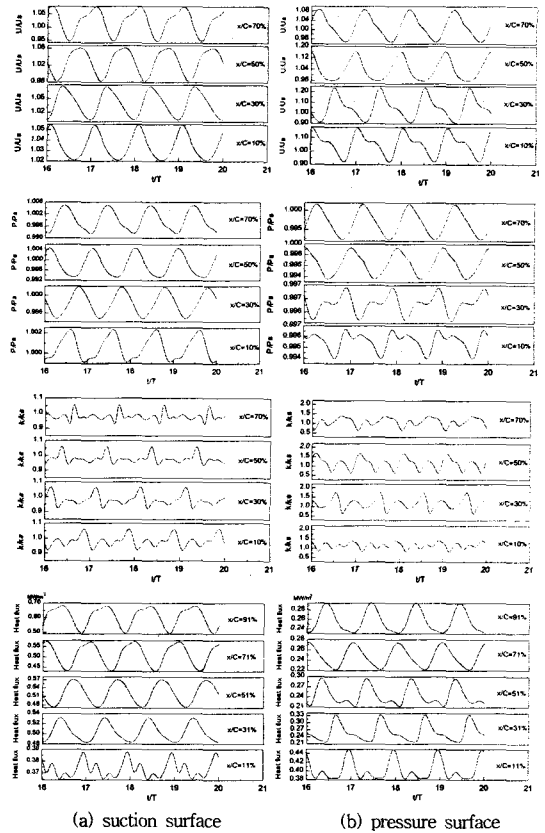
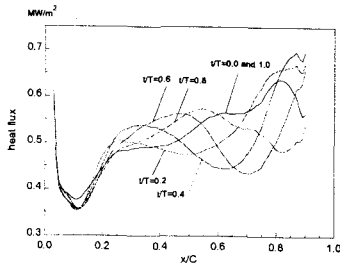


Fig. 6 Velocity, pressure, turbulent kinetic energy and heat flux variations on the rotor surface.

있다. 실제로 유입되는 후류는 회전익에 부딪혀 두조각으로 분리되며 조각난 후류는 채널내로 유동한다. 이때 후류조각의 끝단은 표면근처에서 점성효과에 의해 감속되고, 중심부분은 채널을 가로지르는 평균속도의 변화와 초기 후류의 유입 각때문에 더욱 가속됨을 알 수 있다. 따라서 후류는 채널내를 통과하면서 익표면에서의 속도와 압력 및 열전달을 변화시킨다. Fig. 6에는 경계조건으로 사용된 부압면과 압력면에서의 비정상 속도, 압력, 난류운동에너지, 그리고 열속 변화를 계산하여 도시하였다. 국소적인 정상상태의 값을 이용하여 무차원화 하였고, 시간은 후류 통과 주기의 항으로 표시하였다. 속도, 압력, 난류운동에너지 및 열속이 주기적인 정현파형(sine wave type)을 갖는다는 것을 볼 수 있다. 도시된 바와 같이, 부압면의 경우 채널을 따라 전체적인 열속이 증가하는 경향을 볼 수 있는데 이는 부압면

(a) suction surface



(b) pressure surface

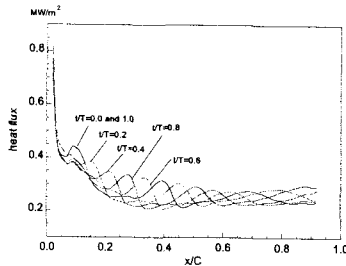


Fig. 7 unsteady heat flux variations on the SSME rotor surface.

표면에서의 경계층이 난류경계층으로 천이되어 열전달율을 증가시키기 때문이다. 또한 후류장에 의한 열속의 변화율이 채널을 따라 증가함을 볼 수 있는데, 이는 경계층 천이에 따른 영향뿐만 아니라 회전익 채널로 유입된 후류장이 회전익의 부압면에 부딪혀 비정상성을 증가시키기 때문이라 사료된다. 압력면의 경우, 채널을 따라 전체적인 열속이 다소 감소함을 볼 수 있는데, 이는 유입된 후류장이 블레이드 선단 부근에서는 압력면 근처에서 순환영역을 형성하지만 채널을 따라 유동하면서 후류조각이 압력면으로부터 분리되고 부압면쪽으로 이동함에 따라 비정상성이 약화되기 때문인 것으로 사료된다.

Fig. 7에는 후류장의 통과주기에 따른 부압면과 압력면에서의 열속 변화를 도시하였다. 전술한 바와 같이 부압면에서는 약  $x/C=10\sim 20\%$  지점에서 천이가 일어나며, 압력면에서는 천이가 일어나지 않는다는 것을 볼 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 후류장에 의한 회전익 채널내 비정상 유동이 회전익 표면에서의 열전달 특성에 미치는 영향을 고찰하기 위한 전산프로그램을 개

발하였다. 자유유동의 난류강도 변화와 후류장이 익표면에서의 열전달 특성에 미치는 영향을 고려하기 위해  $k-\epsilon$  난류모델 및 Gaussian 후류모델을 적용한 비점성 유동장 해석결과를 경계조건으로 이용하였으며 계산된 결과의 타당성을 검증하기 위하여 실험결과와 비교하였다. 자유유동의 난류강도 증가는 경계층 천이를 촉진시키며, 후류장의 통과에 따라 익표면에서의 열전달율이 주기적으로 변한다는 결론을 얻었다. 계산된 결과는 부압면의 경우 실험치와 일치하는 결과를 얻었으나 압력면의 경우, 2차 유동의 영향으로 인하여 다소 차이가 있음을 볼 수 있었다. 따라서 보다 높은 정확도를 갖는 유동장 해석 및 2차 유동을 해석할 수 있는 3차원 프로그램의 개발이 필요할 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

- [1] Dring, R. P., Joslyn, H. D., Hardin, L. W. and Wagner, J. H., 1982, "Turbine Rotor-Stator Interaction," *ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power*, Vol. 104, pp. 729~742.
- [2] Binder, A., Romey, R., 1983, "Secondary Flow Effects and Mixing of the Wake behind a Turbine Stator", *J. of Eng. for Power*, Vol. 105, pp. 40~46.
- [3] Doorly, D. J., 1988, "Modeling the Unsteady Flow in a Turbine Rotor Passage," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 110, pp. 27~37.
- [4] Ashworth, D. A., LaGraff, J. E., Schultz, D. L. & Grindrod, K. J., 1985, "Unsteady Aerodynamic and Heat Transfer Processes in a Transonic Turbine Stage," *ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power*, Vol. 107, pp. 1022~1030.
- [5] Zhang, L. and Han, J. C., 1995, "Combined Effect of Free-Stream Turbulence and Unsteady Wake on Heat Transfer Coefficients from a Gas Turbine Blade," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 117, pp. 296~302.
- [6] 김윤제, 전용렬, 1999, "회전익 채널내 후류장에 의한 비정상 유동 특성에 관한 연구," 유체기계저널, 제2권, 제4호, pp. 16~23.
- [7] Chien, K. Y., 1982, "Prediction of Channel and Boundary-layer Flows with a Low-Reynolds-number Turbulence Model", *AIAA J.*, Vol. 20, pp. 33~38.
- [8] Reynolds, B., Lakshminarayana, B. and Ravindranath, A., 1979, "Characteristics of the Near Wake of a Compressor of a Fan Rotor Blade", *AIAA J.*, Vol 17, No. 9, pp. 959~967.
- [9] Dunn, M. G., Kim, J., Civinskas, K. C. and Boyle, R. J., 1994, "Time-Averaged Heat Transfer and Pressure Measurements and Comparison with Prediction for a Two-Stage Turbine," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 116, pp. 14~22.